

О ПРИБЛИЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ В РАСЧЁТАХ ПРОНИКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ТОНКИЕ ПРОВОДЯЩИЕ ОБОЛОЧКИ

Сформульовано умови застосування наближення плоскої хвилі для електромагнітного поля у тонких провідних оболонках з неплоскими граничними поверхнями, що знаходяться у змінному магнітному полі. Зроблено критеріальний аналіз похибок наближення у порівнянні з аналітичними розв'язками задач для оболонок простої форми.

Сформулированы условия применимости приближения плоской волны для электромагнитного поля в тонких проводящих оболочках с неплоскими граничными поверхностями, помещённых в переменное магнитное поле. Сделан критеріальный анализ погрешностей приближения в сравнении с аналитическими решениями для оболочек простой формы.

ВВЕДЕНИЕ

Приближение плоской волны электромагнитного поля широко используют при математическом моделировании проникновения установившегося синусоидального, а также импульсного магнитного поля в массивные проводники и тонкие проводящие оболочки различной формы [1-4]. Оно основано как на соответствующей структуре векторов поля, так и на приближённых граничных условиях Шукина – Рытова – Леонтовича (в дальнейшем – условиях М.А. Леонтовича) на плоской границе раздела сред с отличающимися оптическими плотностями [5-7]. Согласно последним волна электромагнитного поля, падающая под произвольным углом на границу из оптически менее плотной среды, преломляясь, распространяется в оптически значительной более плотной среде как плоская волна. В случаях неплоской границы раздела непроводящей и хорошо проводящей сред необходимо, чтобы при достаточно плавном изменении касательных проекций векторов поля на этой границе радиус её кривизны был намного больше глубины проникновения поля в проводящую среду.

Приближение плоской волны значительно упрощает решение многих задач расчёта переменного электромагнитного поля и в системах с тонкими проводящими слоями и оболочками, в частности, при помощи приближённых граничных условий на их поверхностях [8]. Оценка погрешностей приближения плоской волны в подобных задачах представляет практически важную, но недостаточно исследованную тему. Трудность её состоит в необходимости сравнения приближённых значений искомых функций с точными, полученными при помощи известных аналитических решений, а число последних невелико.

Цель данной работы – определение условий применимости и оценка погрешностей приближения плоской волны в задачах расчёта проникновения переменного магнитного поля в тонкие проводящие оболочки в случае неплоских граничных поверхностей.

ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКАЛЯРНОГО ПОТЕНЦИАЛА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассматриваем проводящую оболочку из материала с постоянными удельной электропроводностью γ и абсолютной магнитной проницаемостью μ , помещённую в переменное магнитное поле напряжённостью $\vec{H}_{вн}$. Среда внутри и вне оболочки является немагнитной и непроводящей, а токами смещения пренебрегаем. Требуется рассчитать результирующее магнитное поле внутри и снаружи оболочки.

Подобные задачи были поставлены и решены Г. Каденом для сферической и цилиндрической проводящих оболочек в случае установившегося синусоидального однородного внешнего магнитного поля [1].

Эти решения основаны на использовании скалярного потенциала магнитного поля $\varphi_m^{(k)}$ для среды, окружающей оболочку, и краевой задаче для напряжённости электрического поля \vec{E} в оболочке. Для ясности изложения позволим себе повторить известную формулировку, используя функции координат и времени.

Обозначим: \vec{H}_k, \vec{E}_k – напряжённости магнитного и электрического поля в k -той части среды, окружающей оболочку, $k = 1$ – вне оболочки, $k = 2$ – внутри оболочки (такой же смысл имеет (k) в обозначении $\varphi_m^{(k)}$); \vec{H} – напряжённость магнитного поля в оболочке; μ_0 – магнитная постоянная.

Результирующее электромагнитное поле описываем при помощи таких уравнений [9]:

- для среды, окружающей оболочку –

$$\text{rot } \vec{H}_k = 0; \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E}_k = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_k}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{H}_k = 0; \quad (3)$$

- для оболочки –

$$\text{rot } \vec{H} = \gamma \vec{E}; \quad (4)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (5)$$

Из (1) следует, что для среды, окружающей оболочку, может быть введен скалярный потенциал магнитного поля [9]

$$\vec{H} = -\text{grad } \varphi_m^{(k)}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (3), получаем уравнение для скалярного потенциала

$$\Delta \varphi_m^{(k)} = 0. \quad (7)$$

Заметим, что скалярный потенциал $\varphi_m^{(k)}$ в (6) и (7) является функцией координат и времени.

Возьмём ротор от обеих частей уравнения (4). Используя в полученном выражении (5), имеем уравнение для напряжённости электрического поля в оболочке:

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (8)$$

Видим, что нужно найти две неизвестные функции: одну скалярную – $\varphi_m^{(k)}$, а другую векторную (в общем случае ещё три скалярных) – \vec{E} . Для полноты формулировки задачи необходимы начальные условия для неизвестных функций, а также граничные условия. Скалярный потенциал магнитного поля при удалении от оболочки стремится к потенциалу внешнего поля, т. е. известен на бесконечности. Остальные граничные условия получаем при помощи известных условий непрерывности касательных составляющих напряжённо-

стей и нормальных составляющих индукции магнитного поля на поверхностях оболочки [9]. Кроме того, необходимо потребовать ограниченности скалярного потенциала магнитного поля внутри оболочки.

Одним из способов упрощения формулировки и решения подобных задач могло быть введение обобщённого скалярного потенциала магнитного поля, используемого и в области протекания вихревых токов [10, 11]. При этом необходимо выбрать дополнительное вихревое магнитное поле, напряжённость которого позволяет найти фиктивные объёмные и поверхностные магнитные заряды для составления уравнения Пуассона и граничных условий относительно обобщённого скалярного потенциала. Трудность применения такого способа в рассматриваемой задаче состоит в том, что плотность вихревых токов в оболочке заранее неизвестна.

Сделаем замечание относительно описанной формулировки задачи. В случае очень медленного изменения $\vec{H}_{\text{вн}}$ во времени вихревые токи в оболочке настолько малы, что результирующее магнитное поле близко к магнитоэстатическому. Поэтому уравнения (2), (4) и (5), а также начальные условия могут не учитываться, а скалярный потенциал может быть принят не зависящим от времени и распространён на оболочку. В полученной магнитоэстатической задаче должно выполняться условие $\mu \neq \mu_0$. С другой стороны, при рассмотрении немагнитных оболочек в таком режиме изменения напряжённости внешнего поля во времени это условие не выполняется.

УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

В случае сферической проводящей оболочки, помещённой в однородное переменное магнитное поле, векторы напряжённостей электромагнитного поля в сферических координатах r, θ, ψ (рис. 1; d – толщина, R – радиус внешней поверхности) имеют такую структуру:

$$\vec{E}\{0;0;E_\psi\}, \quad \vec{H}\{H_r;H_\theta;0\}. \quad (9)$$

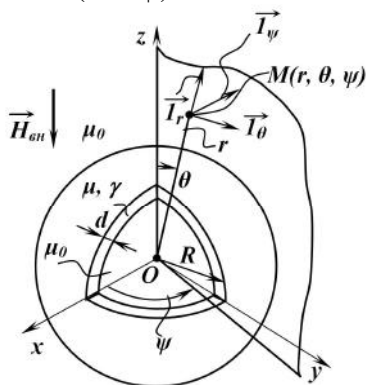


Рис. 1. Сферическая проводящая оболочка в однородном переменном магнитном поле (x, y, z – декартовы координаты; $\vec{I}_{r,\theta,\psi}$ – орты сферических координат)

Уравнение (8) в сферических координатах с учётом (9) и независимости проекций векторов поля от координаты ψ имеет вид

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rE_\psi) \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_\psi) \right) \right] - \mu \gamma \frac{\partial E_\psi}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

а для установившегося синусоидального внешнего магнитного поля –

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r\dot{E}_\psi) \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \dot{E}_\psi) \right) \right] - j\omega \mu \gamma \dot{E}_\psi = 0, \quad (11)$$

где \dot{E}_ψ – комплексное действующее значение E_ψ ; ω – угловая (круговая) частота; $j = \sqrt{-1}$.

В дальнейшем комплексные действующие значения напряженностей и потенциала поля имеют в обозначениях точку.

Г. Каден, полагая $d \ll R$, упростил уравнение (11), приняв в нём $r \approx R$ (основное допущение Г. Кадена), а также предложил общее решение упрощённого уравнения в таком виде [1, с.44]:

$$\dot{E}_\psi(r, \theta) = f(r) \sin \theta. \quad (12)$$

В формуле (12) $f(r)$ – комплексная неизвестная функция координаты r , которая удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 f}{dr^2} - k^2 f(r) = 0 \quad (13)$$

с общим решением

$$f(r) = Ae^{-kr} + Be^{kr}, \quad (14)$$

где A, B – комплексные постоянные,

$$k = \sqrt{j\omega \mu \gamma + 2/R^2}. \quad (15)$$

Если абстрагироваться от геометрического смысла радиальной сферической координаты r и значения k , то уравнение (13) и его общее решение (14) имеют форму соответствующих уравнений и решений для напряжённостей плоской волны электромагнитного поля, которое проникает в хорошо проводящую среду [9]. Однако, соответствующая (13) и (14) волна поля не является плоской, поскольку внутри проводящего слоя оболочки согласно (9) вектор \vec{H} имеет две проекции и постоянная k имеет другой вид.

Пусть

$$R^2 \omega \mu \gamma \gg 2. \quad (16)$$

Введём локальные декартовы координаты x, y, z с началом в произвольной точке O' на внешней поверхности оболочки, ось z которых направлена по нормали к этой поверхности внутрь оболочки (рис. 2).

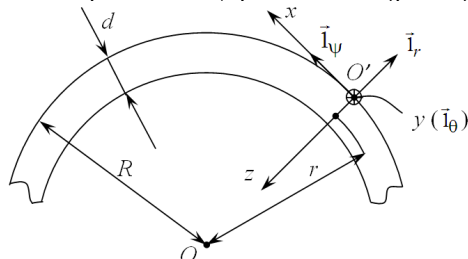


Рис. 2. Локальные декартовы координаты с началом в произвольной точке O' на внешней поверхности сферической оболочки

Тогда координата z любой точки в проводящем слое оболочки связана с радиальной сферической координатой соотношением $z = R - r$.

Используя основное допущение Г. Кадена, условие (16) и координату z , преобразуем исходное уравнение (11). В отличие от (12) его общее решение представляем в виде

$$\dot{E}_\psi(z, \theta) = f(z) \sin \theta, \quad (17)$$

где $f(z)$ – комплексная функция координаты z .

После подстановки (17) в преобразованное исходное уравнение получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - k'^2 f(z) = 0, \quad (18)$$

формально аналогичное (13), но

$$k' = \sqrt{j\omega\mu\gamma}. \quad (19)$$

Общее решение (18) известно (например, [3]):

$$f(z) = C_1 \operatorname{ch}(k'z) + C_2 \operatorname{sh}(k'z), \quad (20)$$

где C_1, C_2 – комплексные постоянные.

Видим, что формула (17) при фиксированном значении θ с учётом (20) и (19) описывает распределение \dot{E}_ψ по толщине оболочки в случае плоской волны электромагнитного поля, распространяющейся в направлении нормали к её поверхности. Проекция напряжённости магнитного поля $\dot{H}_\theta(z, \theta)$, соответствующая в плоской волне $\dot{E}_\psi(z, \theta)$, согласно уравнению (5) и формуле (20) равна

$$\begin{aligned} H_\theta(z, \theta) &= \frac{j}{\omega\mu} \sin\theta \frac{df}{dz} = \\ &= \frac{jk'}{\omega\mu} [C_1 \operatorname{sh}(k'z) + C_2 \operatorname{ch}(k'z)] \sin\theta. \end{aligned} \quad (21)$$

Рассмотрим теперь цилиндрическую проводящую оболочку неограниченной длины, помещённую в "поперечное" однородное переменное магнитное поле (рис. 3) [1]. Осевую цилиндрическую координату совмещаем с осью оболочки. При этом поля векторов электромагнитного поля являются плоскими, т. е. не зависят от этой координаты, кроме того, вектор \vec{E} имеет одну осевую проекцию E . Поэтому используем полярные координаты r, θ (рис. 3), в которых вектор \vec{H} имеет такую структуру:

$$\vec{H} \{H_r; H_\theta\}. \quad (22)$$

Рис. 3. Цилиндрическая проводящая оболочка в однородном переменном магнитном поле (x, y – декартовы координаты (в том числе локальные) с началом в точке O (O');

$\vec{i}_{r, \theta}$ – орты полярных координат)

Уравнение (8) с учётом (22) в полярных координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} \right] - \mu\gamma \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad (23)$$

а для установившегося синусоидального внешнего магнитного поля –

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{E}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial \theta^2} \right] - j\omega\mu\gamma \dot{E} = 0. \quad (24)$$

Далее, используя основное допущение Г. Кадена, условие

$$R^2 \omega\mu\gamma \gg 1, \quad (25)$$

которое несколько отличается от (16), локальные декартовы координаты x, y, z с началом в произвольной точке O' на внешней поверхности цилиндрической оболочки (рис. 3), формулу (17) для определения \dot{E} , после аналогичных преобразований уравнения (24) получаем уравнение (18) и формулы (20) и (21).

Заметим, что в случае цилиндрической оболочки коэффициент k , входящий в уравнение (13) и его общее решение (14), рассчитывается по формуле

$$k = \sqrt{j\omega\mu\gamma + 1/R^2}, \quad (26)$$

а при ориентации $\vec{H}_{\text{ен}}$ по оси y (рис. 3) в формуле для определения \dot{E} , аналогичной (12), используется $\cos\theta$ вместо $\sin\theta$ [1, с.36].

Таким образом, при выполнении условий (16), (25) и фиксированном значении θ исходные уравнения для напряжённости электрического поля в сферической и цилиндрической оболочках (11) и (24) преобразуются в уравнение плоской волны. При этом единственным ненулевым проекциям \vec{E} и \vec{H} в локальных декартовых координатах x, y, z (рис. 2,3) E_x и H_y соответствуют проекции E_ψ или E и H_θ в сферических или полярных координатах. Условия (16) и (25) будем называть условиями применимости приближения плоской волны в задачах проникновения внешнего переменного магнитного поля в тонкие проводящие оболочки с неплоскими граничными поверхностями.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭКРАНИРОВАНИЯ

Решение уравнения (7) в сферических и полярных координатах представляем в таком виде:

$$\varphi_m^{(k)}(r, \theta, t) = \left[A_k(t)r + \frac{B_k(t)}{r^s} \right] \cos\theta, \quad (27)$$

причём в случае цилиндрической оболочки $s = 1$, сферической – $s = 2$.

Коэффициенты $A_k(t), B_k(t)$, как и в аналогичной задаче для диэлектрической оболочки в импульсном электрическом поле [12, 13], являются функциями времени, причём $B_2(t) = 0, A_1(t) = (\operatorname{sign} H_{\text{ен}}) \dot{H}_{\text{ен}}(t)$. В последнем соотношении знак в правой части (множитель $\operatorname{sign} H_{\text{ен}}$) зависит от направления $\vec{H}_{\text{ен}}$ относительно координатных осей: для сферической оболочки (рис. 1) $\operatorname{sign} H_{\text{ен}} = 1$, цилиндрической – (-1) . В случае импульсного внешнего магнитного поля остальные коэффициенты решения (27) могут быть найдены при помощи интегральных преобразований Лапласа или Фурье [12, 13]. При этом необходимо использовать изображения, соответствующие формулам (17), (20), (21) и граничным условиям на поверхностях оболочки.

Для установившегося синусоидального внешнего магнитного поля

$$\dot{\varphi}_m^{(k)}(r, \theta) = \left[\dot{A}_k r + \frac{\dot{B}_k}{r^s} \right] \cos\theta, \quad (28)$$

где $\dot{B}_2 = 0; \dot{A}_1 = (\operatorname{sign} H_{\text{ен}}) \dot{H}_{\text{ен}}$; \dot{A}_k, \dot{B}_k – комплексные коэффициенты.

Решения, аналогичные (28), ранее были получены Г. Каденом (для цилиндрической оболочки нужно учесть сделанные выше замечания относительно $\cos\theta$) [11, с. 35 и 44], а также использованы для диэлектрической оболочки в электростатическом поле [14]. При помощи (28), а также соответствующих граничных условий на поверхностях оболочки мы определили коэффициенты экранирования, которые представляем в такой обобщённой форме:

$$S = \frac{\dot{H}_i}{\dot{H}_{\text{вн}}} = \left\{ \left[1 - (1 + 2^{s-1})^{-1} \frac{d}{R} \right] \text{ch}(kd) + (1 + 2^{s-1})^{-1} \left[K \left(1 - \frac{d}{R} \right) + \frac{2^{s-1}}{K} \right] \text{sh}(kd) \right\}^{-1}, \quad (29)$$

где \dot{H}_i – напряжённость магнитного поля, проникшего внутрь оболочки;

$$K = \frac{\mu_0}{\mu} kR. \quad (30)$$

Значения k в выражениях (29), (30) определяются по формулам (15) и (26).

Используя приближение плоской волны и формулы (17), (20), (21), (28), (6), граничные условия для касательных составляющих напряжённостей поля на поверхностях оболочек, мы определили коэффициенты общих решений C_1 , C_2 , \dot{B}_1 и \dot{A}_2 , а также коэффициенты экранирования S' (громоздкие выкладки опускаем). При этом оказалось, что формулы для расчёта S' отличаются от обобщённой формулы (29) только коэффициентом k' вместо k . К такому же результату приходим, последовательно используя приближение плоской волны в приближённых граничных условиях на поверхностях оболочек, позволяющих исключить из расчётной области тонкий проводящий слой [8]. В случае $\mu = \mu_0$, используя (16), (25), множитель в квадратных скобках при $\text{sh}(k'd)$ в формуле для расчёта S' можно упростить к виду $(1 - d/R) k'R$.

Формула (29) отличается от известных формул [1, с.37,45] множителями $1 - (1 + 2^{s-1})^{-1} d/R$ и $1 - d/R$. Причина их появления – использование в граничном условии для касательных составляющих напряжённости электрического поля точного значения радиальной координаты внутренней поверхности оболочек $r = R - d$ вместо приближения $r \approx R$. К формуле (29)

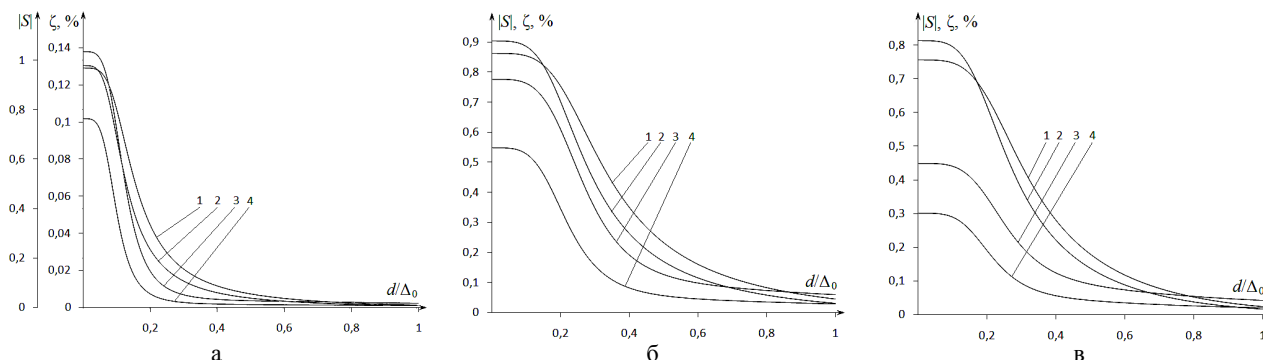


Рис. 4. Зависимости $|S|$ и ζ для сферической (кривые 1 и 3) и цилиндрической (кривые 2 и 4) оболочек от критериев подобия: а – $d/R = 0,01$, $\mu/\mu_0 = 5$; б – $d/R = 0,05$, $\mu/\mu_0 = 5$; в – $d/R = 0,05$, $\mu/\mu_0 = 10$

Значения ζ , как и следовало ожидать, меньше для цилиндрических оболочек и максимальны в области малых величин d/Δ_0 . При $\mu/\mu_0 \geq 5$ и $d/R \leq 0,05$ они менее одного процента (рис. 4, а-в, кривые 3, 4), а при $d/R = 0,1$ – менее двух процентов (рис. 5, кривые 7, 8). В случае $\mu = \mu_0$ при $d/R = 0,01$ величина $\zeta < 1\%$, а при

приводят и выкладки Г. Кадена, если в них при определении \dot{H}_r на этой поверхности вместо $1/R$ принять $1/(R-d)$. Заметим, что полученная формула переходит в известные, если в ней пренебречь величиной d/R – использовать основное допущение Г. Кадена.

ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

В правых частях условий (16) и (25) выделяем критерий подобия (приближения плоской волны)

$$R^* = R/\Delta, \quad (31)$$

где Δ – глубина проникновения электромагнитного поля [9],

$$\Delta = \sqrt{2/(\omega\mu\gamma)}. \quad (32)$$

Тогда условия (16) и (25) примут такой вид:

- для сферической оболочки – $R^{*2} \gg 1$; (33)

- для цилиндрической оболочки – $R^* \gg 1/2$; (34)

Условие применимости приближённых граничных условий М.А. Леонтовича в соответствии с их описанием [5-7] представляем так:

$$R^* \gg 1. \quad (35)$$

Сравнивая (33) – (35) видим, что в случае тонких проводящих оболочек приближение плоской волны может быть использовано при значительно меньших величинах критерия R^* . Кроме того, для цилиндрических оболочек значения R^* , допускающие рассматриваемое приближение, несколько меньше, чем для сферических.

Используя (31) и (32), можно показать, что

$$R^* = d/\Delta_0 \sqrt{2\mu/\mu_0} / (d/R), \quad (36)$$

где d/Δ_0 , d/R и μ/μ_0 – известные критерии подобия [1, 3, 4], а Δ_0 определяется по формуле (32) при $\mu = \mu_0$.

Из (36) следует, что увеличение d/Δ_0 и μ/μ_0 , а также уменьшение d/R приводит к возрастанию R^* и R^{*2} , а следовательно, согласно (33) и (34), к уменьшению погрешностей приближения плоской волны. Эти утверждения иллюстрируются кривыми рис. 4, 5 (ζ – модуль относительного расхождения $|S|$ и $|S'|$) и данными таблицы, в верхней и нижней строках которой представлены значения R^* и R^{*2} .

d/R равном 0,05 и 0,1 – достигает соответственно 3,4 (2,5)% и 6,8 (5,0)% (в скобках – значения для цилиндрических оболочек; рис. 5, кривые 3, 4). Большие расхождения для немагнитных оболочек обусловлены невыполнением условий (33) – (34).

$\frac{d}{\Delta_0}$	$\mu/\mu_0=5$			$\mu/\mu_0=10$		
	$d/R=0,01$	$d/R=0,05$	$d/R=0,1$	$d/R=0,01$	$d/R=0,05$	$d/R=0,1$
0,02	6,3	1,3	0,6	8,9	1,8	0,9
	40	1,6	0,4	80	3,2	0,8
0,06	19	3,8	1,9	26,8	5,4	2,7
	360	14,4	3,6	720	28,8	7,2
0,10	31,6	6,3	3,2	44,7	8,9	4,5
	1000	40	10	2000	80	20
0,20	63,2	12,6	6,3	89,4	17,9	8,9
	4000	160	40	8000	320	80

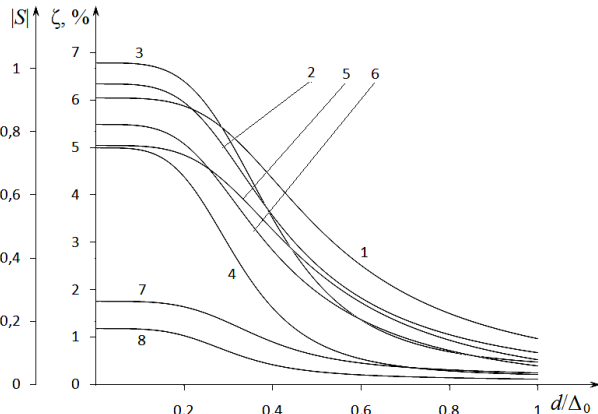


Рис. 5. Зависимости $|S|$ и ζ для сферической (кривые 1, 5 и 3, 7) и цилиндрической (кривые 2, 6 и 4, 8) оболочек от критериев подобия при $d/R=0,1$: 1–4 – $\mu/\mu_0=1$; 5–8 – $\mu/\mu_0=5$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Приближение плоской волны электромагнитного поля в задачах расчёта проникновения однородного переменного магнитного поля в тонкие цилиндрические и сферические проводящие оболочки может быть использовано при существенно меньших значениях критерия R^* , чем в приближённых граничных условиях М.А. Леонтовича, поскольку в условия этого приближения для тонких оболочек входит R^{*2} .

2. Погрешности приближения плоской волны в рассмотренных задачах при $d/R \leq 0,1$ и $\mu/\mu_0 \geq 5$ менее 2%, возрастают с увеличением толщины оболочки и уменьшением её относительной магнитной проницаемости, уменьшаются с повышением частоты синусоидального или уменьшением длительности импульсов внешнего магнитного поля. Для цилиндрических оболочек эти погрешности меньше.

3. Сделанные выводы могут быть применены и к тонким проводящим оболочкам, форма, а также структура векторов и симметрия электромагнитного поля которых приближаются к рассмотренным.

4. Учитывая, что даже в случае однородного внешнего магнитного поля касательные проекции векторов поля на граничных поверхностях оболочек изменяются по координатам, полученные условия применимости приближения плоской волны, а также оценки погрешностей могут быть использованы и для внешних магнитных полей другой структуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. – М.: Госэнергоиздат, 1957. – 328 с.
2. Витков М.Г. Проникновение импульсного магнитного поля внутрь цилиндрического экрана // Журнал технической физики. – 1965. – № 3. – С. 410-413.
3. Новгородцев А.Б., Шнеерсон Г.А. Переходные процессы и электродинамические усилия в системе соленоид – замкнутый экран // Труды Ленинградского политех. института. – 1966. – № 273. – С. 139-151.
4. Михайлов В.М. Импульсные электромагнитные поля. – Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1979. – 140 с.

5. Рытов С.М. К расчёту поглощения электромагнитных волн в трубах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1940. – № 2. – С. 176-179.
6. Рытов С.М. Расчёт скин-эффекта методом возмущений // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1940. – № 2. – С. 180-189.
7. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1964. – 384 с.
8. Жуков С.В. О граничных условиях для определения переменных магнитных полей тонких металлических оболочек // Журнал технической физики. – 1969. – № 7. – С. 1149-1154.
9. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники, т.2. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
10. Боронин В.Н., Чечурин В.Л. Расчёт электромагнитных полей на ЦВМ. Учебное пособие. – Л.: издат. Ленингр. политехн. ин-та., 1981. – 64 с.
11. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчёты электромагнитных полей. – М.: Высш. шк., 1986. – 240 с.
12. Бойко Н. И., Бондина Н.Н., Левченко Е.В., Михайлов В.М. Переходные процессы и моделирование проникновения импульсного электрического поля в биологическую клетку // Технична електродинамика. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2004. – Ч.2. – С. 7-12.
13. Бойко Н. И., Бондина Н.Н., Левченко Е.В., Михайлов В.М. Частотные характеристики проникновения импульсного электрического поля в оболочку из неидеального диэлектрика // Технична електродинамика. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч.4. – С. 13-16.
14. Смайт В. Электростатика и электродинамика. – М.: ИЛ, 1954. – 604 с.

Bibliography (transliterated): 1. Kaden G. `Elektronnymy` ekrany v vysokochastotnoj tehnike i tehnike `elektrosvyazi`. – М.-Л.: Gos`energoizdat, 1957. – 328 s. 2. Vitkov M.G. Proniknovenie impul'snogo magnitnogo polya vnutr` cilindricheskogo `ekrana // Zhurnal tehniczeskoj fiziki. – 1965. – № 3. – S. 410-413. 3. Novgorodcev A.B., Shneerson G.A. Perehodnye processy i `elektrodinamicheskie usiliya v sisteme solenoid – zamknutyj `ekran // Trudy Leningradskogo politehn. instituta. – 1966. – № 273. – S. 139-151. 4. Mihajlov V.M. Impul'snye `elektromagnitnye polya. – Harkov: Vischa shkola. Izd-vo pri Hark. un-te, 1979. – 140 s. 5. Rytov S.M. K raschetu poglosheniya `elektromagnitnyh voln v trubah // Zhurnal `eksperimental'noj i teoreticheskoj fiziki. – 1940. – № 2. – S. 176-179. 6. Rytov S.M. Raschet skin-`effekta metodom vozmushchenij // Zhurnal `eksperimental'noj i teoreticheskoj fiziki. – 1940. – № 2. – S. 180-189. 7. Nikol'skij V.V. Teoriya `elektromagnitnogo polya. – М.: Vysshaya shkola, 1964. – 384 s. 8. Zhukov S.V. O granichnyh usloviyah dlya opredeleniya peremennyh magnitnyh polej tonkih metallicheskih obolochek // Zhurnal tehniczeskoj fiziki. – 1969. – № 7. – S. 1149-1154. 9. Nejman L.R., Demirchyan K.S. Teoreticheskie osnovy `elektrotehniki, t.2. – Л.: `Energoizdat, 1981. – 416 s. 10. Boronin V.N., Chechurin V.L. Raschet `elektromagnitnyh polej na CVM. Uchebnoe posobie. – Л.: izdat. Leningr. politehn. in-ta., 1981. – 64 s. 11. Demirchyan K.S., Chechurin V.L. Mashinnye raschety `elektromagnitnyh polej. – М.: Vyssh. shk., 1986. – 240 s. 12. Bojko N. I., Bondina N.N., Levchenko E.V., Mihajlov V.M. Perehodnye processy i modelirovanie proniknoveniya impul'snogo `elektricheskogo polya v biologicheskuyu kletku // Tehnichna elektrodinamika. Tematichnij випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2004. – Ч.2. – S. 7-12. 13. Bojko N. I., Bondina N.N., Levchenko E.V., Mihajlov V.M. Chastotnye karakteristiki proniknoveniya impul'snogo `elektricheskogo polya v obolochku iz neideal'nogo di`elektrika // Tehnichna elektrodinamika. Tematichnij випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч.4. – S. 13-16. 14. Smajt V. `Elektrostatika i `elektrodinamika. – М.: IL, 1954. – 604 s.

Поступила 20.06.2011

Бондина Нина Николаевна, к.т.н., доц.,
кафедра "Вычислительная техника и программирование",
тел. (057) 707-60-19
Михайлов Валерий Михайлович, д.т.н., проф.,
кафедра "Инженерная электрофизика",
тел. (057) 707-60-52
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

N.N. Bondina, V.M. Mikhailov
About plane wave approximation in computation of electromagnetic field penetration into thin conductive shells.
Conditions of plane wave approximation validity in computation of electromagnetic field penetration into thin conductive shells with non-planar boundary surfaces are formulated. Criterial analysis of the approximation errors as compared with analytical solutions for ordinary-shape shells is made.
Key words – electromagnetic field penetration, thin conductive shell, plane wave approximation, restrictions, errors.