

## МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ ВІБРОПЛОЩАДКИ ДЛЯ УЩІЛЬНЕННЯ БЕТОННОЇ СУМІШІ З ЛІНІЙНИМ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИМ ДВИГУНОМ

*Розроблено Simulink-модель коливальної двомасової системи "лінійний двигун-віброплощадка". В якості вібратора розглядається лінійний двигун із постійними магнітами. Досліджено резонансні властивості цієї системи та ефективність енергоперетворення.*

*Разработана Simulink-модель двухмассовой системы "линейный двигатель – виброплощадка". В качестве вибратора используется линейный двигатель с постоянными магнитами. Исследованы резонансные свойства системы и эффективность энергопреобразования.*

### ВСТУП

Під час вкладання бетонної суміші з метою витіснення повітря та більш компактного розміщення складових застосовують її ущільнення. На заводах залізобетонних виробів ущільнення найчастіше виконують шляхом вібрування на віброплощадках з вертикально направленими гармонічними коливаннями [1]. Від якості ущільнення залежить міцність та довговічність виробів. Коливальний рух площадки також необхідно здійснювати для віброзмішування бетонної суміші. При цьому для збудження коливань, як правило, використовують дебалансні пристрої. Однак, у випадку великої амплітуди коливань площадки (1-5 см) та необхідності здійснення керування рухом за складним законом, в якості приводу коливального руху можливо використовувати лінійні двигуни з постійними магнітами.

Відомо, що електричні лінійні двигуни (ЛД) досить широко використовуються у якості приводів компресорів, насосів, виконавчих механізмів, вібраторів, електроінструменту та інших механізмів, що передбачають лінійне чи зворотно-поступальне переміщення робочого органу [2]. На сьогоднішній день вони є альтернативою традиційним приводам на основі двигунів обертання з передачами, що перетворюють обертальний рух в прямолінійний. До їх переваг відносяться відсутність механічних передач, низький рівень шуму, висока надійність та покращена керованість.

Ефективна робота ЛД, як складової частини часто досить складної електромеханічної системи, багато в чому залежить від раціонально підібраних головних розмірів машини, параметрів обмоток та інших чинників, що в подальшому зумовлять ті чи інші робочі й електромеханічні характеристики та взаємодію двигуна з робочим органом. Як правило, таку інформацію можна отримати на підставі експериментальних досліджень, тобто вже після того, як буде побудована фізична модель і змінювати щось уже складно. Натомість, проведення досліджень за допомогою комп'ютерних моделей, значно зменшує вартість проектних робіт, спрощує процес отримання необхідних характеристик, а також дозволяє провести, за необхідності, їх оптимізацію.

Типова конструкція площадки для віброущільнення (віброзмішування) бетонної суміші наведена на рис. 1,а і містить лінійний двигун 1, плат-

форму із сумішшю 2, що закріплена на пружних елементах 3. На рис. 1,б наведена еквівалентна схема коливальної механічної системи, яка містить дві маси – ярір двигуна та площадку.

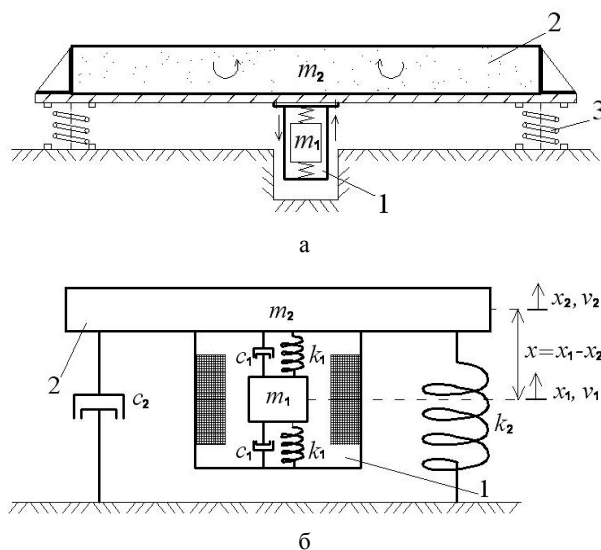


Рис. 1. Віброплощадка для ущільнення або змішування бетонної суміші (а) та еквівалентна двомасова коливальна система (б)

Математичну модель лінійного двигуна зворотно-поступального руху (вібратора), а також основні підходи для отримання його характеристик та параметрів представлено в роботах [3-5]. Метою даної роботи є розробка комп'ютерної моделі системи "лінійний двигун-віброплощадка", дослідження її резонансних властивостей та ефективності енергоперетворення.

### КОНСТРУКЦІЯ ЛІНІЙНОГО ДВИГУНА КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ

Конструкція ЛД з безпазовою структурою статора [6] представлена на рис. 2. Двигун складається зі сталевого циліндричного корпусу 1 в якому жорстко закріплений магнітопровід 2 статора з обмоткою 3. Рухома частина (якір) містить постійні магніти 4, намагнічені у аксіальному напрямку та сталеві концентратори (полюси) 5, закріплені на немагнітному стрижні 6. Якір двигуна з'єднується із статором через циліндричні гвинтові пружини 7 і має можливість переміщатися в осьовому напрямку.

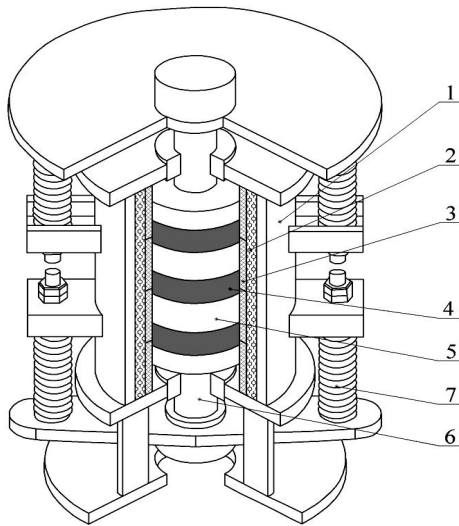


Рис. 2. Загальний вигляд ЛД зворотно-поступального руху

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛІНІЙНОГО ДВИГУНА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ

В загальному випадку рівняння електричної рівноваги обмотки статора двигуна можна представити у вигляді

$$u = iR_s + \frac{d\Psi(x, i)}{dt}, \quad (1)$$

де  $u$  – напруга живлення;  $i$  – струм в обмотці статора;  $R_s$  – активний опір обмотки статора;  $\Psi(x, i)$  – потокозчеплення обмотки в залежності від положення якоря та струму в обмотці.

Для спрощення будемо вважати, що магнітопровід ненасичений, тоді потокозчеплення визначиться

$$\Psi(x, i) = \Psi_{pm}(x) + L(x)i, \quad (2)$$

де  $\Psi_{pm}(x)$  – потокозчеплення, що створюється постійними магнітами і яке залежить тільки від положення якоря;  $L(x)$  – індуктивність обмотки в залежності від положення якоря,  $x$  – положення якоря,  $i$  – миттєве значення струму обмотки статора.

В рівнянні (2) індуктивність та потокозчеплення є періодичними функціями положення якоря  $x$ . Враховуючи, що амплітуда коливання якоря  $X_m$  не перевищує половини полюсної поділки  $\tau/2$ , вищезгадані залежності можна з достатнім наближенням представити синусоїдними функціями.

Регулюванням пружин 7 (рис. 1), осі котушок обмотки статора суміщають з осями полюсів 5. Таким чином досягається механічна та магнітна симетрія машини. При цьому коливання якоря відбуваються відносно положення механічної рівноваги.

Якщо прийняти за початок координат осі  $x$  середину однієї з котушок статора (положення  $x = 0$  позначене на рис. 3), то залежності потокозчеплення та індуктивності обмотки статора від положення якоря ЛД запишуться в наступному вигляді [5]:

$$\Psi_{pm}(x) = \Psi_m \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x\right); \quad (3)$$

$$L(x) = L_0 + L_m \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}x\right), \quad (4)$$

де  $\Psi_m$  – амплітудне значення потокозчеплення;

$L_0, L_m$  – відповідно середнє та амплітудне значення індуктивності обмотки статора;  $\tau$  – полюсна поділка.

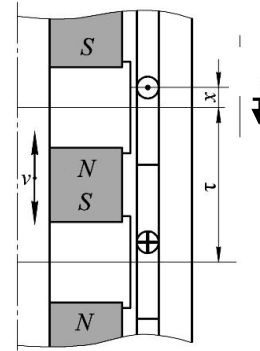


Рис. 3. Схематичне зображення пари полюсів ЛД

Рівняння (1-4) доповнимо системою рівнянь рівноваги сил, прийнявши наступні припущення: площадка з бетонною сумішшю являє собою абсолютно жорстке тіло; переміщення якоря та платформи можливе тільки у вертикальному напрямку; корпус вібратора жорстко з'єднується з віброплощадкою. Для випадку двомасової механічної системи (див. рис. 1,б) рівняння руху кожної маси матимуть наступний вигляд:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k_1 x_1 + c_1 \frac{dx_1}{dt} + F_c \text{sign} \frac{dx_1}{dt} = F_e; \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} - k_1 x_1 - c_1 \frac{dx_1}{dt} - F_c \text{sign} \frac{dx_1}{dt} - F_e + \\ + k_2 x_2 + c_2 \frac{dx_2}{dt} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де  $m_1$  – маса якоря;  $x_1$  – абсолютне переміщення якоря;  $k_1$  – коефіцієнт жорсткості пружин вібратора;  $x = x_1 - x_2$  – переміщення якоря відносно статора;  $c_1$  – коефіцієнт в'язкого демпфування вібратора;  $F_c$  – сила сухого тертя;  $F_e$  – електромагнітна сила;  $m_2$  – маса віброплощадки з бетонною сумішшю та вібратором;  $x_2$  – переміщення віброплощадки;  $k_2$  – коефіцієнт жорсткості пружин віброплощадки;  $c_2$  – коефіцієнт в'язкого демпфування віброплощадки.

Величину миттєвого значення електромагнітної сили при даному миттєвому значенні струму і потокозчеплення можна визначити як похідну магнітної енергії двигуна  $W_m$  за переміщенням якоря [7]

$$F_e = \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{i=\text{const}} = \frac{d\Psi_{pm}}{dx} i + \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2. \quad (6)$$

З виразів (3, 4):

$$\frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx} = \frac{\Psi_m \pi}{\tau} \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x\right); \quad (7)$$

$$\frac{dL(x)}{dx} = -\frac{2L_m \pi}{\tau} \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}x\right), \quad (8)$$

отже електромагнітна сила запишеться у вигляді

$$F_e = \frac{\Psi_m \pi}{\tau} i \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x\right) - \frac{L_m \pi}{\tau} i^2 \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}x\right). \quad (9)$$

Для визначення величин  $\Psi_m, L_0$  та  $L_m$ , що входять до рівнянь (1-9), проводилось вирішення польової задачі розрахунку магнітного поля в активній зоні ЛД.

## РОЗРАХУНОК МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Чисельний розрахунок магнітного поля двигуна виконувався методом скінченних елементів за допомогою програми Comsol [8]. Задача вирішувалась як осесиметрична, в циліндричній системі координат, в площині  $roz$  для векторного потенціалу  $A$ , що має єдину  $\phi$ -компоненту  $-A = (0, A_\phi, 0)$ , в магнітостатичному наближенні.

На рис. 4 представлено розподіл в осьовому перерізі ЛД розрахункових значень векторного потенціалу (ізолінії) і значення модуля магнітної індукції  $B_{norm}$  (затемненням) при струмовому навантаженні  $i = 2,5$  А в положенні якоря  $x = 0$ .

Потокозчеплення обмотки двигуна, що має чотири послідовно з'єднані котушки можна визначити за наступним виразом

$$\Psi = \sum_{n=1}^{n=4} \frac{w}{S_n} \int 2\pi r A_\phi dS_n, \quad (10)$$

де  $w$  – кількість витків котушки;  $S$  – площа перерізу котушки.

За допомогою цього виразу спочатку розраховувалось значення  $\Psi_{pm}(x)$  при різних положеннях якоря  $x = var$ , поклавши при цьому струм  $i = 0$ . Далі, задавши довільним значенням струму, визначалась залежність  $\Psi(x, i)$  при  $x = var, i = const$ .

Тоді, з виразу (2) індуктивність обмотки двигуна  $L(x)$  дорівнює

$$L(x) = \frac{\Psi(x, i) - \Psi_{pm}(x)}{i}. \quad (11)$$

За результатами розрахунків були отримані наступні значення потокозчеплення та індуктивностей:  $\Psi_m = 2,35$  Вб;  $L_0 = 0,071$  Гн;  $L_m = 0,0035$  Гн, що в подальшому використовувались при створенні Simulink-моделі двигуна.

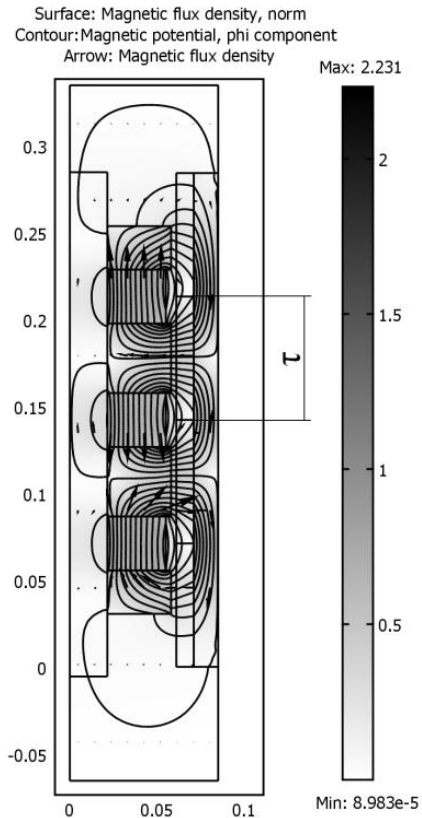


Рис. 4. Розподіл магнітного поля в активній зоні ЛД

## SIMULINK-МОДЕЛЬ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ "ЛІНІЙНИЙ ДВИГУН-ВІБРОПЛОЩАДКА"

Для дослідження механічних властивостей системи "лінійний двигун-віброплощадка" було розроблено її модель в середовищі Matlab/Simulink [9], що показана на рис. 5.

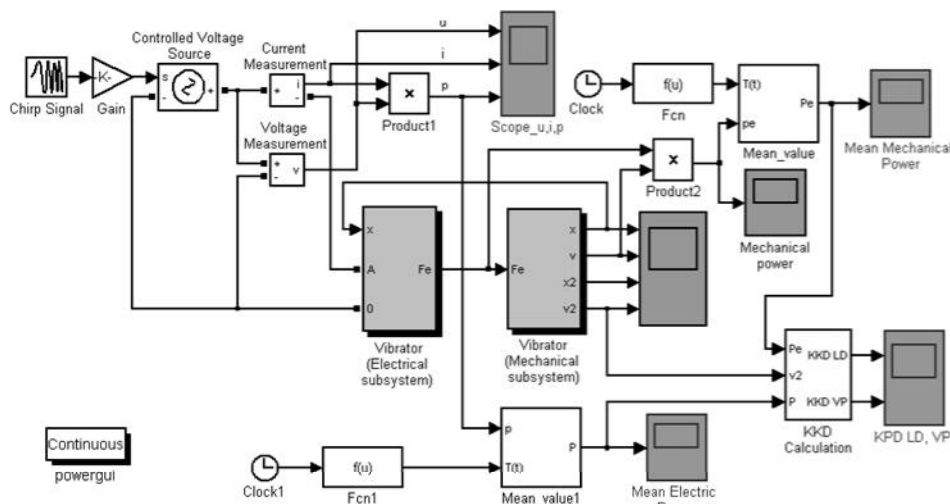


Рис. 5. Simulink-модель системи "лінійний двигун-віброплощадка"

Живлення двигуна здійснюється від керованого джерела синусоїдної напруги  $u(t) = U_m \sin \omega t$ , кутова частота якого з часом повільно зростає від 1 Гц до 50 Гц. Саме за таким законом зміни напруги доцільно досліджувати резонансні властивості системи.

Блок [Vibrator Electrical subsystem] реалізує віртуальну модель електричної частини вібратора, що описується рівняннями (1), (2) а блок [Vibrator Mechanical subsystem] реалізує віртуальну модель механічної складової вібратора – здійснює чисельне інтегрування системи рівнянь (5).

Вхідними сигналами електричного блоку є положення якоря  $x$  та напруга живлення  $u$ , а механічного блоку – значення електромагнітної сили, що діє на якір двигуна.

### РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

Розрахунки проводилися для наступних параметрів:  $m_1 = 77$  кг;  $c_1 = 1350$  кг/с;  $k_1 = 0,687e+6$  Н·м;  $m_2 = 200$  кг;  $c_2 = 7500$  кг/с;  $k_2 = 1,97e+6$  Н·м;  $F_c = 15$  Н;  $R = 5$  Ом;  $\tau = 0,071$  м. Зазначимо, що всі механічні параметри для маси  $m_2$  (див. рис. 1,б) є еквівалентними та враховують параметри бетонної суміші.

Резонансні характеристики системи наведені на рис. 6 звідки видно, що при заданих значеннях параметрів існує дві резонансні частоти, при яких амплітуди переміщення якоря двигуна і площадки з бетонною сумішшю набувають максимальних значень. На частоті першого резонансу ( $f_1 = 11,8$  Гц) амплітуда коливань якоря дорівнює 3,95 мм, а швидкість – 0,292 м/с. На частоті другого резонансу ( $f_2 = 26,6$  Гц) амплітуда коливань якоря є дещо меншою 3,25 мм, проте швидкість внаслідок зростання частоти значно більша – 0,54 м/с.

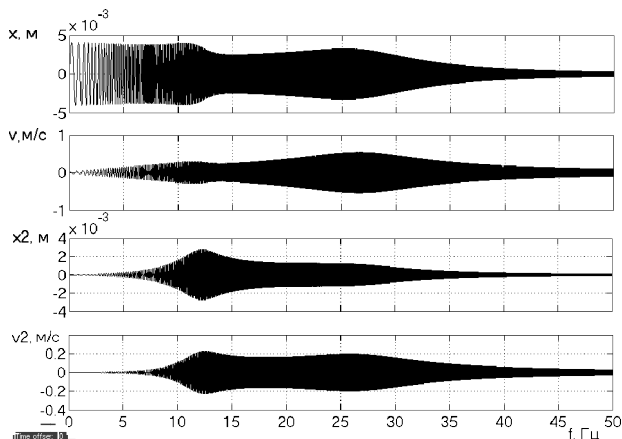


Рис. 6. Осцилограми переміщення якоря  $x$ , швидкості якоря  $v$ , переміщення площадки  $x_2$ , швидкості площадки  $v_2$  в залежності від частоти джерела живлення двигуна

При першому резонансі амплітуда коливання площадки з бетонною сумішшю дорівнює 2,76 мм, а швидкість 0,225 м/с. Для другого резонансу амплітуда становить 1,23 мм, швидкість 0,197 м/с.

На рис. 7 показані напруга на вході  $u(t)$ , струм  $i(t)$  та електрична потужність  $p = u \cdot i$  двигуна. Із рисунку видно, що амплітуда напруги є незмінною, а частота монотонно зростає. Значення струму та потужності за низької частоти великі внаслідок незначного реактивного опору обмотки статора. Це, очевидно, призводить до великих електричних втрат.

Важливою характеристикою системи є миттєва механічна потужність двигуна  $p_{mec}$ , яка дорівнює добутку електромагнітної сили на швидкість переміщення якоря  $x$ . Ця характеристика наведена на рис. 8 і має вигляд синусоїди зі зміною амплітудою, що залежить від частоти джерела живлення. Із рисунку видно, що при першому резонансі ( $f_1 = 11,8$  Гц) максимальне значення миттєвої потужності складає 778,4 Вт, другий резонанс ( $f_2 = 26,6$  Гц) ілюструє вищі показники – 1091,5 Вт.

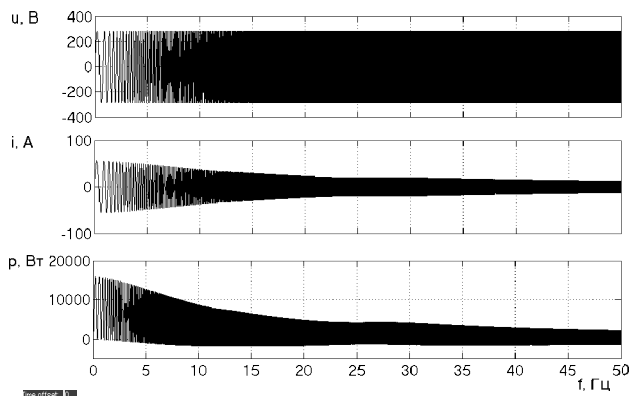


Рис. 7. Комп'ютерні осцилограми електричних характеристик двигуна

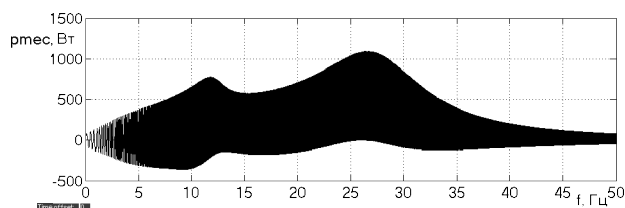


Рис. 8. Миттєва механічна потужність двигуна в залежності від частоти джерела живлення

Середнє за період значення механічної потужності двигуна  $P_{mec}$  наведено на рис. 9 звідки видно, що на частоті першого резонансу електромеханічна потужність має значення 290,8 Вт, а на частоті другого резонансу потужність підвищується до 542,1 Вт.

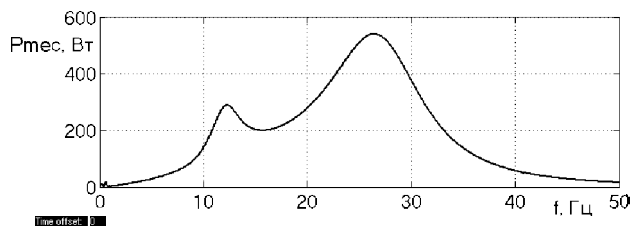


Рис. 9. Осцилограма середньої за період механічної потужності двигуна в залежності від частоти джерела живлення

На рис. 10 представлено залежність від частоти ККД, окремо для двигуна (крива 1) а також для всієї системи в цілому (крива 2).

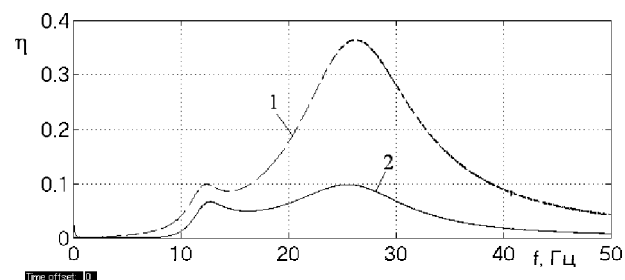


Рис. 10. Осцилограма ККД лінійного двигуна (1) та системи "лінійний двигун-віброплощадка" (2) в залежності від частоти джерела живлення

За прийнятої розрахункової моделі, корисна потужність, що віддається в навантаження, витрачається на покриття втрат на еквівалентне в'язке тертя віброплощадки з сумішшю і дорівнює за період  $T$

$$P_v = \frac{c_2}{T} \int_{t-T}^t v_2^2 dt. \quad (12)$$

ККД двигуна  $\eta_1$  та системи "лінійний двигун-віброплощадка"  $\eta_2$  розраховувалися як

$$\eta_1 = P_{mec} / (T^{-1} \int_{t-T}^t u idt), \quad \eta_2 = P_v / (T^{-1} \int_{t-T}^t u idt).$$

Найбільше значення ККД має місце при другому резонансі та дорівнює 0,37 для лінійного двигуна та 0,1 для всієї системи. При першому резонансі ці показники відповідно 0,1 та 0,07. Це можна пояснити більш значними втратами електричної енергії в обмотці двигуна внаслідок значного струму. Зазначимо, що в деяких випадках незважаючи на такі дані, доцільніше використовувати саме першу резонансну частоту, оскільки при цьому можна отримати максимальні амплітуди коливань та швидкості руху віброплощадки.

### ВИСНОВКИ

Розроблено Simulink-модель коливальної системи "лінійний двигун-віброплощадка", досліджено її резонансні властивості та ефективність енергоперетворення.

Показано, що існують дві резонансні частоти, при яких амплітуда і швидкість коливань якоря та площадки набувають максимальних значень. При цьому, хоча найбільша амплітуда коливань якоря має місце при першій резонансній частоті, при другій резонансній частоті ефективність перетворення електричної енергії в механічну (тобто ККД) більша внаслідок меншого струму та електричних втрат в обмотці двигуна.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вибрационные машины в строительстве и производстве строительных материалов: Справочник / Под. ред. Баумана В.А., Быховского И.И., Гольдштейна Б.Г. – М.: Машиностроение, 1970. – 647 с.
2. Хитерер М.Я., Овчинников И.Е. Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения. – СПб.: КОРОНА принт, 2004. – 368 с.
3. I. Yatchey, K. Hinny, V. Gueorgiev. Dynamic characteristics of a bistable linear actuator with moving permanent magnet // Serbian Journal of Electrical Engineering. – 2004. – Vol. 1, No.2. – P. 207-214.
4. Голєнков Г.М., Бондар Р.П., Макогон С.А., Богаєнко М.В., Попков В.С. Моделювання роботи електричного вібратора з коаксіально-лінійним індукційним двигуном при різних законах регулювання. "Технічна електродинаміка". Інститут електродинаміки НАН України. Київ, 2007/2. – С. 54-59.
5. Бондар Р.П. Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин. "Технічна електродинаміка". Інститут електродинаміки НАН України. Київ, 2008/2. – С. 31-35.

6. Пат. 14111 Україна, МПК E02D 7/10, E02D 7/18, E02D 7/20. Вібробуджувач: Богаєнко М.В., Бондар Р.П., Голєнков Г.М., Голуб В.П., Макогон С.А., Павленко П.В., Попков В.С. Заявл. 15.11.2005; Опубл. 15.11.2006; Бюл. № 5. – 3 с.: іл.
7. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники: Ч. 1. – М.; Л., 1959. – 296 с.
8. www.comsol.com.
9. www.mathworks.com.

**Bibliography (transliterated):** 1. Vibracionnyye mashiny v stroitel'stve i proizvodstve stroitel'nykh materialov: Spravochnik / Pod. red. Baumana V.A., Byhovskogo I.I., Gol'dshtejna B.G. - M.: Mashinostroenie, 1970. - 647 s. 2. Hiterer M.Ya., Ovchinnikov I.E. Sinhronnyye `elektricheskie mashiny vozvratno-postupatel'nogo dvizheniya. - SPb.: KORONA print, 2004. - 368 s. 3. I. Yatchey, K. Hinny, V. Gueorgiev. Dynamic characteristics of a bistable linear actuator with moving permanent magnet // Serbian Journal of Electrical Engineering. - 2004. - Vol. 1, No.2. - P. 207-214. 4. Golenkov G.M., Bondar R.P., Makogon S.A., Bogaenko M.V., Popkov V.S. Modelyuvannya roboti elektrichnogo vibratora z koaksial'no-linijnim indukciynim dvigunom pri riznih zakonah regulyuvannya. "Tehnichna elektrodinamika". Institut elektrodinamiki NAN Ukraini. Kiiv, 2007/2. - S. 54-59. 5. Bondar R.P. Elektromehanichni harakteristiki koaksial'no-linijnogo sinhronnogo vibratora ustanovki dlya beztranshejnoi prohodki gorizonta'lnih sverdlavin. "Tehnichna elektrodinamika". Institut elektrodinamiki NAN Ukraini. Kiiv, 2008/2. - S. 31-35. 6. Pat. 14111 Ukraina, MPK E02D 7/10, E02D 7/18, E02D 7/20. Vibrobudzhuvach: Bogaenko M.V., Bondar R.P., Golenkov G.M., Golub V.P., Makogon S.A., Pavlenko P.V., Popkov V.S. Zayavl. 15.11.2005; Opubl. 15.11.2006; Byul. № 5. - 3 s.: il. 7. Nejman L.R., Kalantarov P.L. Teoreticheskie osnovy `elektrotehniki: Ch. 1. - M.; L., 1959. - 296 s. 8. www.comsol.com. 9. www.mathworks.com.

Надійшла 20.05.2011

Белікова Ю.О.,  
Бондар Роман Петрович, к.т.н.,  
Голєнков Геннадій Михайлович, к.т.н., доц.  
Київський національний університет  
будівництва і архітектури  
кафедра електротехніки та електроприводу  
03680, Київ, пр. Повітрофлотський, 31  
тел. (044) 241 55 10

Подольцев Александр Дмитриевич, д.т.н.  
Інститут електродинаміки,  
03657, Київ, пр. Перемоги, 56  
тел. (044) 454 25 68

Belikova Yu.O., Bondar R.P., Golenkov G.M., Podoltsev A.D.

### Modeling of a concrete vibration platform with a linear electrical permanent magnet motor

A Simulink model of a two-mass system of a linear permanent magnet motor – a platform-type vibrator is developed. Resonant characteristics of this system and efficiency of energy conversion are studied.

**Key words – permanent magnet linear motor, concrete vibration, oscillatory motion, Simulink model.**