

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВИБРАТОРЕ С РЕАКТИВНЫМИ МАССАМИ

*Розроблено динамічну модель електромеханічних процесів у електромагнітному вібраторі з двома симетрично розташованими реактивними масами. В моделі враховуються поворотні рухи якорів електромагнітів, локальні насичення сталі та потоки розсіювання. Запропонована модель може використовуватись для розрахунків динаміки електромагнітних вібраторів з метою раціонального вибору їх параметрів при проектуванні, а також для розв'язання задач аналізу та синтезу систем автоматичного керування електромагнітними вібраторами.*

*Разработана динамическая модель электромеханических процессов в электромагнитном вибраторе с двумя симметрично расположенными реактивными массами. В модели учитываются поворотные движения якорей электромагнитов, локальные насыщения стали и потоки рассеяния. Предложенная модель может использоваться для расчетов динамики электромагнитных вибраторов с целью рационального выбора их параметров при проектировании, а также для решения задач анализа и синтеза систем автоматического управления электромагнитными вибраторами.*

### ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные вибраторы применяются в вибрационных установках для транспортировки сыпучих веществ, уплотнения бетонных смесей, ориентации деталей, сепарации и многих других технологических процессов [2]. По сравнению с центробежными вибраторами они обладают рядом преимуществ: значительно меньшее энергопотребление при работе в резонансном или околорезонансном режиме; возможность создавать вибрации с частотой более 100 Гц; возможность управлять амплитудой вибрации независимо от частоты; значительно больший рабочий ресурс; более высокая надежность [1, 2]. Поэтому моделирование электромеханических процессов в электромагнитных вибраторах с целью усовершенствования их конструкции, рационального выбора параметров, синтеза систем автоматического управления амплитудой и частотой, является актуальной задачей.

### АНАЛИЗ ПРЕДЫДУЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В работе [1] предложена конструкция электромагнитного вибратора с двумя симметрично расположенными реактивными массами, в которой за счет эффекта рычага обеспечивается большая амплитуда колебаний реактивных масс при малой амплитуде якорей электромагнитов. Преимуществом такого вибратора является высокий КПД благодаря малой величине воздушного зазора. Для описания электромеханических процессов в работе [1] используются аналитические зависимости, составленные на основании метода вероятных путей замыкания потока, аппроксимации кривой намагничивания стали, законов Кирхгофа для магнитных цепей и формулы Максвелла для вычисления электромагнитной силы. При этом не учитываются угловые перемещения якорей электромагнитов, потоки рассеяния и локальные насыщения стали. Это не позволяет обеспечить достаточную точность расчета при моделировании.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной работы является создание динамической модели, обеспечивающей высокую точность расчета электромеханических процессов в электромагнитном вибраторе с двумя симметрично расположенными реактивными массами.

### МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для описания механических процессов в колебательной системе с электромагнитным вибратором

примем следующие допущения:

– колебательная система симметрична, поэтому можно рассматривать только ее половину: один электромагнит, одну реактивную массу и половину массы рабочего органа (рис. 1);

– угол поворота якоря  $\alpha$  принимает настолько малые значения, что

$$\operatorname{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha) \approx \alpha. \quad (1)$$

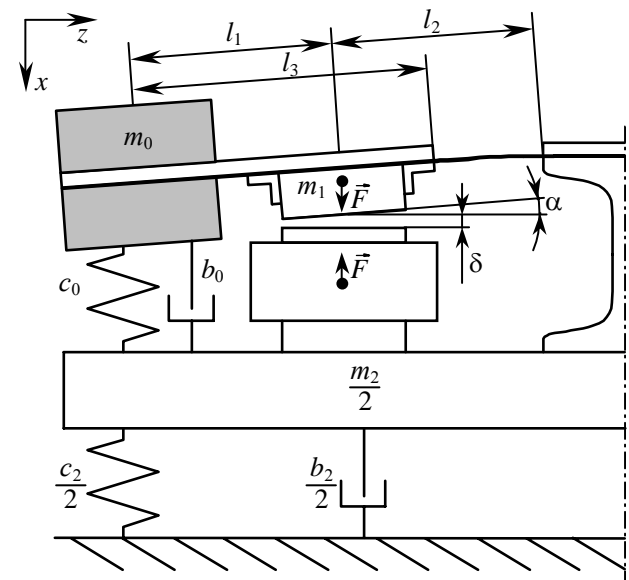


Рис. 1. Схема колебательной системы с электромагнитным вибратором

Динамика колебательной системы может быть описана следующими дифференциальными уравнениями:

$$m_0 A_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + b_0 A_0 \frac{dx_0}{dt} + (c_0 A_0 - 1)x_0(t) + \quad ; \quad (2)$$

$$+ m_1 A_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} - b_0 A_0 \frac{dx_2}{dt} - (c_0 A_0 - 1)x_2(t) = A_1 F(t)$$

$$m_0 A_2 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + b_0 A_2 \frac{dx_0}{dt} + c_0 A_2 x_0(t) + m_1 A_3 \frac{d^2 x_1}{dt^2} - \quad (3)$$

$$- x_1(t) - b_0 A_2 \frac{dx_2}{dt} - (c_0 A_2 - 1)x_2(t) = A_3 F(t);$$

$$m_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \frac{1}{2} m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \frac{1}{2} b_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{1}{2} c_2 x_2(t) = 0, \quad (4)$$

где  $m_0$  – реактивная масса;  $m_1$  – масса якоря электромагнита с креплениями;  $m_2$  – масса рабочего органа с обрабатываемым материалом;  $c_0$  и  $b_0$  – соответственно жесткость и коэффициент потерь подвеса реактивной массы;  $c_2$  и  $b_2$  – соответственно жесткость и коэффициент потерь подвеса рабочего органа;  $x_0, x_1, x_2$  – координаты перемещения реактивной массы, якоря и рабочего органа соответственно;  $F$  – сила, создаваемая электромагнитом;  $A_0, A_1, A_2, A_3$  – коэффициенты, характеризующие упругие свойства системы "рычаг – упругая пластина".

Коэффициенты  $A_0, A_1, A_2, A_3$  рассчитываются следующим образом:

$$A_0 = \frac{l_3^3 - (l_1 + l_2)^3}{3EJ}; \quad A_1 = \frac{l_1 \cdot (l_1^2 - 3(l_2^2 + l_3^2)) + 2(l_3^3 - l_2^3)}{6EJ};$$

$$A_2 = -\frac{l_2^2 \cdot (3l_1 + 2l_2)}{6EJ}; \quad A_3 = -\frac{l_3^3}{3EJ} \quad \text{при } l_3 \leq l_1;$$

$$A_2 = A_1; \quad A_3 = \frac{(l_3 - l_1)^3 - l_2^3}{3EJ} \quad \text{при } l_3 > l_1,$$

где  $l_1$  – расстояние между центрами тяжести реактивной массы и якоря;  $l_2$  – расстояние между центром тяжести якоря и точкой крепления упругой пластины к стойке;  $l_3$  – расстояние между центром тяжести реактивной массы и точкой крепления рычага к упругой пластине (рис. 1);  $E$  – модуль упругости;  $J$  – момент инерции сечения пластины.

Преобразовав уравнения (2) – (4) по Лапласу и решив их совместно относительно  $x_0, x_1, x_2$ , получим следующие соотношения:

$$x_0(p) = W_{x0}(p)F(p); \quad (5)$$

$$x_1(p) = W_{x1}(p)F(p); \quad (6)$$

$$x_2(p) = W_{x2}(p)F(p), \quad (7)$$

где  $W_{x0}(p)$ ;  $W_{x1}(p)$  и  $W_{x2}(p)$  – передаточные функции, описывающие связь между приложенной силой и координатами перемещения. Для рассматриваемой динамической схемы данные функции имеют следующий вид:

$$W_{x0}(p) = \frac{N_{0,3}p^3 + N_{0,2}p^2 + N_{0,1}p + N_{0,0}}{D_6p^6 + D_5p^5 + D_4p^4 + D_3p^3 + D_2p^2 + D_1p + D_0};$$

$$W_{x1}(p) = \frac{N_{1,4}p^4 + N_{1,3}p^3 + N_{1,2}p^2 + N_{1,1}p + N_{1,0}}{D_6p^6 + D_5p^5 + D_4p^4 + D_3p^3 + D_2p^2 + D_1p + D_0};$$

$$W_{x2}(p) = \frac{N_{2,4}p^4 + N_{2,3}p^3 + N_{2,2}p^2}{D_6p^6 + D_5p^5 + D_4p^4 + D_3p^3 + D_2p^2 + D_1p + D_0},$$

где

$$N_{0,0} = -c_2 A_1; \quad N_{0,1} = -b_2 A_1;$$

$$N_{0,2} = m_1 \cdot (c_0 \cdot (A_1 A_2 - A_0 A_3) - A_1 + A_3) - m_2 A_1;$$

$$N_{0,3} = m_1 b_0 \cdot (A_1 A_2 - A_0 A_3);$$

$$N_{1,0} = c_0 c_2 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2) - c_2 A_3;$$

$$N_{1,1} = (b_0 c_2 + b_2 c_0) (A_0 A_3 - A_1 A_2) - b_2 A_3;$$

$$N_{1,2} = m_0 \cdot ((c_0 + c_2) (A_0 A_3 - A_1 A_2) + A_1 - A_3) +$$

$$+ m_2 \cdot (c_0 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2) - A_3) + b_0 b_2 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2);$$

$$N_{1,3} = m_0 \cdot (b_0 + b_2) (A_0 A_3 - A_1 A_2) +$$

$$+ m_2 b_0 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2); \quad N_{1,4} = m_2 m_0 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2);$$

$$N_{2,2} = m_1 c_0 \cdot (A_1 A_2 - A_0 A_3) + m_0 A_1 + m_1 A_3;$$

$$N_{2,3} = m_1 b_0 \cdot (A_1 A_2 - A_0 A_3);$$

$$N_{2,4} = m_0 m_1 \cdot (A_1 A_2 - A_0 A_3);$$

$$D_0 = c_2 \cdot (1 - c_0 A_0); \quad D_1 = b_2 - A_0 \cdot (b_0 c_2 + b_2 c_0);$$

$$D_2 = m_1 \cdot (1 - c_0 A_0 - c_2 A_3 + c_0 c_2 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2)) +$$

$$+ m_0 \cdot (1 - A_0 \cdot (c_0 + c_2)) + m_2 \cdot (1 - c_0 A_0) - b_0 b_2 A_0;$$

$$D_3 = -m_1 \cdot (b_0 \cdot (A_0 - c_2 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2))) +$$

$$+ b_2 \cdot (A_3 - c_0 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2)) - m_0 A_0 \cdot (b_0 + b_2) - m_2 b_0 A_0;$$

$$D_4 = m_1 \cdot (m_0 \cdot (A_1 + A_2 - A_0 - A_3) + (A_0 A_3 - A_1 A_2) \times$$

$$\times (m_0 \cdot (c_0 + c_2) + m_2 c_0 + b_0 b_2) - m_2 A_3) - m_0 m_2 A_0;$$

$$D_5 = m_1 \cdot (m_2 b_0 + m_0 \cdot (b_0 + b_2)) (A_0 A_3 - A_1 A_2);$$

$$D_6 = m_0 m_1 m_2 \cdot (A_0 A_3 - A_1 A_2).$$

Для определения угла поворота якоря  $\alpha$ , согласно приведенной в [4] методике составим уравнение изогнутой линии упругой пластины:

$$x(z) = \frac{F - F_{p0} - F_{p1}}{6EJ} z^3 - \frac{F - F_{p1}}{2EJ} l_1 z^2 - \frac{(F - F_{p1})(l_2 - l_1) - F_{p0} \cdot (l_1 + l_2)}{2EJ} (l_1 + l_2) z + \frac{(F - F_{p1})(2l_2 - l_1) - 2F_{p0} \cdot (l_1 + l_2)}{6EJ} (l_1 + l_2)^2$$

где  $F_{p0}$  и  $F_{p1}$  – силы реакции соответственно реактивной массы и массы якоря. Учитывая (1), найдем  $\alpha$  как частную производную  $\partial x / \partial z$  при  $z = l_3$ :

$$\alpha \approx \left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_{z=l_3} = (F - F_{p1}) \frac{l_3^2 - 2l_1 l_3 + l_1^2 - l_2^2}{2EJ} + F_{p0} \frac{(l_1 + l_2)^2 - l_3^2}{2EJ}. \quad (8)$$

Мгновенные значения сил реакции определяются следующими уравнениями:

$$F_{p0}(t) = m_0 \frac{d^2 x_0}{dt^2} + b_0 \left( \frac{dx_0}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + c_0 (x_0(t) - x_2(t)); \quad (9)$$

$$F_{p1}(t) = m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2}. \quad (10)$$

Преобразуем (9) и (10) по Лапласу и подставим (5) – (6) в полученные уравнения:

$$F_{p0}(p) = W_{p0}(p)F(p); \quad (11)$$

$$F_{p1}(p) = W_{p1}(p)F(p), \quad (12)$$

где

$$W_{p0}(p) = \frac{N_{3,4}p^4 + N_{3,3}p^3 + N_{3,2}p^2 + N_{3,1}p + N_{3,0}}{D_6p^6 + D_5p^5 + D_4p^4 + D_3p^3 + D_2p^2 + D_1p + D_0};$$

$$W_{p1}(p) = W_{x1}(p) m_1 p^2;$$

$$N_{3,0} = c_0 N_{0,0}; \quad N_{3,1} = b_0 N_{0,0} + c_0 N_{0,1};$$

$$N_{3,2} = m_0 N_{0,0} + b_0 N_{0,1} + c_0 \cdot (N_{0,2} - N_{2,2});$$

$$N_{3,3} = m_0 N_{0,1} + b_0 \cdot (N_{0,2} - N_{2,2}) + c_0 \cdot (N_{0,3} - N_{2,3});$$

$$N_{3,4} = m_0 N_{0,2} + b_0 \cdot (N_{0,3} - N_{2,3}) - c_0 N_{2,4}.$$

Уравнения (5) – (8), (11) и (12) описывают динамическую зависимость координат перемещения подвижных масс  $x_0, x_1, x_2$  и угла поворота якоря  $\alpha$  от электромагнитной силы  $F$ . Последняя, в свою очередь, зависит от трех переменных величин: МДС обмотки  $IW$ , величины воздушного зазора  $\delta$  и угла наклона якоря  $\alpha$ . МДС обмотки:

$$IW(t) = \frac{W}{R} \left( U(t) - \frac{d\psi}{dt} \right), \quad (13)$$

где  $R$  и  $W$  – активное сопротивление и число витков обмотки;  $U$  – входное напряжение;  $\psi = W\Phi_{cp}$  – потокосцепление;  $\Phi_{cp}$  – средний магнитный поток, проходящий через обмотку [5]. Величина воздушного зазора:

$$\delta(t) = \delta_0 + x_1(t) - x_0(t), \quad (14)$$

где  $\delta_0$  – величина зазора в положении равновесия.

Средний магнитный поток  $\Phi_{cp}$  также зависит от  $IW, \delta$  и  $\alpha$ . Для решения уравнений динамики колебаний необходимо, чтобы функции  $F(IW, \delta, \alpha)$  и  $\Phi_{cp}(IW, \delta, \alpha)$  были заданы аналитическими зависимостями. В то же время, для точного определения  $F$  и  $\Phi_{cp}$  необходим численный расчет магнитного поля. В подобных случаях обычно применяется следующий подход [3]: задается ряд значений варьируемых параметров (в данном случае  $IW, \delta$  и  $\alpha$ ), для каждой комбинации которых в статике с помощью одного из численных методов рассчитываются значения  $F$  и  $\Phi_{cp}$ ; затем полученные массивы значений интерполируются и используются при расчете динамики. Использование такого подхода позволит создать динамическую модель, наиболее точно описывающую электромагнитные процессы в электромагнитном вибраторе.

Для расчета магнитного поля будем использовать метод конечных элементов, реализованный в программе "Maxwell". Расчетная модель электромагнита приведена на рис. 2.

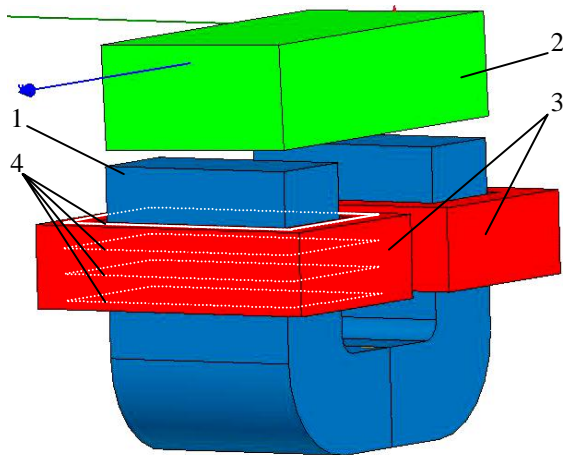


Рис. 2. Модель для расчета магнитного поля в программе "Maxwell": 1 – сердечник электромагнита; 2 – якорь; 3 – двухсекционная обмотка; 4 – контуры для расчета среднего магнитного потока

С помощью данной программы при варьировании величинами  $IW, \delta$  и  $\alpha$  были определены значения силы  $F$  и магнитных потоков  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ , проходящих через контуры среднего витка обмотки на разных уровнях (рис. 2), где  $n$  – число контуров. Поток  $\Phi_{cp}$  определялся как среднее арифметическое потоков  $\Phi_i$ :

$$\Phi_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_i.$$

На основании полученных массивов значений  $\Phi_{cp}(IW, \delta, \alpha)$  и  $F(IW, \delta, \alpha)$ , а также уравнений (5) – (8), (11) – (14) была создана динамическая модель электромагнитного вибратора в программе "Simulink" (рис. 3). Интерполяция функций  $\Phi_{cp}(IW, \delta, \alpha)$  и  $F(IW, \delta, \alpha)$  в данной модели осуществляется с помощью кубических сплайнов в блоках "Magnetic flux" и "Magnetic force".

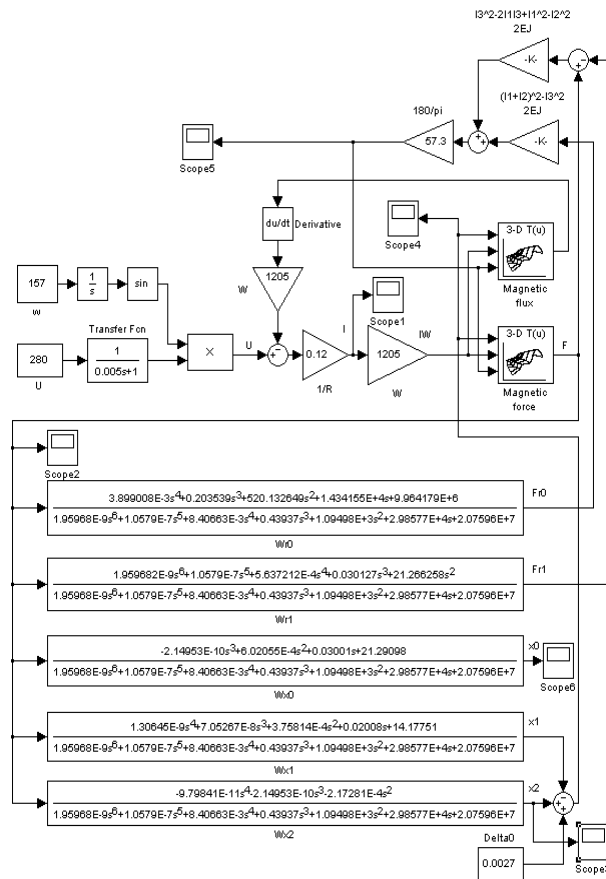


Рис. 3. Динамическая модель электромагнитного вибратора в программе "Simulink"

На рис. 4 приведены временные диаграммы, полученные с помощью разработанной динамической модели. Входным сигналом является синусоидальное напряжение амплитудой 280 В и частотой 25 Гц, которое подается на обмотки электромагнитного вибратора. Сравнительный анализ результатов расчета, полученных с помощью разработанной модели, и результатов, полученных с помощью приближенных методов расчета [1], показал существенное отличие: от 5 % до 40 % для разных значений параметров вибратора.

Следует также отметить, что несмотря на малые значения угла поворота якоря ( $\alpha < 1,5^\circ$ ), данная величина оказывает существенное влияние на электромагнитные процессы, что было обнаружено при сравнении результатов расчетов с помощью разработанной динамической модели и модели, не учитывающей поворотные движения якоря электромагнита. Расхождение результатов при определенных значениях параметров достигает 20 %.

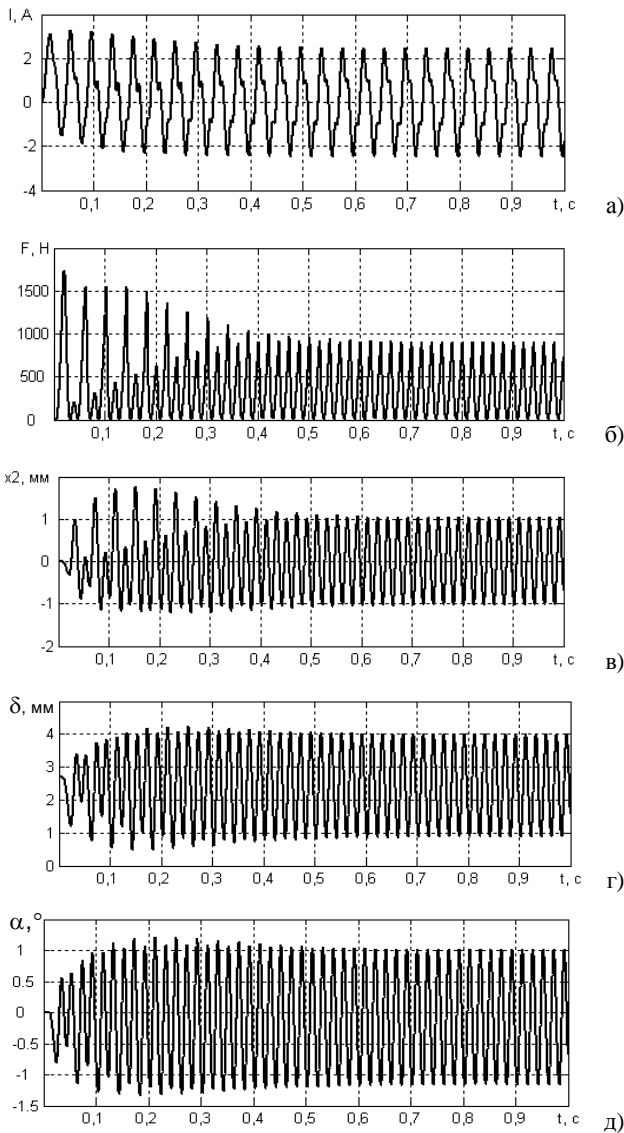


Рис. 4. Временные диаграммы: а – ток; б – электромагнитная сила; в – перемещение рабочего органа; г – величина воздушного зазора; д – угол поворота якоря

### ВЫВОДЫ

При моделировании электромеханических процессов в электромагнитном вибраторе с двумя симметрично расположенными реактивными массами необходимо учитывать локальные насыщения стали, потоки рассеяния, а также поворотные колебания якорей электромагнитов.

Разработанная динамическая модель учитывает данные явления и поэтому обеспечивает высокую точность расчетов электромеханических процессов в электромагнитном вибраторе.

Предложенная динамическая модель будет использована при проектировании электромагнитных вибраторов с реактивными массами, а также в дальнейших научных исследованиях, направленных на решение задачи оптимизации параметров электромагнитных вибраторов и задач анализа и синтеза систем автоматического управления частотой и амплитудой создаваемой вибрации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуров А.П., Черно А.А. Энергосберегающий вибрационный привод на основе электромагнитного вибратора с реактивными массами // Вісник Кременчуцького державного університету ім. М. Остроградського. – 2010. – Вип. 3, ч.2. – С. 86-89.
2. Ланець О.С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 324 с.
3. Милых В.И., Ткаченко С.В. Математическое обеспечение численного анализа импульсного возбуждения линейного электродвигателя с двухпараметрической функцией магнитного потокосцепления // Вісник Кременчуцького державного університету ім. М. Остроградського. – 2010. – Вип. 3, ч. 2. – С. 70-73.
4. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
5. Черно А.А., Гуров А.П., Минчула А.С., Безверхний Д.Л. Моделирование электромеханических процессов в энергосберегающих электромагнитных приводах вибрационных установок // Электротехнические и компьютерные системы. – 2011. – № 3 (79). – С. 397-399.

**Bibliography (transliterated):** 1. Gurov A.P., Cherny A.A. `Energoberegayushchij vibratsionnyj privod na osnove `elektromagnitnogo vibratora s reaktivnymi massami // Visnik Kremenchuc'kogo derzhavnogo universitetu im. M. Ostrogradsk'ogo. - 2010. - Vip. 3, ch.2. - S. 86-89. 2. Lanec' O.S. Visokoeffektivni mizhrezonansni vibratsijni mashini z elektromagnitnim privodom (Teoretichni osnovi ta praktika stvorennja): Monografiya. - L'viv: Vidavnicтво Nacional'nogo universitetu "Lvivska politehnika", 2008. - 324 s. 3. Milyh V.I., Tkachenko S.V. Matematicheskoe obespechenie chislennogo analiza impul'snogo vzbuzhdenija linejnogo `elektrodvigatelya s dvuhparametricheskoj funkciej magnitnogo potokoscepleniya // Visnik Kremenchuc'kogo derzhavnogo universitetu im. M. Ostrogradsk'ogo. - 2010. - Vip. 3, ch.2. - S. 70-73. 4. Spravochnik po soprotivleniju materialov / Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. - Kiev: Nauk. dumka, 1988. - 736 s. 5. Cherny A.A., Gurov A.P., Minchula A.S., Bezverhnyj D.L. Modelirovanie `elektromehaničeskikh processov v `energoberegayuschih `elektromagnitnyh privodah vibratsionnyh ustanovok // `Elektrotehnicheskie i komp'yuternye sistemy. - 2011. - № 3 (79). - S. 397-399.

Поступила 23.09.2011

Черно Александр Александрович, к.т.н., доц.

Гуров Анатолий Петрович, к.т.н., проф.

Минчула Александр Сергеевич

Безверхний Дмитрий Леонидович

Национальный университет кораблестроения

им. Адмирала Макарова

кафедра компьютеризованных систем управления

54025, Николаев, просп. Героев Сталинграда 9

тел. (068) 267-34-28, e-mail: AlexTcherny@yandex.ru

Tcherny A.A., Gurov A.P., Minchula A.S., Bezverhnyj D.L.

### A dynamic model of electromechanical processes in an electromagnetic vibrator with reactive masses.

A dynamic model of electromechanical processes in an electromagnetic vibrator with two symmetrically located reactive masses has been worked out. The model takes into account rotary motion of the electromagnet armatures, local saturation of the steel, and leakage fluxes. The model introduced can be used for computation of electromagnetic vibrators dynamics with the purpose of a rational choice of their parameters at designing and also for analysis and synthesis of electromagnetic vibrator automatic control systems.

**Key words** – dynamic model, electromechanical processes, electromagnetic vibrator.