

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ СТРУМІВ ЛІНІЙНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ВХІДНОМУ І ВИХІДНОМУ СТРУМАМ ЙОГО СХЕМИ ЗАМІЩЕННЯ

*Показано, що рівняння лінійного трансформатора можна розглядати як систему рівнянь, складену по методу контурних струмів, якщо вважати струми в обмотках контурними струмами, встановлено, що даній системі відповідає така ж схема заміщення трансформатора з усуненими індуктивними зв'язками, що і розроблена раніше, доведено, що вхідний і вихідний струми схеми заміщення рівні відповідно вхідному і вихідному струмам лінійного трансформатора.*

*Показано, что уравнения линейного трансформатора можно рассматривать как систему уравнений, составленную по методу контурных токов, если считать токи в обмотках контурными токами, установлено, что данной системе соответствует такая же схема замещения трансформатора с устранёнными индуктивными связями, что и разработанная ранее, доказано, что входной и выходной токи схемы замещения равны соответственно входному и выходному токам линейного трансформатора.*

**Вступ.** Трансформатор є одним з найважливіших з усіх відомих електротехнічних елементів. Він застосовується по суті в кожному електротехнічному пристрої. За допомогою трансформатора не тільки здійснюється перетворення електромагнітної енергії змінного струму, але і проводиться ізолювання в електричному відношенні одного електричного кола від іншого, крім того, включення трансформатора між джерелом і приймачем енергії дозволяє здійснити їх узгодження.

Заміна електричного кола трансформатора еквівалентним колом з усуненими індуктивними зв'язками, використовується для вивчення електромагнітних процесів лінійного трансформатора, і широко застосовується при розробці, проектуванні, розрахунку електротехнічних пристроїв, що містять даний компонент (трансформатор). Отже, еквівалентні схеми заміщення трансформатора без індуктивних зв'язків мають велике теоретичне і практичне значення.

Неадекватність описуваних у відповідних розділах ТОЕ схем заміщення з усуненими індуктивними зв'язками електромагнітним процесам лінійного трансформатора показана в роботах [1-3]. В цих статтях розроблена схема заміщення трансформатора, що не містить індуктивно зв'язаних елементів, електромагнітні процеси якої описуються тими ж рівняннями що і процеси лінійного трансформатора. В роботі [1] досліджена структура схеми заміщення ідеального трансформатора, що дозволяє наочно з'ясувати дію закону електромагнітної індукції. В статті [2] одержана схема заміщення лінійного трансформатора відповідно до загальної теорії Умова, що описує процес перетворення електромагнітної енергії. За допомогою теорії чотириполюсників в роботі [3] одержана така ж структура схеми заміщення лінійного трансформатора, що і в попередніх публікаціях [1, 2].

Таким чином, дослідження схеми заміщення лінійного трансформатора з усуненими індуктивними зв'язками з метою встановлення еквівалентності її вхідного і вихідного струмів відповідно вхідному і вихідному струмам трансформатора є актуальною проблемою. Її рішення підтверджує достовірність одержаних результатів в роботах [1-3], спрощує вивчення електромагнітних процесів трансформатора, і підвищує точність розрахунку електротехнічних пристроїв, що містять лінійний трансформатор.

**Основна частина.** Повна система рівнянь трансформатора в лінійному режимі, що описує його електромагнітні процеси, представляється двома рівняннями [4] для струмів первинного і вторинного контурів (обмоток) (рис. 1)

$$\begin{cases} \dot{U}_1 + \dot{E}_{2M} = \dot{I}_1(R_1 + j\omega L_1) \\ \dot{E}_{1M} = (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + \dot{U}_2 \end{cases}, \quad (1)$$

де  $\dot{E}_{1M} = -j\omega M\dot{I}_1$  – е. р. с. взаємодуції, створювана струмом первинної обмотки;  $\dot{E}_{2M} = -j\omega M\dot{I}_2$  – е. р. с. взаємодуції, обумовлена струмом вторинної обмотки;  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_H$  – напруга на навантаженні трансформатора.

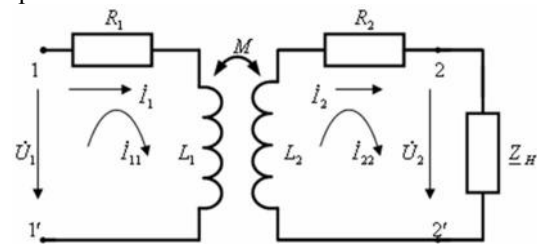


Рис. 1

Отже, вищенаведена система рівнянь лінійного трансформатора може бути записана таким чином:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{I}_1(R_1 + j\omega L_1) \\ -j\omega M\dot{I}_1 = (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + Z_H\dot{I}_2 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 + Z_M \dot{I}_2 \\ 0 = Z_M \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2 + Z_H \dot{I}_2 \end{cases}, \quad (2)$$

де  $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$  – комплексний опір первинної обмотки;  $Z_2 = R_2 + j\omega L_2$  – комплексний опір вторинної обмотки;  $Z_M = j\omega M$  – комплексний опір взаємної індуктивності лінійного трансформатора.

Систему рівнянь (1) можна розглядати як систему рівнянь електричного кола з двома контурними струмами за відсутності в такому колі індуктивних зв'язків між вітками або контурами. Для цього необхідно припустити, що в первинній обмотці трансформатора діє контурний струм  $\dot{I}_{11}$  рівний її струму  $\dot{I}_1$ , а

у вторинній - контурний струм  $I_{22}$  рівний струму  $I_2$  вторинної обмотки. При цьому система рівнянь (2), що описує електромагнітні процеси лінійного трансформатора, перетвориться в рівняння, складені по методу контурних струмів [5]:

$$\begin{cases} \dot{E}_{11} = \dot{I}_{11}Z_{11} + Z_{12}\dot{I}_{22} \\ \dot{E}_{22} = Z_{21}\dot{I}_{11} + Z_{22}\dot{I}_{22} \end{cases}, \quad (3)$$

де  $\dot{E}_{11} = \dot{U}_1$  - контурна е. р. с. першого контуру;  $\dot{E}_{22} = 0$  - контурна е. р. с. другого контуру;  $Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 = Z_1$  - власний опір першого контуру рівний опору первинної обмотки трансформатора;  $Z_{22} = R_2 + j\omega L_2 + Z_H = Z_{2H}$  - власний опір другого контуру рівний сумі опорів вторинної обмотки трансформатора і його навантаження;  $Z_{12} = Z_{21} = j\omega M = Z_M$  - загальний опір між контурами (першим і другим).

Напрями і величини струмів первинної і вторинної обмоток визначаються напругою, діючою на вході трансформатора, оскільки трансформатор є простим електричним колом. Отже, і його схема заміщення, що не містить індуктивних зв'язків, те ж повинна бути простою. Струми вхідної і вихідної вітки даної схеми рівні струмам первинної і вторинної обмоток відповідно, а їх напрями задаються вхідною напругою схеми заміщення трансформатора. Тому в схемі заміщення опір вітки загальної для двох контурів повинен бути рівний  $-Z_M = -j\omega M$ .

Таким чином, системі рівнянь (3) відповідає електрична схема заміщення лінійного трансформатора, що не містить індуктивно зв'язаних елементів, зображена на рис. 2.

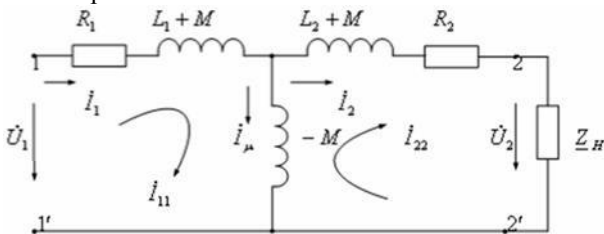


Рис. 2

Система рівнянь (2), що описує електромагнітні процеси, що відбуваються в лінійному трансформаторі, може бути представлена таким чином:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 + Z_M \dot{I}_2 \\ -Z_M \dot{I}_1 = Z_{2H} \dot{I}_2 \end{cases}, \quad (4)$$

де  $Z_{2H} = Z_2 + Z_H$ .

З другого рівняння приведеної вище системи рівнянь (4) виходить:

$$\dot{I}_2 = -\frac{Z_M \dot{I}_1}{Z_{2H}}. \quad (5)$$

Якщо підставити значення струму  $\dot{I}_2$ , описуване виразом (5), в перше рівняння системи (4), воно перетвориться в рівняння з одним невідомим  $\dot{I}_1$ :

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 - \frac{Z_M^2 \dot{I}_1}{Z_{2H}},$$

отже

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 Z_{2H}}{Z_1 Z_{2H} - Z_M^2}. \quad (6)$$

Щоб одержати формулу визначення струму у вторинній обмотці необхідно у вираз (5) підставити співвідношення (6), тоді:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 Z_M}{Z_M^2 - Z_1 Z_{2H}}. \quad (7)$$

Систему рівнянь (3) можна записати в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{11} \\ \dot{E}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{bmatrix}.$$

При цьому контурний струм  $\dot{I}_{kk}$  може бути знайдений, наприклад, по формулі Крамера

$$\dot{I}_{kk} = \frac{\Delta_k}{\Delta},$$

де  $\Delta$  - визначник матриці опорів;  $\Delta_k$  - допоміжний визначник, одержуваний з головного заміною  $k$ -го стовпця матриці опорів стовпцем вільних членів системи рівнянь (стовпцем е. р. с.  $\dot{E}$ ).

Таким чином

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21},$$

оскільки

$$Z_{11} = Z_1, \quad Z_{22} = Z_{2H}, \quad Z_{12} = Z_{21} = Z_M,$$

то

$$\Delta = Z_1 Z_{2H} - Z_M^2.$$

Враховуючи, що:

$$\dot{E}_{11} = \dot{U}_1, \quad \dot{E}_{22} = 0,$$

тому допоміжний визначник  $\Delta_1$  визначають як

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \dot{E}_{11} & Z_{12} \\ \dot{E}_{22} & Z_{22} \end{vmatrix} = \dot{E}_{11} Z_{22} - \dot{E}_{22} Z_{12} = \dot{U}_1 Z_{2H},$$

а допоміжному визначнику  $\Delta_2$  відповідає вираз

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} Z_{11} & \dot{E}_{11} \\ Z_{21} & \dot{E}_{22} \end{vmatrix} = \dot{E}_{22} Z_{11} - \dot{E}_{11} Z_{21} = -\dot{U}_1 Z_M.$$

Отже, контурний струм  $\dot{I}_{11}$  першого контуру схеми заміщення трансформатора (рис. 2) описується співвідношенням:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\dot{U}_1 Z_{2H}}{Z_1 Z_{2H} - Z_M^2} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 - \frac{Z_M^2}{Z_{2H}}}. \quad (8)$$

При цьому контурний струм  $\dot{I}_{22}$  другого контуру тієї ж схеми заміщення лінійного трансформатора визначається як

$$i_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-\dot{U}_1 Z_M}{Z_1 Z_{2H} - Z_M^2} = \frac{\dot{U}_1}{Z_M - \frac{Z_1 Z_{2H}}{Z_M}}. \quad (9)$$

Порівняння формул (6) і (7) відповідно з формулами (8) і (9) свідчить про те, що вхідні і вихідні струми лінійного трансформатора (рис. 1) рівні вхідним і вихідним струмам схеми заміщення (рис. 2).

**Висновки.** Таким чином, порівняння формул (6) і (7) відповідно з формулами (8) і (9) свідчить про те, що вхідні і вихідні струми лінійного трансформатора (рис. 1) рівні вхідним і вихідним струмам схеми заміщення (рис. 2). Отже, при рівності вхідних напруг трансформатора і схеми заміщення їх вихідні напруги теж рівні, якщо рівні опори навантажень схеми заміщення і лінійного трансформатора. Отже, електромагнітні процеси схеми заміщення, що не містить індуктивних зв'язків, еквівалентні електромагнітним процесам лінійного трансформатора.

Таким чином, дана схема заміщення трансформатора може бути використана як при вивченні електромагнітних процесів лінійного трансформатора, так і при розробці, проектуванні, розрахунку всіх електротехнічних пристроїв, що мають в своєму складі даний трансформатор.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Придубков П.Я., Хоменко І.В. Математичне моделювання електромагнітних процесів ідеального трансформатора // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – № 11. – 2010. – с. 62.
2. Придубков П.Я., Хоменко І.В. Дослідження схеми заміщення лінійного трансформатора // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – № 9. – 2010. – с. 50.
3. Придубков П.Я., Хоменко І.В. Теорія чотириполюсників і схема заміщення трансформатора // Електротехніка і електромеханіка. – № 1. – 2011. – с. 58-60.
4. Зевеке Г. В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
5. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1984. – 559 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Pridubkov P.J.A., Homenko I.V. Matematichne modeljuvannja elektromagnitnih protseciv idealnogo transformatora // Energoberezenie. Energetika. Energoaudit. - № 11. - 2010. - с. 62. 2. Pridubkov P.J.A., Homenko I.V. Doclidjennja chemi zamischennja lini'nogo transformatora // Energoberezenie. Energetika. Energoaudit. - № 9. - 2010. - с. 50. 3. Pridubkov P.J.A., Homenko I.V. Teorija chotiripoljucnikiv i chema zamischennja transformatora // Elektrotehnika i elektromehanika. - № 1. - 2011. - с. 58-60. 4. Zeveke G. V. i dr. Ocnov'i teorii tsepe'. - M.: Energoatomizdat, 1989. - 528 с. 5. Becconov L. A. Teoreticheckie ocnov'i elektrotehniki. Elektricheckie tsepi. - M.: V'ichshaja shkola, 1984. - 559 с.

Надійшла 12.12.2010

Придубков Павло Якович, к.т.н., доц.  
доцент кафедри "Електротехніка та електричні машини"  
Українська державна академія залізничного транспорту  
61050, Харків, пл. Фейербаха, 7  
тел. (057) 7301996

Хоменко Ігор Васильович, к.т.н., доц.  
доцент кафедри "Передача електричної енергії"  
Національний технічний університет  
"Харківський політехнічний інститут"  
61002, Харків, вул. Фрунзе 21

Pridubkov P.Y., Khomenko I.V.

#### Research on linear transformer currents equivalence to its equivalent circuit input and output currents.

It is shown that linear transformer equations can be considered as an equations set formed with a loop-current method if winding currents are considered as loop currents. It is shown that the given set corresponds to the same transformer equivalent circuit with removed magnetic coupling as the one developed earlier. It is proven that the equivalent circuit input and output currents are equal to the linear transformer input and output currents, correspondingly.

**Key words** – linear transformer, equivalent circuit, input and output currents.