

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ КОНВЕКТИВНОЙ ТЕПЛООТДАЧИ

*У статті розглянуті різні моделі конвекційного відводу тепла від нагрітого тіла. Проведено порівняльний аналіз отриманих результатів та наведені кількісні оцінки отриманих результатів.*

*В статье рассмотрены различные модели конвективной отдачи тепла нагреваемым объектом. Проведен сравнительный анализ полученных результатов и даны количественные результаты расчётов.*

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что степень нагрева электротехнических объектов в значительной мере определяет долговечность и надежность их работы, поэтому, при проектировании таких объектов необходимо как можно более точно и достоверно оценивать значения температуры нагрева. Кроме того, в процессе эксплуатации, не всегда возможно непосредственное измерение температуры интересующей части установки и оценку приходится производить по косвенным параметрам. В этих случаях определяющую роль в оценке температур нагрева объектов играют математические модели, описывающие процессы теплопередачи. Одной из наиболее сложных математических моделей является модель свободной конвективной отдачи тепла от нагреваемого тела. Ввиду сложности решения данной задачи, в литературе [2-4] предлагается использовать ряд упрощенных методов расчета коэффициента теплоотдачи с поверхности. Целью данной статьи является сравнительный анализ значений коэффициентов теплоотдачи с поверхности и температур нагрева электромагнита броневого типа, полученных на основании различных методов расчета конвективного теплоотвода.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Постановку задачи можно сформулировать следующим образом: "Определить среднюю объёмную температуру нагрева и действительные коэффициенты теплоотдачи с поверхности в воздушной среде при различном способе расчета теплоотвода в конечном положении якоря и установившемся режиме работы электромагнитного механизма, установленного на теплоизолированном основании".

Вид рассчитываемого электромагнита в осесимметричной системе координат с условиями теплоотдачи на внешней поверхности показан на рис. 1. При этом предполагается, что воздушные объёмы, показанные на рис. 1 не сообщаются с внешним пространством и теплопередача в них происходит исключительно за счет теплопроводности. Это предположение в значительной мере оправдано, т. к. зазор между якорем и корпусом невелик, а внутренние поверхности якоря и корпуса имеют одинаковую температуру за счет высокого коэффициента теплопроводности материала корпуса. Поэтому циркуляция воздуха в этом пространстве практически отсутствует [2, 3] (теплопередача в тонких воздушных прослойках). Предполагается, что магнит расположен на теплоизолирующей поверхности.

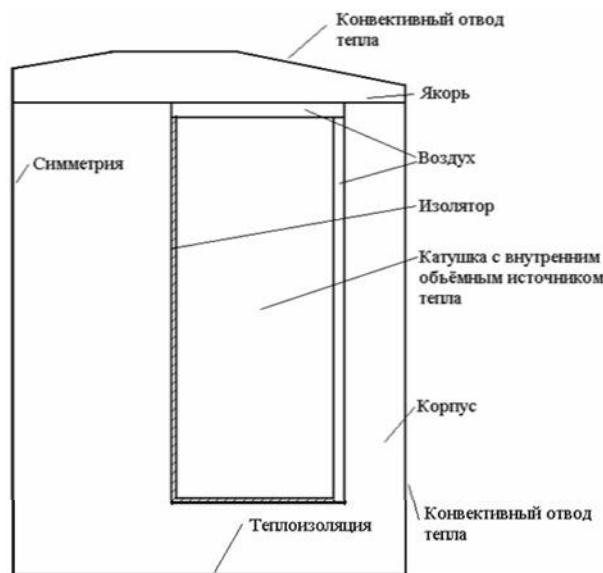


Рис. 1. Расчетная модель электромагнита

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

1. Задание коэффициентов теплоотдачи рассчитанных по упрощенным формулам [3, 4].

В этом случае решалось уравнение теплопроводности в стационарном режиме для модели рис. 1:

$$\operatorname{div}(\lambda \cdot \operatorname{grad}(T)) = -q_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0)), \quad (1)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности соответствующих областей;  $T$  – температура;  $q_0$  – мощность объёмных источников тепла катушки при температуре  $T_0$ ;  $\alpha$  – температурный коэффициент.

При определении граничных условий будем исходить из следующего [3]: температура нагрева поверхности аппаратов не превышает 100 °С и при естественной конвекции режим движения воздуха определяется как интенсивный ламинарный и локонообразный. В этом случае коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности может быть определен по формуле [3, 4]:

$$k = 1.33 \cdot \left( \frac{T - T_0}{L} \right)^{0.25} \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \right], \quad (2)$$

где  $T$  – температура нагретой поверхности;  $L$  – определяющий размер.

В случае если теплоотдающая поверхность направлена вверх, то коэффициент теплоотдачи увеличивается на 30 % [3]. Следовательно, необходимо решить нелинейную задачу по расчету температуры в неоднородной среде с граничными условиями второго и третьего рода, используя уравнения (1, 2). Данная задача решается итерационными методами.

2. Задание коэффициентов теплоотдачи в критериальной форме [2-4].

В этом случае, коэффициент теплоотдачи определяется по формуле:

$$k = \lambda \cdot \frac{Nu}{L} \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \right], \quad (3)$$

где  $k$  – коэффициент теплоотдачи;  $\lambda$  – теплопроводность воздуха;  $Nu$  – критерий Нуссельта;  $L$  – определяющий размер.

В свою очередь, критерий Нуссельта является функцией других критериев:

$$Nu = f(Gr, Pr), \quad (4)$$

где  $Pr = \mu \cdot g \cdot C_p / \lambda$  – критерий Прандтля, учитывающий вязкость, теплоёмкость и теплопроводность окружающей среды;  $Gr = \beta \cdot g \cdot L^3 \cdot (T - T_0) / \nu^2$  – критерий Грасгофа, учитывающий объёмное расширение среды, ее кинематическую вязкость и разность температур между нагретой поверхностью и окружающей средой.

Так как все параметры, входящие в (3) являются функциями температуры, то решение задачи осуществляется на модели рис. 1, с учетом (1, 3, 4). Данная задача решается итерационными методами.

3. Решение задачи конвективного теплообмена на основании уравнений Навье-Стокса. Решение данной задачи проводилось на модели, показанной на рис. 2, где указаны и граничные условия.

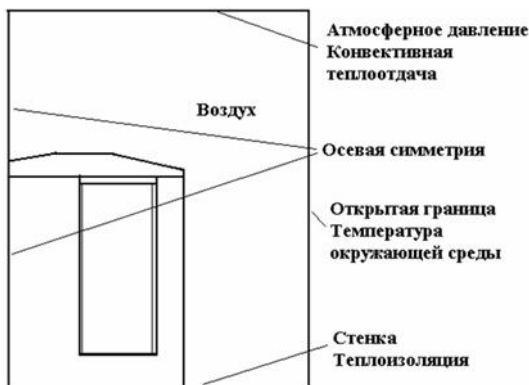


Рис.2. Расчетная модель конвективной теплопередачи

Расчетные уравнения передачи тепла для области занятой телами записаны ранее (1). Для воздушной среды наряду с уравнением теплопроводности в движущейся среде, необходимо записать уравнения движения самой среды. В наиболее компактной и полной форме такие уравнения приведены в [1]. Уравнения движения среды с учетом ее сплошности и объёмных сил (4), должны быть дополнены уравнением теплопроводности с учетом тепловыделения за счет вязкости движущейся среды, а так же уравнением состояния газа (уравнение Менделеева-Клайперона).

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) = 0, \\ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\nabla \times \vec{V}) \times \vec{V} + \nabla \left( \frac{V^2}{2} + U \right) + \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p - \\ - \frac{\chi}{\rho} \cdot \left[ \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \cdot \nabla \cdot (\nabla \vec{V}) \right] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} c \cdot \rho \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \cdot T \right) - \frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) + \\ + \chi \cdot \vec{V} \cdot \left[ \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \cdot \nabla \cdot (\nabla \vec{V}) \right], \\ \frac{p}{\rho} = R \cdot T \end{cases} \quad (5)$$

В системе уравнений (4, 5) теплофизические параметры зависят не только от координаты, но и от температуры. При свободном движении среды в системе (4) будет отсутствовать слагаемое  $\nabla p / \rho$ , а вместо потенциальной энергии сил тяжести будет присутствовать подъемная сила:

$$\nabla U = \vec{F} = \vec{g}(r, z) \cdot (\rho - \rho_0),$$

где  $\vec{g}(r, z) = (0, -9.81) \text{ м/с}^2$ .

Так же при свободном движении среды отсутствует слагаемое  $(p/\rho) \cdot (\partial \rho / \partial t)$  (отсутствие механической работы, выполняемой средой). В стационарном режиме не учитываем временные изменения параметров. Полученные уравнения позволяют определить все неизвестные функции  $\vec{V}, p, \rho, T$ .

#### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА

Исходными данными для расчета являются геометрия областей; свойства материалов и значение внутренних источников тепла. Максимальная объемная мощность внутренних источников тепла принималась равной  $q_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^3$ . Размеры магнита: высота – 100 мм; радиус – 77 мм.

#### РЕШЕНИЕ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Решение поставленных задач, в частности системы (1, 4, 5) с граничными условиями, показанными на рис. 2, представляет очень большие сложности. Все имеющиеся аналитические решения получены для случаев, не имеющих практического значения. Решение задачи возможно только численными методами. Однако сходимость решения плохая и для получения результата требуются специально разработанные методы численного решения. Обойти указанные трудности позволяют современные программные комплексы, позволяющие в приемлемые сроки получить достаточно точные результаты. Решение задачи проводилось в параметрическом режиме

$$q_0 = q_0 \cdot param,$$

где переменная  $param = (0.2; 0.4; 0.6; 0.8, 1)$ .

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнительный анализ коэффициентов теплоотдачи

	Метод		
	1	2	3
$T_c [^\circ K]$	401.50	428.48	450.59
$\varepsilon\%$	-10.9	-4.9	0
$T_{max} [^\circ K]$	406.32	433.55	456.1
$K_h \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \right]$	6.95	6.13	7.14
$K_r \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \right]$	10.23	7.79	1.95

В табл. 1 показаны: средняя и максимальная температура в зависимости от метода расчета теплоотвода и средние значения коэффициентов теплоотдачи с боковой ( $K_b$ ) и верхней ( $K_v$ ) поверхностей магнита. Значение мощности внутренних источников тепла максимально.

Как следует из табл. 1, наблюдается существенное различие в определении коэффициента теплоотдачи с верхней поверхности, что связано с малыми скоростями движения среды над верхней поверхностью и малым перепадом температур. На рис.3 показан график распределения температуры по внешней поверхности магнита, начиная от оси симметрии и заканчивая основанием.

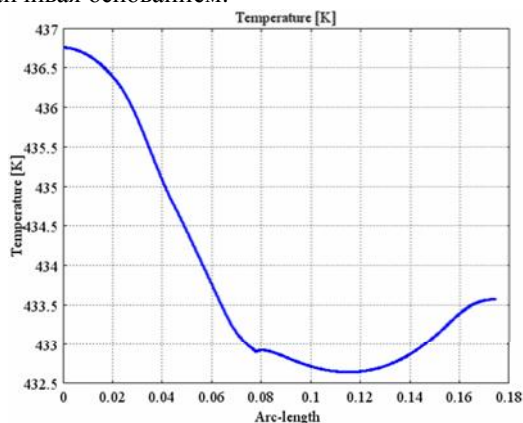


Рис. 3. Распределение температуры по поверхности магнита

Как следует из рис. 3, разность температур по поверхности не превышает 4 градуса, а наивысшая температура наблюдается на верхней поверхности магнита (0 – 0.077) м. Несмотря на такое небольшое различие температур, коэффициенты теплоотдачи для модели, рассчитанной с учетом движущейся среды, существенно различаются по поверхности магнита.

На рис.4 показано значение коэффициента теплоотдачи с поверхности, который рассчитывался:

$$k = \frac{\text{abs}(Q)}{(T - T_0)}, \quad (6)$$

где  $Q$  – суммарный тепловой поток, отводимый с поверхности.

Начало отсчета – ось симметрии, мощность внутренних источников зависит от параметра.

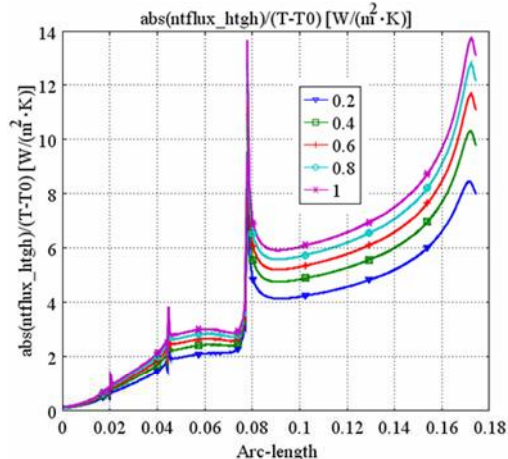


Рис. 4. Распределение коэффициента теплоотдачи по поверхности магнита

Скачки значения коэффициента рис. 4 связаны с разрывом производной по линии сопряжения поверхностей. На рис.5 приведен график значений температур в плоскости, расположенной в 10мм над поверхностью магнита в зависимости от величины параметра.

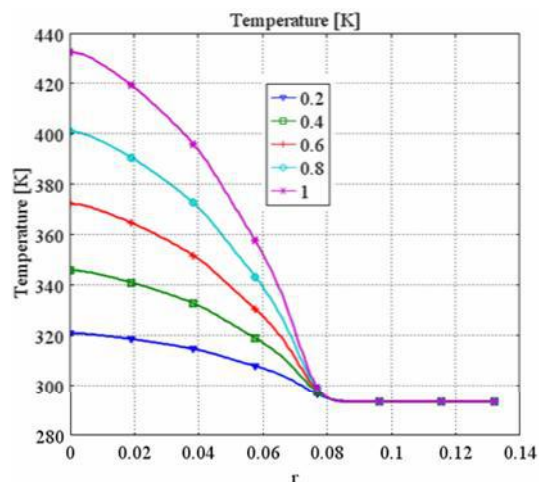


Рис. 5. Распределение температур в плоскости над магнитом в зависимости от мощности внутренних источников тепла

На рис. 6 показано распределение температуры по верхней поверхности магнита. Сравнительный анализ рис. 5, 6 показывает практическое отсутствие перепада температур между верхней поверхностью магнита и охлаждающей средой.

На рис. 7 показано распределение температуры в магните и окружающей среде.

На рис. 8 показано распределение температуры в горизонтальной плоскости среднего сечения магнита в зависимости от мощности внутренних источников тепла. Из графиков следует, что перепад температур от температуры корпуса магнита до температуры окружающей среды на боковой поверхности происходит в тонком пограничном слое. Толщина пограничного слоя на верхней поверхности магнита, как следует из рис. 7, намного больше. На рис. 9 показано распределение скоростей омывающего воздуха в средней плоскости магнита, а на рис. 10 общая картина поля скоростей.

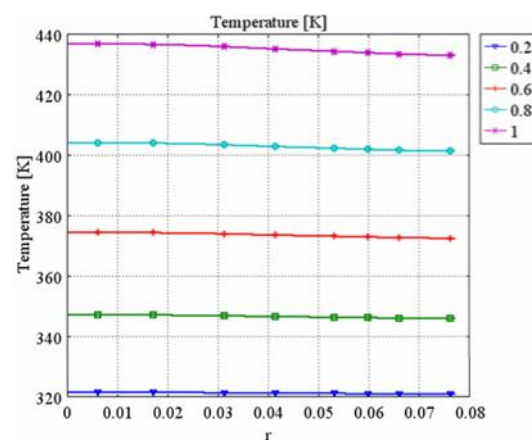


Рис. 6. Температура верхней поверхности магнита в зависимости от мощности внутренних источников тепла

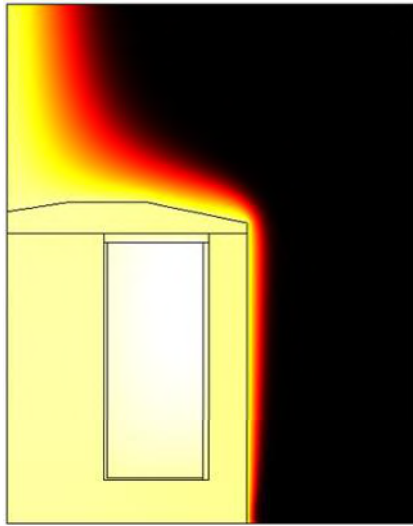


Рис. 7. Распределение температуры

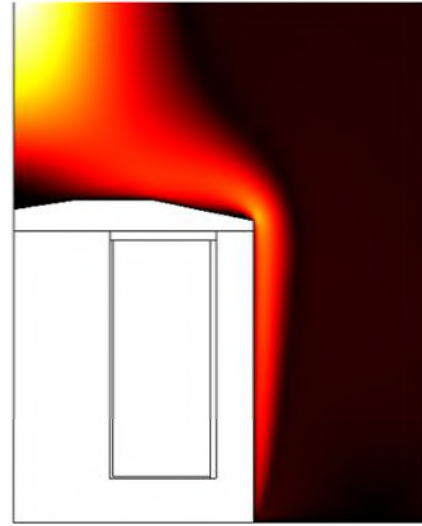


Рис. 10. Поле скоростей омывающей среды

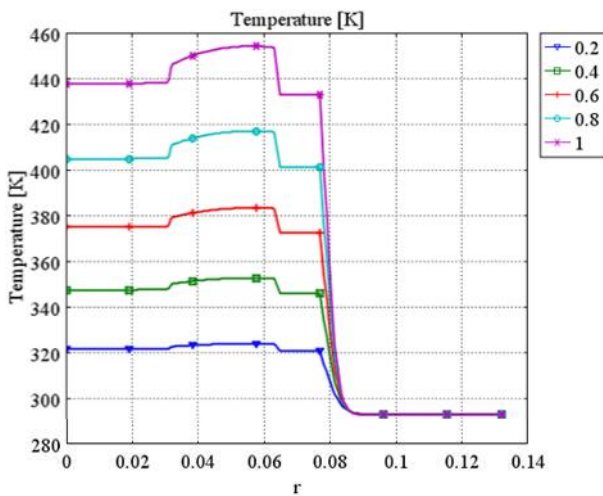


Рис. 8. Распределение температур в среднем сечении магнита и в окружающей среде

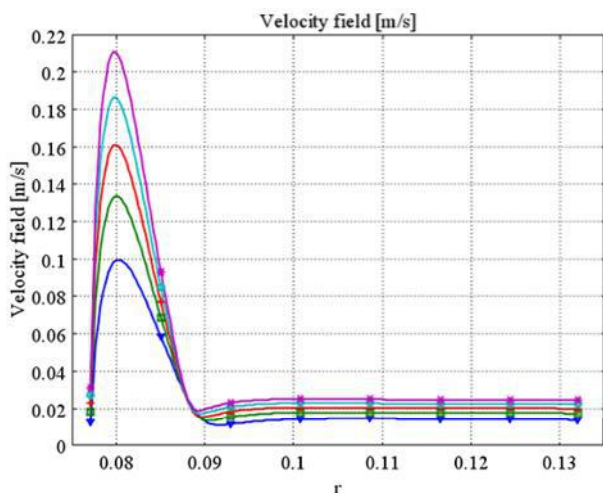


Рис. 9. Распределение скоростей в средней горизонтальной плоскости магнита

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенная методика расчета была использована при проектировании электромагнита постоянного тока, работающего в напряженном тепловом режиме. Все данные, полученные расчетным путем, были подтверждены экспериментально, на изготовленном образце электромагнита. Наиболее точные значения температур дает модель 3. Для повышения точности расчета по первой модели, верхнюю поверхность нужно принять теплоизолированной.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Я.И. Френкель. Курс теоретической механики. – Л-д.: Красный печатник, 1939. – 435 с.
2. М.Ф. Михеев. Основы теплопередачи. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 391 с.
3. А.М. Залесский, Г.А. Кукеков. Тепловые расчеты электрических аппаратов. – Л-д.: Энергия, 1967. – 379 с.
4. Г.В. Буткевич, В.Г. Дегтярь, А.Г. Сливинская. Задачник по электрическим аппаратам: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1987. – 232 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. JA.I. Frenkel. Kurs teoretichecko' mehaniki. - L-d.: Krasn'i' pechatnik, 1939. - 435 c. 2. M.F. Miheev. Osnov'i teploperedachi. - M.: Gocenergoizdat, 1956. - 391 c. 3. A.M. Zalecki', G.A. Kukekov. Teplov'ie racchet'i elektricheckih apparatov. - L-d.: Energija, 1967. - 379 c. 4. G.V. Butkevich, V.G. Degtjar, A.G. Clivinckaja. Zadachnik po elektricheckim apparatam: Uchebnoe pocobie dlja vuzov. M.: V'icshaja shkola, 1987. - 232 c.

Поступила 30.11.2010

Байда Евгений Иванович, к.т.н., доц.  
Национальный технический университет  
"Харьковский политехнический институт"  
кафедра "Электрические аппараты"  
61002, Харьков, ул. Фрунзе 21  
тел. (057) 707-69-76, e-mail: baida@kpi.kharkov.ua

E.I. Bayda

### Comparative analysis of convection heat emission models.

In the article, different models of convection heat emission by a heated object are considered. A comparative analysis of results obtained is conducted, quantitative results of calculations given.

**Key words** – heat emission; mathematical model of free convection; heat emission coefficient; convective heat exchange.