

## АПЕРІОДИЧНИЙ ПРОЦЕС В НЕЛІНІЙНОМУ КОЛІ З ЕЛЕКТРОЛІЗЕРОМ ОСАДЖЕННЯ МЕТАЛУ ПОСТІЙНИМ СТРУМОМ

Бондар О.І.

Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В.А. Лазаряна  
Україна, 49010, м. Дніпропетровськ, вул. Акад. В.А. Лазаряна, 2, “ДПТ”, каф. “Теоретичні основи електротехніки”  
тел. (056) 7761-791, E-mail: evm@diit.dp.ua

*В статті отримано аналітичну залежність катодної поляризації процесу осадження від параметрів схеми заміщення електролізера для нанесення металевих покриттів методом перетворення змінних. Результати розрахунків кола з електролізером нікельовання перевірено за допомогою чисельного методу.*

*В статье получена аналитическая зависимость катодной поляризации процесса осаждения от параметров схемы замещения электролизера для нанесения металлических покрытий методом преобразования переменных. Результаты расчетов цепи с электролизером никелирования проверены с помощью численного метода.*

Як відомо, стаціонарний електроліз, тобто електроосадження при живленні електролізера від джерела постійної напруги або струму, знаходить широке використання при нанесенні різних металевих покриттів. Однією з основних проблем, що стоїть в сфері гальванотехніки є проблема інтенсифікації виробництва. При стаціонарному електролізі ця проблема вирішується, як правило, за рахунок розробки нових електролітів багатоконпонентного складу, введення поверхнево-активних речовин до електроліту, підігріву та перемішування розчину. Ці заходи, природно, впливають як на питому активну провідність електроліту, так і на характер вольт-амперної характеристики міжфазної границі катод-електроліт. Результатом є нелінійні осциляції автоколивального характеру, що виникають в електролізері при наявності поверхнево-активних речовин [1], а також надмірно затягнуті перехідні процеси при невдалому виборі параметрів осадження. Отже, постає завдання якісної оцінки електромагнітних процесів в електролізері з метою вибору ефективних параметрів електролізу.

Враховуючи той факт, що експерименти у промислових установках є складними і недешевими, лишається фізичне моделювання процесу в лабораторних умовах, або ж математичне моделювання, коли замість реального електролізера розглядається його електрична схема заміщення. Звичайно, цей варіант є набагато простішим. Крім того, математичне моделювання є особливо ефективним для дослідження процесів при імпульсному електролізі (електроосадженні при живленні електролізера від джерела імпульсного струму або напруги). Ґрунтовною роботою з цього питання є [2]. Аналогічний підхід застосовано також в [3] та [4], де розглядаються процеси в електролізері для осадження металевих покриттів, як в стаціонарному, так і в імпульсному режимах роботи. Проте в жодній з вказаних робіт не були отримані загальні закономірності процесу в залежності від параметрів кола. Автори використовували чисельні методи і всі висновки і рекомендації базуються лише на результатах окремих кон-

кретних розрахунків. Такий стан речей є, певною мірою, закономірним, оскільки теоретичній електротехніці на сьогодні бракує методів за допомогою яких можна було б отримати аналітичний розв'язок для систем, що описуються нелінійними диференційними рівняннями другого порядку, що типово для електролізерів. Вихід можна знайти, передусім, в застосуванні аналітичних методів з інших областей знання, за допомогою яких отримання такого розв'язку є можливим. На нашу думку, найбільш придатним для цієї мети є наближений метод, що базується на перетворенні залежної та незалежної змінних, який давно і успішно застосовується в роботах по нелінійній механіці [5], а з недавнього часу і в електротехніці [6]. Представляється доцільним застосувати цей метод до аналізу процесів у колі з електролізером, зокрема з електролізером нікельовання, як раніше це було зроблено для автоколивальних процесів [7]. Отже, метою цієї роботи є встановлення аналітичної залежності між параметрами кола та спадом напруги на міжфазній границі катод-електроліт (катодною поляризацією) для електролізера нанесення нікелевих покриттів.

Схему заміщення цього електролізера представлено на рис 1. Вона є аналогічною до схем, що застосовані в роботах [3] та [4]. Відмінності полягають в застосуванні припущення про лінійну залежність між спадом напруги на аноді  $\eta_a(t)$  та струмом розчинення  $i_{aNi}(t)$  а також в заміщенні процесів осадження нікелю та виділення водню на катоді одним нелінійним резистором з результируючою вольт-амперною характеристикою  $i_{oc}(\eta_k)$  замість двох паралельно ввімкнених нелінійних резисторів.

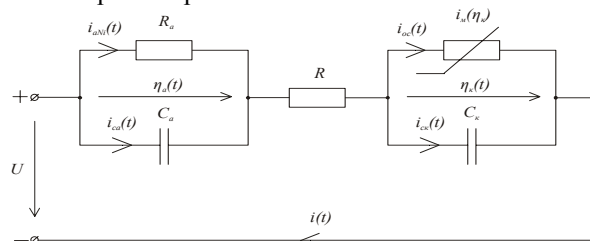


Рис. 1. Схема заміщення електролізера

Якщо характеристику  $i_{oc}(\eta_k)$  апроксимувати неповним кубічним поліномом (рис.2), тоді система рівнянь електромагнітного стану кола запишеться у вигляді

$$i(t) = i_{oc}(t) + i_{\tilde{N}\tilde{e}}(t), \quad (1)$$

$$i(t) = i_{aNi}(t) + i_{\tilde{N}a}(t), \quad (2)$$

$$U = \eta_{\tilde{e}}(t) + \eta_a(t) + i(t) \cdot R, \quad (3)$$

$$i_{oc}(t) = z_1 \cdot \eta_{\tilde{e}}(t) + z_1 \cdot \eta_{\tilde{e}}^3(t), \quad (4)$$

$$i_{aNi}(t) = \frac{\eta_a(t)}{R_a}, \quad (5)$$

$$i_{\tilde{N}a}(t) = C_a \frac{d\eta_a(t)}{dt}, \quad (6)$$

$$i_{\tilde{N}\tilde{e}}(t) = C_{\tilde{e}} \frac{d\eta_{\tilde{e}}(t)}{dt}. \quad (7)$$

Незалежні початкові умови:

$$\eta_{\tilde{e}}(0) = 0, \quad \eta_a(0) = 0 \quad (8)$$

В наведених рівняннях:

$i(t)$  – повний струм електролізера;  $i(t)$  – парціальний струм осадження, що є сумою розряду іонів нікелю та водню;  $i_{aNi}(t)$  – парціальний струм розчинення нікелю на аноді;  $i_{Ca}(t)$ ,  $i_{Ck}(t)$  – струми зарядження;  $\eta_k(t)$ ,  $\eta_a(t)$ , – спади напруги на міжфазних границях (катодна та анодна поляризації);  $C_a$ ,  $C_k$  – ємності подвійних (катодного та анодного) шарів;

$$C_{\tilde{e}} = C_a = C_0 \cdot S, \quad (9)$$

де  $C_0$  – питома ємність електроду;  $S$  – площа електродів;  $R_a$  – активний опір аноду;  $R$  – активний опір електроду

$$R = \rho \cdot \frac{d}{S} \quad (10)$$

де  $\rho$  – питомий активний опір електроліту;  $d$  – площа електроду;  $z_1$ ,  $z_3$  – коефіцієнти апроксимації поляризаційної кривої для границі катод – електроліт (рис.2)

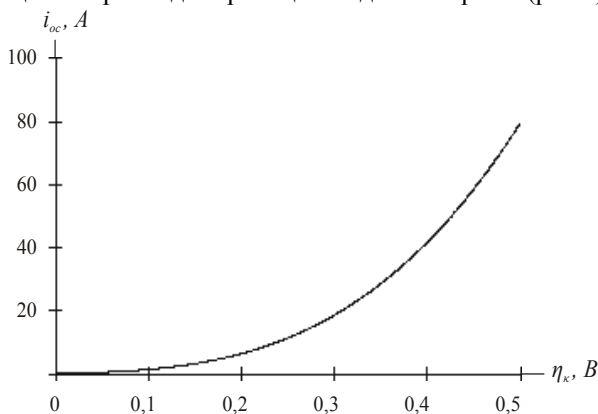


Рис. 2 Апроксимація ВАХ міжфазної границі катод – електроліт.

Систему рівнянь (1) – (7) можна привести до нелінійного диференціального рівняння другого порядку, складеного відносно катодної поляризації

$$\ddot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + N(\eta_{\tilde{e}}(t))\dot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + M(\eta_{\tilde{e}}(t)) = \delta, \quad (11)$$

де 
$$N(\eta_{\tilde{e}}(t)) = n_0 + n_2 \eta_{\tilde{e}}(t)^2; \quad (12)$$

$$n_0 = \frac{I}{C_{\tilde{e}}R} + \frac{I}{C_a R_a} + \frac{I}{C_a R} + \frac{z_1}{C_{\tilde{e}}}; \quad (13)$$

$$n_2 = \frac{3z_3}{C_{\tilde{e}}}; \quad (14)$$

$$M(\eta_{\tilde{e}}(t)) = m_1 \eta_{\tilde{e}}(t) + m_3 \eta_{\tilde{e}}(t)^3, \quad (15)$$

$$m_1 = \frac{I}{C_{\tilde{e}}R C_a R_a} + \frac{z_1}{C_{\tilde{e}} C_a R_a} + \frac{z_1}{C_{\tilde{e}} C_a R}; \quad (16)$$

$$m_3 = \frac{z_3}{C_{\tilde{e}} C_a R_a} + \frac{z_3}{C_{\tilde{e}} C_a R}, \quad (17)$$

$$\delta = \frac{U}{C_{\tilde{e}}R C_a R_a}. \quad (18)$$

В рівнянні (11) і далі крапками вгорі позначаємо похідні за часом, а штрихом – за шуканою функцією, зокрема за катодною поляризацією. Отримаємо аналітичний розв’язок рівняння (11) методом перетворення змінних. Хоча для рівнянь, аналогічних (11) існують регулярні прийоми для перетворення на лінійне рівняння з постійними коефіцієнтами, але, базуючись на тому факті, що, як свідчать експериментальні дані [1], [2], при реальних значеннях параметрів кола діапазон зміни катодної поляризації при електроосадженні металів є досить вузьким (~ 0,6 В), усереднимо функцію  $N(\eta_k)$

$$N(\eta_{\tilde{e}}) = N_{\tilde{n}\tilde{o}} = 2 \cdot n = \frac{\int_{\eta_{\tilde{e}}^{\min}}^{\eta_{\tilde{e}}^{\max}} N(\eta_{\tilde{e}}) d\eta_{\tilde{e}}}{\eta_{\tilde{e}}^{\max} - \eta_{\tilde{e}}^{\min}}, \quad (19)$$

де  $\eta_{k \max}$  – максимальне значення катодної поляризації.

На можливість такого спрощення за аналогічних умов вказується в [8], хоча практичних прикладів реалізації цієї ідеї не наведено. Отже, запишемо (11) у вигляді

$$\ddot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + 2n \dot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + M(\eta_{\tilde{e}}(t)) = \delta. \quad (20)$$

Перетворимо (20) на лінійне диференціальне рівняння з постійними коефіцієнтами згідно [9] спочатку на рівняння вигляду

$$h''(v) + \frac{2n}{\dot{\varphi}} h'(v) + h(v) = L(v) \quad (21)$$

за допомогою співвідношень

$$h(v) = g(\eta_{\tilde{e}}), \quad (22)$$

$$v = \varphi(t). \quad (23)$$

Диференціюємо співвідношення(22) двічі за часом і отримані вирази підставимо до (20). Після нескладних перетворень отримуємо

$$\ddot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + \left[ \dot{\eta}_{\tilde{e}}(t) \frac{g''(\eta_{\tilde{e}})}{g'(\eta_{\tilde{e}})} - \frac{\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}(t)} + 2n \right] \dot{\eta}_{\tilde{e}}(t) + \frac{g'(\eta_{\tilde{e}})}{g(\eta_{\tilde{e}})} \dot{\varphi}(t)^2 = \frac{\dot{\varphi}(t)^2}{g'(\eta_{\tilde{e}})} L(v). \quad (24)$$

Порівнюючи рівняння (20) та (24) можна дійти висновку, що вони співпадають, якщо мають місце співвідношення

$$\dot{\eta}_\varepsilon(t) \frac{g''(\eta_\varepsilon)}{g'(\eta_\varepsilon)} - \frac{\ddot{\phi}(t)}{\dot{\phi}(t)} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{g'(\eta_\varepsilon)}{g(\eta_\varepsilon)} \dot{\phi}(t)^2 = M(\eta_\varepsilon), \quad (26)$$

$$\frac{\dot{\phi}(t)^2}{g'(\eta_\varepsilon)} L(v) = \delta. \quad (27)$$

Розділимо змінні у виразі (25)

$$\frac{dg'(\eta_\varepsilon)}{g(\eta_\varepsilon)} = \frac{d\dot{\phi}(t)}{\dot{\phi}(t)} \quad (28)$$

Інтегруючи останній вираз, отримуємо

$$\ln g'(\eta_\varepsilon) = \ln \dot{\phi}(t) + G_0. \quad (29)$$

Приймаючи довільну константу  $G_0=0$ , визначимо, що

$$g'(\eta_\varepsilon) = \dot{\phi}(t). \quad (30)$$

Застосувавши прийом лінеаризації фазової функції як це описано в [5], запишемо

$$\dot{\phi}(t) = \theta. \quad (31)$$

Тоді, враховуючи також (27) та (30), рівняння(21) запишеться як

$$h''(v) + \frac{2n}{\theta} h'(v) + h(v) = \frac{\delta}{\theta}. \quad (32)$$

Рівняння (32) є неоднорідним лінійним диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами. Розв'язок його відомий [10]:

$$h(v) = e^{-\frac{n}{\theta}v} \left[ G_1^* \cos \left( \sqrt{1 - \left(\frac{n}{\theta}\right)^2} v \right) + G_2^* \sin \left( \sqrt{1 - \left(\frac{n}{\theta}\right)^2} v \right) \right] + \frac{\delta}{\theta}. \quad (33)$$

З іншого боку, з урахуванням (30) співвідношення (26) набуває вигляду

$$g(\eta_\varepsilon) \cdot g'(\eta_\varepsilon) = M(\eta_\varepsilon), \quad (34)$$

$$\text{звідки} \quad g(\eta_\varepsilon) = \left[ 2 \int M(\eta_\varepsilon) d\eta_\varepsilon \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (35)$$

Повернемось до старих змінних за допомогою співвідношень (22), (23) та (31). В результаті отримуємо аналітичний вираз для катодної поляризації в неявному вигляді

$$g(\eta_\varepsilon) = e^{-nt} \left[ G_1 \cos \lambda t + G_2 \sin \lambda t \right] + \frac{\delta}{\theta}, \quad (36)$$

$$\text{де} \quad \lambda = \sqrt{\theta^2 - n^2}. \quad (37)$$

Щоб визначити постійні інтегрування  $G_1$  та  $G_2$  необхідно початкове значення катодної поляризації  $\eta_0$  та її першої похідної за часом  $v_0$  підставити у розв'язок (36) та в його першу похідну за часом при  $t=0$ . В результаті отримуємо

$$G_1 = g(\eta_{\varepsilon 0}) - \frac{\delta}{\theta}; \quad (38)$$

$$G_2 = (n g(\eta_{\varepsilon 0}) + \theta v_0). \quad (39)$$

Величину  $v_0$  визначаємо з урахуванням незалежних початкових умов (8) з системи (1) – (7) при  $t=0$ . В результаті отримуємо

$$v_0 = \frac{U}{RC_\varepsilon}. \quad (40)$$

Визначимо так звану амплітудну функцію  $g(\eta_\varepsilon)$  [5] за формулою (35). Після інтегрування отримаємо

$$g(\eta_\varepsilon(t)) = \left( m_1 \eta_\varepsilon(t)^2 + \frac{m_3}{2} \eta_\varepsilon(t)^4 + G_3 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (41)$$

В роботі [5] показано, що значення константи  $G_3$  можна обирати довільно. Наприклад, якщо

$$G_3 = \frac{m_1^2}{2 m_3^2}, \quad (42)$$

тоді приходимо до виразу

$$g(\eta_\varepsilon(t)) = \alpha + \beta \eta_\varepsilon(t)^2, \quad (43)$$

$$\text{де} \quad \alpha = \frac{m_1}{\sqrt{2 m_3}}, \quad (44)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{m_3}{2}}. \quad (45)$$

Отже, шуканий розв'язок в неявному вигляді остаточно запишеться як

$$\alpha + \beta \eta_\varepsilon(t)^2 = e^{-nt} \left[ \left( \alpha - \frac{\delta}{\theta} \right) \cos \lambda t + \frac{1}{\lambda} (n\alpha + \theta v_0) \sin \lambda t \right] + \frac{\delta}{\theta} \quad (46)$$

або в явному вигляді

$$\eta_\varepsilon(t) = \sqrt{\frac{1}{\beta} \left[ e^{-nt} \left( \left( \alpha - \frac{\delta}{\theta} \right) \cos \lambda t + \frac{1}{\lambda} (n\alpha + \theta v_0) \sin \lambda t \right) + \frac{\delta}{\theta} - \alpha \right]}. \quad (47)$$

В формулах (46) та (47) невідомою лишається величина  $\theta$ . Її можливо знайти, наприклад, за наближеними формулами, що наведені в [5]. Але в даному випадку цю величину можна визначити також з міркувань виходу розв'язку на ustalene значення, тобто

$$\eta_{\varepsilon y} = \sqrt{\frac{1}{\beta} \left( \frac{\delta}{\theta} - \alpha \right)}. \quad (48)$$

В усталеному режимі розрахункова схема електролізера має вигляд рис. 3.

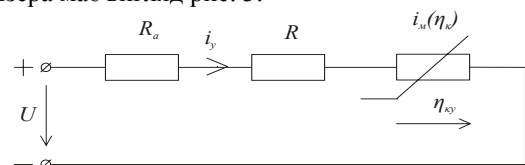


Рис. 3. Схема заміщення електролізера в усталеному режимі

Рівняння, що описують усталений процес:

$$i_y = z_1 \eta_{\dot{e}y} + \eta_{\dot{e}o}^3; \quad (49)$$

$$i_y (R_a + R) + \eta_{\dot{e}y} = U, \quad (50)$$

де  $i_y$  – струм кола в усталеному режимі,  $\eta_{\dot{e}y}$  – усталене значення катодної поляризації.

Визначивши  $\eta_{\dot{e}y}$  з системи (49) – (50) і підставляючи його в (48), знаходимо  $\theta$ , як

$$\theta = \frac{\delta}{\alpha + \beta \eta_{\dot{e}o}^2}. \quad (51)$$

На рис. 4. наведено графік залежності катодної поляризації від часу, побудований за формулою (47) для параметрів схеми, аналогічних наведеним в [4]. Ці параметри такі:  $C_0 = 8 \cdot 10^{-5}$  Ф/см<sup>2</sup>;  $S = 10000$  см<sup>2</sup>;  $\rho \cdot d = 400$  Ом·см<sup>2</sup>;  $U = 6$  В. Коефіцієнти апроксимації  $z_1 = 8,25$ ;  $z_3 = 610,028$ .

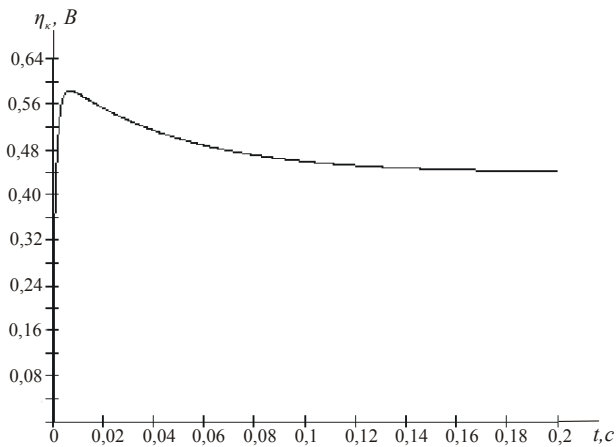


Рис. 4. Графік залежності катодної поляризації від часу за формулою (47)

Співставимо отримані результати з чисельним розрахунком при тих самих значеннях параметрів кола. Цей розрахунок виконано за допомогою стандартних процедур універсальної математичної комп'ютерної системи Maple [11]. Результати у формі графіку показано на рис. 5.

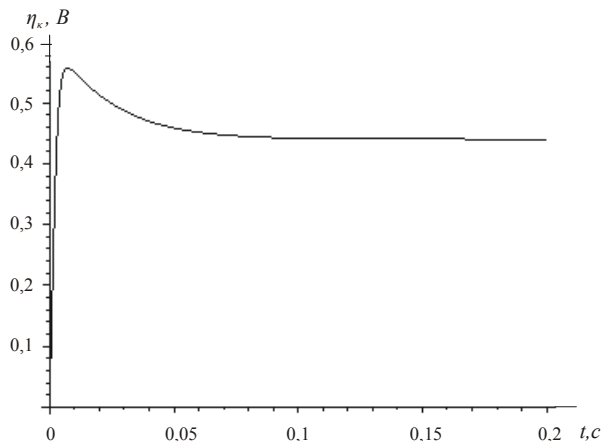


Рис. 5. Графік залежності катодної поляризації від часу за чисельним розрахунком

Обране значення константи  $G_3$  дозволяє отримати амплітудну функцію  $g(\eta_{\dot{e}y})$  в гранично простому вигляді (43), звідки легко виразити  $\eta_{\dot{e}y}$ , щоб отримати розв'язок у явному вигляді (47). Проте цей розв'язок має той недолік, що він не припускає граничного переходу до лінійної задачі, тобто якщо  $m_3 = 0$ , то згідно (44) та (45)  $\alpha \rightarrow \infty$  та  $\beta \rightarrow \infty$ . Цього можна уникнути, якщо обрати  $G_3 = 0$  в формулі (41). Тоді

$$g(\eta_{\dot{e}y}(t)) = \eta_{\dot{e}y}(t) \sqrt{m_1 + \frac{1}{2} m_1 \eta_{\dot{e}y}(t)^2}. \quad (52)$$

Відповідно розв'язок у неявному вигляді з урахуванням констант за формулами (38) та (39):

$$\eta_{\dot{e}y}^*(t) = \sqrt{-\frac{m_1}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_3}\right)^2 + \frac{2}{m_3} \left[ e^{-nt} \left( -\frac{\delta}{\theta} \cos \lambda t + \frac{\theta v_0}{\lambda} \sin \lambda t \right) + \frac{\delta}{\theta} \right]^2}}. \quad (53)$$

Запишемо вираз для  $\theta$  з міркувань виходу (53) на потрібне усталене значення, тобто

$$\sqrt{-\frac{m_1}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_3}\right)^2 + \frac{2}{m_3} \left(\frac{\delta}{\theta}\right)^2}} = \eta_{\dot{e}y}, \quad (54)$$

звідки

$$\theta = \frac{\sqrt{4 m_1 + 2 \eta_{\dot{e}o}^2 m_3}}{2 m_1 + \eta_{\dot{e}o}^2 m_3} \cdot \frac{\delta}{\eta_{\dot{e}y}}. \quad (55)$$

Значення  $\theta$  за формулою (51) для прийнятих розрахункових даних склало  $124,01 \text{ с}^{-1}$ , а за формулою (55)  $\theta = 125,14 \text{ с}^{-1}$ , тобто значення близькі, як і слід було очікувати. Графік залежності катодної поляризації від часу за формулою (54) наведено на рис. 6.

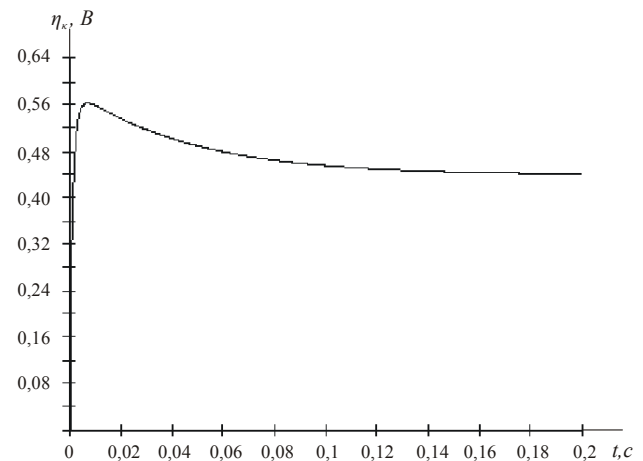


Рис. 6. Графік залежності катодної поляризації від часу за формулою (53)

Як бачимо, графіки катодної поляризації, що обчислені за формулами (47) та (53) (рис. 4 та 6) схожі між собою, що узгоджується з положенням про те, що значення константи  $G_3$  можна обирати довільним [5]. Порівнюючи рис. 4 та 6 з результатами розрахунків за

чисельним методом (рис. 5) також легко побачити їх схожість. Обчислимо відносні похибки для значень катодної поляризації, що розраховані за формулами (47) та (53) на всьому інтервалі перехідного процесу за формулою

$$\sigma = \frac{|\eta_{\dot{e}^+} - \eta_{\dot{e}a}|}{\eta_{\dot{e}^+}} \cdot 100\%, \quad (56)$$

де  $\eta_{\text{кч}}$  – миттєве значення катодної, обчислене чисельним методом;  $\eta_{\text{ка}}$  – те ж, аналітичним методом.

Результати розрахунків зводимо в табл. 1. Як бачимо, майже усі похибки, за винятком перших значень лежать у межах 10 %, тобто застосовані під час побудови аналітичного розв'язку спрощення та припущення є прийнятними, при чому більш точні результати досягнуто за допомогою формули (53).

Таблиця 1

Результати розрахунку похибок наближених аналітичних розв'язків за формулами (47) та (53) відносно чисельного розв'язку

t, с	$\eta_{\text{ка}1}$ , В	$\eta_{\text{ка}2}$ , В	$\eta_{\text{кч}}$ , В	$ \eta_{\text{кч}} - \eta_{\text{ка}1} $ , В	$ \eta_{\text{кч}} - \eta_{\text{ка}2} $ , В	$\sigma_1$ , %	$\sigma_2$ , %
0,002	0,514	0,488	0,334	0,180	0,154	54,0508	46,258
0,004	0,574	0,551	0,509	0,065	0,042	12,716	8,200
0,006	0,585	0,563	0,554	0,031	0,009	5,671	1,697
0,008	0,583	0,562	0,556	0,027	0,006	4,852	1,075
0,01	0,578	0,558	0,549	0,0286	0,009	5,199	1,559
0,02	0,553	0,536	0,512	0,040	0,023	7,895	4,579
0,03	0,531	0,517	0,487	0,044	0,030	9,107	6,231
0,04	0,514	0,502	0,469	0,044	0,032	9,477	6,921
0,06	0,488	0,479	0,451	0,037	0,028	8,104	6,110
0,08	0,47	0,465	0,444	0,026	0,021	5,788	4,663
0,1	0,459	0,456	0,442	0,017	0,014	3,940	3,261
0,2	0,442	0,441	0,440	0,002	0,001	0,448	0,221

#### ВИСНОВКИ

Порівняння результатів чисельних та аналітичних розрахунків доводить, що метод перетворення змінних є придатним для аналізу процесів в електролізерах розглянутого типу.

З урахуванням використаних спрощень розв'язок можливо отримати в компактному вигляді і з невеликою трудоемністю. В той же час точність розрахунку лишилася достатньо високою.

Аналогічну методику легко застосувати і до електролізера в імпульсному режимі роботи, якщо він живиться від джерела прямокутної імпульсної напруги. В цьому випадку можна окремо розглядати інтервал імпульсу та паузи. При цьому значення шуканої функції та її першої похідної на кінці попереднього інтервалу є початковими умовами для наступного.

В подальшому метод перетворення змінних доцільно використовувати для аналізу різноманітних електротехнічних систем, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями другого порядку,

передусім кіл, що містять нелінійну індуктивність. Використання цього методу дозволить достатньо легко аналізувати реакцію кола на зміну його параметрів. В разі необхідності отримані результати можна уточнити за допомогою чисельного методу, поєднуючи переваги як аналітичного, так і чисельного розв'язків.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Нечипорук В.В., Эльгурт И.Л. Самоорганизация в электрохимических системах. М.: Наука, 1992.–168с.
- [2] Костин Н.А. Теоретическое обоснование и разработка технологических режимов электроосаждения металлов импульсным током. //Дисс. на соиск. уч. ст. д.т.н. по спец 05.17.03.-Днепропетровск, 1983.–458 с.
- [3] Костин Н.А. Выбор параметров напряжения источника энергии для нестационарного электролиза //Защита металлов . – 1977. – №5. – С. 629–632.
- [4] Бондарь И.Л., Костин Н.А. Исследование нелинейных электрохимических цепей с помощью преобразований Тейлора //Электронное моделирование. – 1980. – №3. – С. 55–57.
- [5] Бондарь Н.Г. Некоторые автономные задачи нелинейной механики. Киев: Наукова думка, 1969.–302с.
- [6] Костин Н.А., Бондарь И.Л., Бондарь О.И. Применение метода преобразования переменных к анализу нелинейных цепей //Технічна електродинаміка. – 1999. – №6. – С. 43–44.
- [7] Бондар О.І. Аналіз нелінійних електрохімічних кіл електролітичного осадження металів//Технічна електродинаміка. – 2002. – №6. – С. 30–33.
- [8] Бондарь Н.Г. Нелинейные стационарные колебания. Киев: Наукова думка, 1974.–211с.
- [9] Бондарь Н.Г. Нелинейные колебания, возбуждаемые импульсами. Киев – Донецк:Вища школа, 1978.–216с.
- [10] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.–576с.
- [11] Прохоров Г. В., Леденев М. А., Колбеев В. В. Пакет символьных вычислений Maple V. М.: Петит.- 1997.-200 с.

Надійшла 20.07.2003