

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ФОРМЫ АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ ПОЛЮСОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТА ДЛЯ СОЗДАНИЯ ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Розглянуто еволюційний параметричний синтез форми аксіально-симетричних полюсів електромагніту, призначеного для створення високооднорідного магнітного поля. При цьому задача оптимізації розв'язується за допомогою інтелектуального мультиагентного методу оптимізації роєм часток PSO.*

*Рассмотрен эволюционный параметрический синтез формы аксиально-симметричных полюсов электромагнита, предназначенного для создания высокооднородного магнитного поля. При этом решение задачи оптимизации проводится с помощью интеллектуального мультиагентного метода оптимизации роем частиц PSO.*

### ВВЕДЕНИЕ

В ряде отраслей науки и техники возникает задача создания однородного магнитного поля в определенной области пространства. Необходимость использования устройств, позволяющих получать высокооднородные магнитные поля, актуальна, например, в электротехнике, медицине при разработке различного диагностического оборудования, в том числе устройств магниторезонансной томографии, физике элементарных частиц при конструировании ускорительной техники, устройствах магнитного неразрушающего контроля.

Одним из наиболее распространенных источников, применяемых для создания магнитного поля, в том числе однородного, являются электромагниты. Анализ литературных источников, посвященных данному вопросу, показал, что для решения задачи повышения однородности поля, возникающего между аксиально-симметричными полюсами электромагнита, могут быть использованы, например, так называемые шимы Роуза [1]. Идея этого метода заключается в том, что полюсные наконечники электромагнита снабжаются подвижными кольцами. При этом подбор параметров выступов колец позволяет уменьшить неоднородность магнитного поля в зазоре между полюсами. Такая конструкция с одним кольцом на каждом полюсе была впервые успешно применена для получения однородного поля в камере циклотрона [2]. Методика подбора параметров данной конструкции в предположении однородности намагничивания полюсов до состояния насыщения предложена в работе [3], где магнитный потенциал представляется в виде ряда, а параметры системы подбираются таким образом, чтобы обнулить коэффициенты при его нескольких первых слагаемых. Дальнейшее развитие этот подход получил в работе [4], где задача определения параметров полюсов магнита сформулирована как задача нелинейного программирования, для решения которой использован метод крупношагового поиска экстремума. Этот метод позволяет найти один из локальных экстремумов целевой функции, а найденное решение в значительной мере зависит от выбора начального приближения. Поскольку характерные для данного класса задач целевые функции являются многоэкстремальными и могут иметь овраги, а также области типа плато, использование локальных методов поиска оптимума, зачастую, малоэффективно [5, 6].

Целью настоящей работы является демонстрация возможностей эволюционного метода эвристического поиска Particle Swarm Optimization (PSO) при решении задачи выбора параметров, характеризующих форму аксиально-симметричных полюсов электромагнита из условия наибольшей однородности магнитного поля в рабочей зоне. В отличие от [5, 6], где рассматривались задачи нелинейного и структурного синтеза соленоидных источников магнитного поля, материал, приведенный в данной работе, ориентирован на рассмотрение задачи параметрического синтеза источников магнитного поля, содержащих ферромагнитные элементы конструкции.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для описания распределения магнитного поля в рабочей зоне электромагнита используется следующая модель. Аксиально-симметричные полюса представляются в виде набора кольцевых выступов различного радиуса, изменением высоты которых, можно управлять конфигурацией магнитного поля в межполюсном пространстве (см. рис. 1).

Предполагается, что намагниченность полюсов, значение величины которой обозначим  $M$ , можно считать постоянной и направленной вдоль оси системы. При этом форма полюса однозначно определяется двумя массивами параметров  $\mathbf{h} = \{h_0, h_1, \dots, h_{N-1}\}$  и  $\mathbf{r} = \{r_0, r_1, \dots, r_{N-1}\}$ , где  $N$  – число кольцевых выступов;  $R$  – радиус полюса. Предполагается, что высоты  $h_i \in [l/2; L/2]$  для  $i = 0, N-1$ , а также радиусы  $0 < r_0 < r_1 < \dots < r_{N-1} \leq R$ , где  $l$  и  $L$  – наименьшее и наибольшее расстояние между выступами противоположных полюсов.

Требуется подобрать такие значения параметров  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{r}$  при фиксированном априори заданном количестве кольцевых выступов  $N$ , которые обеспечивают наиболее однородное магнитное поле в рабочей зоне  $\Omega$ , геометрия которой может задаваться произвольным образом, например, эллипсоидом вращения с размерами осей  $l$  и  $d$  (рис. 1).

Поскольку намагниченность предполагается постоянной и направленной перпендикулярно к поверхности полюсов, поле в произвольной точке  $Q$  пространства между полюсами электромагнита может быть рассчитано по формуле

$$\mathbf{H}(Q) = \frac{M}{4 \cdot \pi} \iint_{S_1} \frac{\mathbf{r}_{P_1 Q}}{r_{P_1 Q}^3} dS_{P_1} - \frac{M}{4 \cdot \pi} \iint_{S_2} \frac{\mathbf{r}_{P_2 Q}}{r_{P_2 Q}^3} dS_{P_2}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_{PQ}$  – вектор, направленный от точки  $P$  поверхности полюса к точке наблюдения  $Q$ ;  $S_1$  и  $S_2$  – поверхности противоположных полюсов, по которым осуществляется интегрирование.

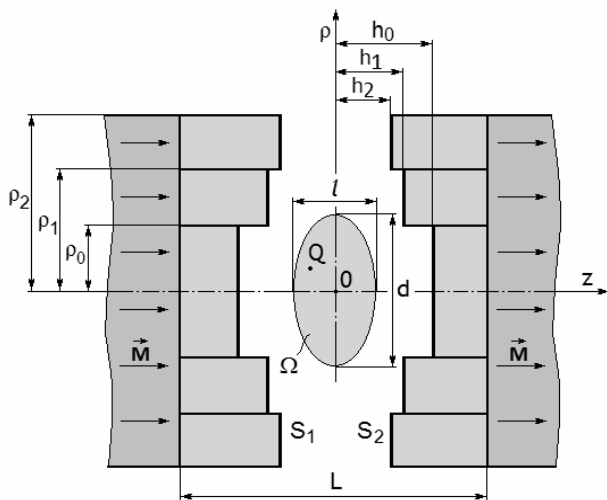


Рис. 1. Параметры модели аксиально-симметричных полюсов электромагнита

Для вычисления напряженности поля, создаваемого каждым из полюсов, осуществим переход в цилиндрическую систему координат  $(\rho, \varphi, z)$ . Учитывая то, что каждый из полюсов состоит из  $N$  колец и, используя принцип суперпозиции, для радиальной  $H_\rho$  и аксиальной составляющей  $H_z$ , запишем:

$$H_\rho(\rho, z) = \frac{M}{4\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\rho_{i-1}}^{\rho_i} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_P (\rho - \rho_P \cos \varphi_P)}{r_{PQ}^3} d\varphi_P d\rho_P; \quad (2)$$

$$H_z(\rho, z) = \frac{M}{4\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\rho_{i-1}}^{\rho_i} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_P (z - h_i)}{r_{PQ}^3} d\varphi_P d\rho_P;$$

$$r_{PQ} = \sqrt{\rho^2 + \rho_P^2 - 2 \cdot \rho \cdot \rho_P \cos \varphi_P + (z - h_i)^2}.$$

Предполагается, что при  $i = 0$  радиус  $\rho_{-1} = 0$ . Точка наблюдения  $Q$  в пространстве имеет координаты  $(\rho, 0, z)$ . Введем в рассмотрение функции:

$$\begin{aligned} \xi(\rho_P) &= \Psi(\rho_P)(A(\rho_P) - B(\rho_P)); \\ \zeta(\rho_P) &= \Psi(\rho_P)C(\rho_P); \\ \Psi(\rho_P) &= \frac{1}{[(\rho + \rho_P)^2 + (z - h_i)^2]^{3/2}}; \\ A(\rho_P) &= (\rho + \rho_P)\rho_P \frac{E(k(\rho_P))}{1 - k^2(\rho_P)}; \\ B(\rho_P) &= 2\rho_P^2 \left[ \frac{E(k(\rho_P))}{k^2(\rho_P)(1 - k^2(\rho_P))} - \frac{K(k(\rho_P))}{k^2(\rho_P)} \right]; \\ C(\rho_P) &= (z - h_i)\rho_P \frac{E(k(\rho_P))}{1 - k^2(\rho_P)}; \\ k(\rho_P) &= \sqrt{\frac{4 \cdot \rho \cdot \rho_P}{(\rho + \rho_P)^2 + (z - h_i)^2}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $K(k)$  и  $E(k)$  – эллиптические интегралы соответственно I и II рода. Тогда выражения для составляющих напряженности поля от полюса примут вид:

$$H_\rho(\rho, z) = \frac{M}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\rho_{i-1}}^{\rho_i} \xi(\rho_P) d\rho_P; \quad (4)$$

$$H_z(\rho, z) = \frac{M}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\rho_{i-1}}^{\rho_i} \zeta(\rho_P) d\rho_P.$$

Таким образом, расчет поля полюса сводится к однократному интегрированию, для увеличения скорости которого используется адаптивный квадратурный алгоритм.

Контроль однородности поля осуществляется для множества точек  $\{Q_i\}_{i=0}^{n-1} \subset \Omega$ , регулярно расположенных в рабочей зоне  $\Omega$ . Количественно однородность поля между полюсами магнитов определяется как максимальное значение модуля его отклонения от поля в центре на оси системы  $H_0$ , которое в силу симметрии направлено вдоль оси  $z$ .

Для числовой характеристики однородности используется единица измерения ppm (parts per million – частей на миллион), т.е. миллионные доли отклонения полученного значения от требуемой напряженности магнитного поля:

$$\Delta = \max_{i=0, n-1} \frac{|H(Q_i) - H_0|}{H_0} \cdot 10^6. \quad (5)$$

Величина  $\Delta$  неудобна в качестве оптимизируемого критерия, так как выражает наибольшее отклонение поля и не учитывает его распределение в целом в рабочей зоне  $\Omega$ . Поэтому вводится в рассмотрение целевая функция, вычисляемая согласно выражению

$$f(\mathbf{h}, \mathbf{r}) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (H_z(Q_i) - H_0)^2 + \sum_{i=0}^{n-1} H_\rho^2(Q_i)}{H_0^2}. \quad (6)$$

Данная функция характеризует квадрат отклонения аксиальной компоненты напряженности  $H_z$  от значения в центре системы  $H_0$ , и позволяет минимизировать значение радиальной составляющей  $H_\rho$ . При этом величина  $H_0$  стремится принять наибольшее возможное значение.

Обозначим множество параметров магнитной системы  $\mathbf{x} = \{x_0 = h_0, \dots, x_{N-1} = h_{N-1}, x_N = \rho_0, \dots, x_{2N-1} = \rho_{N-1}\}$ . Таким образом, каждая точка  $\mathbf{x}$  в многомерном пространстве поиска представляет собой набор параметров, описывающих форму магнитного полюса через массивы значений выступов и радиусов цилиндрических поверхностей. В результате исходная задача может быть представлена в виде задачи оптимизации

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{h}, \rho) \rightarrow \min. \quad (7)$$

Решение задачи оптимизации осуществляется с использованием метода PSO [7, 8]. Данный алгоритм относится к интеллектуальным методам мультиагентной оптимизации (Swarm Intelligence), основанной на парадигме роевого интеллекта. В процессе его использования вводится в рассмотрение множество точек пространства поиска  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(s-1)}\}$ , называемое

Таблица 1

Результаты расчетов для случая двух выступов

Номер кольца	$h$ , мм	$\rho$ , мм
0	150	119,38
1	111,41	230
Поле в центре системы $H_0$		0,463895
Отклонение от однородности	$\Delta_z$ , ppm	1259 (0,13%)
	$\Delta_\rho$ , ppm	1051 (0,11%)

Сравним результаты расчета с данными, взятыми из [1]. Отношение радиусов колец принимает значение  $\rho_1 / \rho_0 = 230 / 119,38 = 1,93$ . Отношения величин выступов к радиусу внутреннего кольца составляют  $h_0 / \rho_0 = 150 / 119,38 = 1,26$  и  $h_1 / \rho_0 = 111,41 / 119,38 = 0,93$ . В табл. 2 содержатся известные отношения размеров для шим Роуза [1]. Курсивом выделены результаты, полученные путем линейной интерполяции из ближайших приведенных значений.

Таблица 2

Рекомендуемые соотношения для шим Роуза

$\rho_1 / \rho_0$	$h_0 / \rho_0$	$h_1 / \rho_0$
1,50	1,40	0,87
<i>1,93</i>	<i>1,28</i>	<i>0,94</i>
2,25	1,20	1,00

Близость полученных в результате синтеза значений свидетельствует о корректности получаемых результатов оптимизации. Однако в [1] однородность контролировалась по значениям поля в двух точках на оси системы, тогда как предлагаемый подход позволяет получить однородное поле во всем объеме рабочей зоны электромагнита.

В [9] приведен результат для случая трех колец, где автор указывает, что степень однородности получаемых им полей для аналогичных габаритов магнитной системы, размеров и формы рабочей зоны составляет 80-100 ppm. Результат, полученный с использованием алгоритма PSO, приведен в табл. 3. Поле обладает значительно более высокой степенью однородности.

Таблица 3

Результаты расчетов для случая трех выступов

Номер кольца	$h$ , мм	$\rho$ , мм
0	150	78,56
1	134	152,06
2	91,85	225,82
Поле в центре системы $H_0$		0,455937
Отклонение от однородности	$\Delta_z$ , ppm	35 (0.0035 %)
	$\Delta_\rho$ , ppm	28 (0.0028 %)

Дальнейшее увеличение числа кольцевых выступов позволяет повысить однородность магнитного поля в рабочей зоне. Для случая четырех выступов результат эволюционного синтеза приведен в табл. 4.

Используемый метод оптимизации позволяет решать задачи, характеризующиеся значительным числом параметров, что позволяет осуществить его эффективное использование в широком классе задач, возникающих в теоретической электротехнике.

роем частиц, где  $s$  – размер роя. В начале работы алгоритма положение частиц инициализируется случайным образом. Каждая частица имеет скорость перемещения, значение которой изначально задается равным нулю или принимает небольшое случайное значение. Множество скоростей частиц роя обозначим  $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}^{(0)}, \mathbf{v}^{(1)}, \dots, \mathbf{v}^{(s-1)}\}$ . На каждом шаге итерационного процесса происходит обновление скоростей частиц и пересчет их новых позиций по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{(j)} &= w \cdot \mathbf{v}^{(j)} + c_1 \cdot r_1 (\mathbf{x}_f^{(j)} - \mathbf{x}^{(j)}) + c_2 \cdot r_2 (\mathbf{x}_g^{(j)} - \mathbf{x}^{(j)}); \\ \mathbf{x}^{(j)} &= \mathbf{x}^{(j)} + \mathbf{v}^{(j)}; \end{aligned} \quad (8)$$

где  $w$  – инерциальный коэффициент, определяющий влияние предыдущего значения скорости на новое;  $c_1$  и  $c_2$  – коэффициенты ускорения;  $\mathbf{x}_f^{(j)}$  – наилучшее решение, найденное  $j$ -й частицей;  $\mathbf{x}_g^{(j)}$  – наилучшее значение параметров, найденное всем роем;  $r_1$  и  $r_2$  – случайные числа с равномерным распределением на отрезке  $[0; 1]$ . В случае если какая-либо из частиц выходит за границы области поиска, то соответствующие компоненты ее скорости обнуляются, а частица возвращается на границу. Вычислительный процесс продолжается до тех пор, пока не достигнута требуемая однородность поля, либо за несколько последовательных шагов не наблюдается заметного убывания значения целевой функции, или же достигнуто максимально допустимое количество итераций.

По сравнению с алгоритмами локального поиска, роевая оптимизация обладает рядом преимуществ, таких как возможность нахождения глобального оптимума, избегая попадания в локальные экстремумы, метод нечувствителен к начальному приближению, наличию у оптимизируемой функции оврагов и плато, а также не требует информации о ее производных.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведем некоторые результаты, полученные с использованием алгоритма PSO для синтеза формы аксиально-симметричных полюсов электромагнита, предназначенного для создания однородного магнитного поля.

Расчет проводился для электромагнита со следующими значениями конструктивных параметров (см. рис. 1). Максимальный радиус полюса принимался равным  $R = 230$  мм, минимальное и максимальное расстояние между выступами противоположных полюсов  $l = 120$  мм и  $L = 300$  мм. Контрольная зона имела форму эллипсоида вращения с осями  $l$  и  $d = 150$  мм. Контрольные точки располагались в пространстве с шагом в 0,1 мм. Для намагниченности  $M$  принималось единичное значение. Полученные в результате вычислений значения компонент напряженности поля затем необходимо умножить на фактическое значение намагниченности.

Были рассмотрены случаи 2, 3 и 4-х ступенчатых цилиндрических полюсов, соответствующие результаты приведены в табл. 1, 3, 4. До проведения оптимизации формы полюсов при отсутствии цилиндрических выступов, когда расстояние между полюсами принималось равным  $L$ , начальная однородность поля в контрольной области составляла 57000 ppm (5,7 %) и 38000 ppm (3,8 %) для аксиальной и радиальной компонент напряженности поля соответственно. При этом в центре системы создавалось поле с напряженностью  $H_0 = 0,453732$  единиц (при условной единичной намагниченности).

Таблица 4

Результаты расчетов для случая четырех выступов

Номер кольца	$h$ , мм	$\rho$ , мм
0	125,52	53,04
1	120,05	101,21
2	107,67	157,83
3	77,86	230
Поле в центре системы $H_0$		0,515868
Отклонение от однородности	$\Delta_z$ , ppm	20 (0.0020%)
	$\Delta_\rho$ , ppm	13 (0.0013%)

## ВЫВОДЫ

1. Демонстрируется возможность эффективного решения задач эволюционного параметрического синтеза формы поверхности аксиально-симметричных полюсов электромагнитов для создания однородного магнитного поля в пространственной рабочей зоне с использованием интеллектуального метода мультиагентной оптимизации PSO.
2. Приведены примеры решения конкретных задач по улучшению однородности поля в межполюсном пространстве электромагнита. При этом удается добиться однородности поля до 20 ppm.
3. Используемый в работе метод оптимизации ро-ем частиц PSO позволяет находить глобальный оптимум функции, не используя дополнительной информации о поведении функции в пространстве поиска, что позволяет эффективно применять алгоритм в широком спектре задач теоретической электротехники.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карасик В.Р. Физика и техника сильных магнитных полей. – М.: Наука, 1964. – С. 239-244.
2. Rose M.E. Phys. Rev. 53, 715 (1938).
3. Bjorken J.D., Bitter F., Rev. Sci. Instr. 27, 1005 (1956).
4. Курбатов П.А., Кузнецова Е.А., Кулаев Ю.В. Проектирование систем с постоянными магнитами открытого типа для магниторезонансных томографов // Электричество. – 2007. – № 7. – С. 47-52.

5. Павлов А.К., Гальченко В.Я. Информационные модели для проектирования источников магнитных полей. // Информационные технологии. – 2002. – № 7. – С. 47-53.
6. Гальченко В.Я., Воробьев М.А. Исследование генетических алгоритмов в структурном синтезе источников магнитных полей с заданными свойствами. // Информационные технологии. – 2003. – № 7. – С. 7-12.
7. Kennedy J., Eberhart R. Particle Swarm Optimization // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia 1995, pp. 1942-1945.
8. Неитеративные, эволюционные и мультиагентные методы синтеза нечеткологических и нейросетевых моделей: Монография / Под общ. редакцией С.О. Субботина. – Запорожье: Издательство ЗНТУ, 2009. – 375 с.
9. Кузнецова Е.А. Методы проектирования и настройки систем с постоянными магнитами для магниторезонансных томографов. Автореферат канд. техн. наук. – М.: ГОУВПО Московский энергетический институт, 2008. – 20 с.

Поступила 06.10.2009

Гальченко Владимир Яковлевич, д.т.н., проф.,  
 Якимов Александр Николаевич,  
 Остапущенко Дмитрий Леонидович  
 Луганский государственный медицинский университет,  
 кафедра медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики  
 Украина, 91045, Луганск, кв. 50-летия Обороны Луганска, 1  
 тел.: (0642) 630253  
 e-mail: halchvl@gmail.com, galch@lsmu.edu.ua

*V.Ya. Halchenko, A.N. Yakimov, D.L. Ostapuschenko*

**Parametric synthesis of an axial-symmetric electromagnet's pole shape for uniform magnetic field generation.**

Evolutional parametric synthesis of an axial-symmetric electromagnet's poles shape for creation of a uniform magnetic field is considered. An intelligent multiagent particle swarm optimization method is used to solve the optimization problem.

**Key words – evolutional parametric synthesis, uniform magnetic field, particle swarm optimization, swarm intelligence.**