УДК 621.318

Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов, Г.С. Сериков

РАСЧЕТ УСИЛИЙ В ИНДУКЦИОННОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ С НЕФЕРРОМАГНИТНЫМИ МАССИВНЫМ ЭКРАНОМ И ЗАГОТОВКОЙ

Стаття присвячена розрахункам основних характеристик індукційної індукторної системи прямокутної геометрії з неферомагнітним масивним провідним екраном і тонкостінною листовою заготовкою в низькочастотному режимі діючих полів. Одержані аналітичні залежності для розрахунку індукованих струмів та збуджуваних електродинамічних зусиль, які збуджуються, як притяжіння, так і відштовхування. Якісний аналіз показує, що інтегральна в часі дія сил притяжіння має кумулятивний характер.

Статья посвящена расчётам основных характеристик индукционной индукторной системы прямоугольной геометрии с неферромагнитными массивным проводящим экраном и тонкостенной листовой заготовкой в низкочастотном режиме действующих полей. Получены аналитические зависимости для расчёта индуцированных токов и возбуждаемых электродинамических усилий, как притяжения, так и отталкивания. Качественный анализ показывает, что интегральное во времени действие сил притяжения имеет кумулятивный характер.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка проблемы. Индукционные индукторные системы для притяжения листовых металлов впервые были предложены в работе [1]. Там же был описан принцип их действия, в основе которых лежит эффект притяжения проводников с одинаково направленными токами. Поскольку взаимное притяжение испытывали проводники (дополнительный экран и собственно листовая заготовка) с индуцированными токами, в последующих работах такие индукторные системы получили определение "индукционные" [2, 3]

Анализ основных достижений и публикаций. Первые конструкции индукционных инструментов притяжения содержали тонкостенный экран и листовую заготовку [1 – 3]. Но, как следует из априорных физических соображений, повышение эффективности систем такого рода возможно при использовании массивного проводящего вспомогательного экрана, в специальной полости на граничной поверхности которого со стороны листовой заготовки располагается индуктор в виде двойного витка с рабочей зоной между их параллельными смежными сторонами (рис. 1).

Назначение, именно, массивного экрана состоит в концентрации возбуждаемого магнитного поля в пространстве между индуктором и металлом листовой заготовки, а двойной виток индуктора обеспечивает двукратное увеличение тока в рабочей зоне. Если учесть, что энергия магнитного поля пропорциональна квадрату тока, то его увеличение в два раза означает увеличение энергии на деформирование листовой заготовки, соответственно, в четыре раза.

Цель настоящей работы – получение решений для расчёта электродинамических усилий, возбуждаемых в индукционной индукторной системе с прямоугольным двойным витком, неферромагнитными массивным проводящим экраном и тонкостенной листовой заготовкой в низкочастотном режиме действующих магнитных полей.

В расчётах примем модель (рис. 1), соответствующую центральному поперечному сечению индукторной системы, ортогональному её продольным токопроводам.

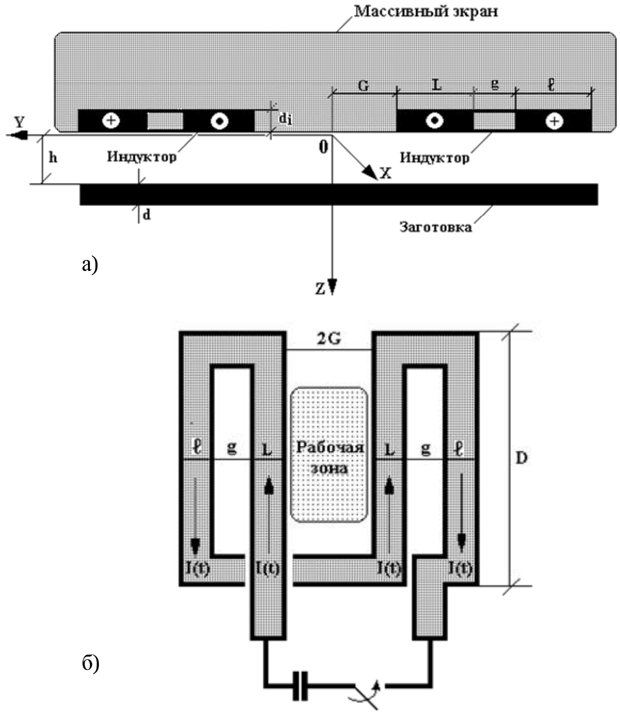

Рис. 1. Расчётная модель индукционной индукторной системы с массивным вспомогательным экраном:
а) поперечное сечение индукторной системы;
б) собственно индуктор

Ориентация осей в принятой системе координат такова, что направление потока энергии к объекту обработки (вектор Пойтинга, $\vec{\Pi}_z = [\vec{E}_x \times \vec{H}_y]$) совпадает с положительным направлением оси $0Z$.

Для решения задачи примем следующие допущения.

- Массивный вспомогательный экран и заготовка выполнены из одинаковых металлов с удельной электропроводностью γ.
- В измерениях X и Y система достаточно велика ($x\ y \to \infty$), экран также простирается до $z \to -\infty$, но параметры h, d_i, d много меньше всех поперечных размеров индуктора.

- Протяжённость вдоль оси абсцисс достаточно велика, так что $\frac{\partial}{\partial x} = 0$.
- По токопроводам индуктора течёт ток $I(t)$, его направления в ветвях слева и справа относительно плоскости $Z0X$ (соответственно рис. 1) – одинаковы.
- В системе возбуждается электромагнитное поле с ненулевыми компонентами напряжённости: $E_x \neq 0$, $H_{y,z} \neq 0$.

В рамках принятых допущений уравнения Максвелла для ненулевых составляющих напряжённостей электромагнитного поля, преобразованных по Лапласу (L – преобразование) с учётом нулевых начальных условий принимают вид [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z(p,y,z)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(p,y,z)}{\partial z} = j_x(p,y,z), & (1) \\ \frac{\partial E_x(p,y,z)}{\partial z} = -p\mu_0 H_y(p,y,z), & (2) \\ \frac{\partial E_x(p,y,z)}{\partial y} = p\mu_0 H_z(p,y,z), & (3) \end{cases}$$

где p – параметр преобразования Лапласа;

$$E_x(p,y,z) = L\{E_x(t,y,z)\};$$

$$H_{y,z}(p,y,z) = L\{H_{y,z}(t,y,z)\};$$

$j_x(p,y,z) = L\{j_x(t,y,z)\}$; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

Плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде [4]:

$$j_x(p,y,z) \approx \gamma \cdot E_x(p,y,z) + j_{x\,i}(p,y,z), \qquad (4)$$

где $j_{x\,i}(p,y,z)$ – плотность стороннего тока в индукторе, $j_{x\,i}(p,y,z) = j(p)\cdot f(y)\cdot \delta(z)$, $j(p)$ – амплитудно-временная зависимость стороннего тока; $f(y)$ – функция поперечного распределения плотности тока; $\delta(z)$ – импульсная функция Дирака.

Геометрическая и электродинамическая симметрия исследуемой системы соответственно рис. 1 позволяет выделить области с однородными электрофизическими характеристиками и считать, что таковыми являются:

а) область металла экрана, $z \in (-\infty, 0)$;

б) пространство между экраном и заготовкой) $z \in (0, h)$;

в) область металла заготовки, $z \in [h, (h+d)]$;

г) свободное полупространство с внешней стороны металлического листа,) $z \in [(h+d), \infty]$.

Из дифференциальных уравнений (1 – 3) с учётом выражения (4) в рамках принятых допущений получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля $E_x(p,y,z)$ в выделенных областях:

а) $z \in (-\infty, 0)$,

$$\frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial z^2} - (p\mu_0\gamma)\cdot E_x(p,y,z) = p\mu_0 j(p,y,z) \qquad (5)$$

б) $z \in (0, h)$,

$$\frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial z^2} = 0, \qquad (6)$$

в) $z \in [h, (h+d)]$,

$$\frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial z^2} = \gamma \cdot E_x(p,y,z), \qquad (7)$$

г) $z \in [(h+d), \infty]$,

$$\frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p,y,z)}{\partial z^2} = 0. \qquad (8)$$

Для решения уравнений (5 – 8) применим интегральное косинус-преобразование Фурье. Его допустимость обусловлена геометрической и электрической симметрией рассматриваемой задачи относительно оси аппликат.

Таким образом, имеем, что

$$\begin{cases} E_x(p,y,z) = \int_0^\infty E_x(p,\lambda,z)\cdot\cos(\lambda y)d\lambda, & (9) \\ j_x(p,y,z) = \int_0^\infty j_x(p,\lambda,z)\cdot\cos(\lambda y)d\lambda, & (10) \end{cases}$$

где $j_x(p,\lambda,z) = j(p) f(\lambda)\,\delta(z)$;

$$f(\lambda) = \frac{2}{\pi}\cdot\int_0^\infty f(y)\cdot\cos(\lambda y)dy.$$

С учётом (9) и (10) уравнения (5 – 8) преобразуются к виду:

а) $z \in (-\infty, 0)$,

$$\frac{d^2 E_x(p,\lambda,z)}{dz^2} - q^2(p,\lambda)\cdot E_x(p,\lambda,z) = K(p,\lambda)\cdot\eta(z+d_i); \qquad (11)$$

где $K(p,\lambda) = \mu_0 \cdot p \cdot j(p)\cdot f(\lambda)$; $\eta(z)$ – ступенчатая функция Хевисайда.

б) $z \in (0, h)$

$$\frac{d^2 E_x(p,\lambda,z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_x(p,\lambda,z) = 0. \qquad (12)$$

в) $z \in [h, (h+d)]$,

$$\frac{d^2 E_x(p,\lambda,z)}{dz^2} - q^2(p,\lambda)\cdot E_x(p,\lambda,z) = 0, \qquad (13)$$

где $q(p,\lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p\cdot\mu_0\cdot\gamma}$ – волновое число в металле с удельной электропроводностью γ,

г) $z \in [(h+d), \infty]$,

$$\frac{d^2 E_x(p,\lambda,z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_x(p,\lambda,z) = 0 \qquad (14)$$

Общие интегралы уравнений (11 – 14) в выделенных областях дают выражения для напряжённостей электрического поля. Уравнение Максвелла (2) позволяет получить соответствующие формулы для тангенциальной компоненты напряжённости магнитного поля в выделенных областях принятой расчётной модели:

а) в металле массивного экрана, где $z \in (-\infty, 0)$, уравнениям (11), (2) и условию ограниченности при $z \to -\infty$ удовлетворяют функции:

$$E_x^{(1)}(p,\lambda,z)=C\,(p,\lambda)\cdot e^{q\,(p,\lambda)\cdot z}+ + \frac{K(p,\lambda)}{q^2(p,\lambda)}\eta(z+d_i)(ch\,(q\,(p,\lambda)(z+d_i))-1), \qquad (15)$$

$$H_y^{(1)}(p,\lambda,z)=\frac{q\,(p,\lambda)}{p\mu_0}\cdot\Big[C\,(p,\lambda)\cdot e^{q\,(p,\lambda)\cdot z}+ + \frac{K(p,\lambda)}{q^2(p,\lambda)}\eta(z+d_i)\cdot sh\,(q\,(p,\lambda)(z+d_i))\Big], \qquad (16)$$

где $C(p\lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования,

б) в пространстве между экраном и листовой заготовкой, $z\in(0, h)$:

$$E_x^{(2)}(p,\lambda,z)=D_1(p,\lambda)\cdot e^{\lambda\cdot z}+D_2(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda\cdot z}, \qquad (17)$$

$$H_y^{(2)}(p,\lambda,z)=\frac{\lambda}{p\mu_0}\cdot\Big[D_1(p,\lambda)\cdot e^{\lambda\cdot z}-D_2(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda\cdot z}\Big], \qquad (18)$$

где $D_{1,2}(p,\lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования,

в) в области металла листовой заготовки, $z\in[h, (h+d)]$:

$$E_x^{(3)}(p,\lambda,z)=A_1(p,\lambda)\cdot e^{\,q\,(p,\lambda)\cdot(z-h)}+ + A_2(p,\lambda)\cdot e^{-\,q\,(p,\lambda)\cdot(z-h)}, \qquad (19)$$

$$H_x^{(3)}(p,\lambda,z)=\frac{q\,(p,\lambda)}{p\mu_0}\cdot\Big[A_1(p,\lambda)\cdot e^{\,q\,(p,\lambda)\cdot(z-h)}- - A_2(p,\lambda)\cdot e^{-\,q\,(p,\lambda)\cdot(z-h)}\Big], \qquad (20)$$

где $A_{1,2}(p,\lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

г) в свободном полупространстве с внешней стороны листовой заготовки, $z\in[(h+d), \infty]$, и условию ограниченности при $z\to\infty$ удовлетворяет функция:

$$E_x^{(4)}(p,\lambda,z)=B(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda(z-(h+d))}, \qquad (21)$$

$$H_y^{(4)}(p,\lambda,z)=-\frac{\lambda}{p\mu_0}\cdot B\,(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda\cdot(z-(h+d))}, \qquad (22)$$

где $B(p\lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования.

Неизвестные постоянные интегрирования находятся из условия непрерывности касательных компонент напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей:

1) z=0,

$$\begin{cases} C(p,\lambda)-\dfrac{K(p,\lambda)}{q^2(p,\lambda)}\cdot\left[ch(q(p,\lambda)d_i)-1\right]= \\ =D_1(p,\lambda)+D_2(p,\lambda); \\ C(p,\lambda)+\dfrac{K(p,\lambda)}{q^2(p,\lambda)}\cdot sh(q(p,\lambda)d_i)= \\ =\dfrac{\lambda}{q(p,\lambda)}\cdot D_1(p,\lambda)-D_2(p,\lambda); \end{cases} \qquad (23)$$

2) $z=h$,

$$\begin{cases} D_1(p,\lambda)\cdot e^{\lambda h}+D_2(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda h}=A_1(p,\lambda)+A_2(p,\lambda); \\ D_1(p,\lambda)\cdot e^{\lambda h}-D_2(p,\lambda)\cdot e^{-\lambda h}=\dfrac{q(p,\lambda)}{\lambda}\times \\ \times(A_1(p,\lambda)-A_2(p,\lambda)); \end{cases} \qquad (24)$$

3) $z=(h+d)$,

$$\begin{cases} A_1(p,\lambda)\cdot e^{q(p,\lambda)d}+A_2(p,\lambda)\cdot e^{-q(p,\lambda)d}=B(p,\lambda); \\ \dfrac{q(p,\lambda)}{\lambda}\cdot\left(A_1(p,\lambda)\cdot e^{q(p,\lambda)d}-A_2(p,\lambda)\cdot e^{-q(p,\lambda)d}\right)= \\ =-B(p,\lambda); \end{cases} \qquad (25)$$

Для низкочастотного режима можно считать, что $|p\mu_0\gamma|\to 0$, $q(p,\lambda)\approx\lambda$. [2, 3].

В этом случае из систем линейных алгебраических уравнений следует, что

$$\begin{cases} A_1(p,\lambda)=D_1(p,\lambda)=0, \\ C(p,\lambda)=\dfrac{K(p,\lambda)}{2\lambda^2}\cdot\left(1-e^{\lambda d_i}\right), \\ A_2(p,\lambda)=\dfrac{K(p,\lambda)}{2\lambda^2}\cdot e^{-\lambda h}\cdot\left(1-e^{\lambda d_i}\right). \end{cases},$$

Значение $C(p\lambda)$ подставим в (15). Полученный результат умножим на удельную электропроводность γ. Выполняя обратные преобразования Фурье и Лапласа, получаем, что в экране возбуждается вихревой ток с плотностью:

$$j_x^{(1)}(\varphi,y,z)=j_m\cdot\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\cdot\left(\frac{\omega\tau}{d_i\cdot d^2}\right)\cdot\int_0^\infty\frac{f(\lambda)}{\lambda^2}\cdot\cos(\lambda y)\times \times\left(\frac{1-e^{\lambda d_i}}{2}\cdot e^{\,\lambda z}+\eta(z+d_i)\cdot\left[ch\,(\lambda\cdot(z+d_i))-1\right]\right)d\lambda, \qquad (26)$$

где j_m – линейная плотность тока в токопроводах индуктора, $j_m=\dfrac{I_m}{L}$; $j(\varphi)$; – зависимость тока индуктора от фазы – $\varphi=\omega\cdot t$, ω – круговая частота; $\tau=\mu_0\cdot\gamma\cdot d^2$ – характерное время диффузии поля в проводящий слой с удельной электропроводностью γ и толщиной d.

Интегрируя выражение (26) по переменной $z\in(-\infty, 0)$, находим линейную плотность тока, индуцированного в металле массивного экрана.

$$J_x^{(1)}(\varphi,y)=\frac{2}{\pi}\cdot j_m\cdot(\omega\tau)\cdot\left(\frac{d}{d_i}\right)\cdot\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\cdot\int_0^\infty\frac{F\,(x)}{x^4}\times \times\left[\left(\frac{1-e^{x\cdot\frac{d_i}{d}}}{2}\right)+\left(sh\,(x\cdot\frac{d_i}{d})-(x\cdot\frac{d_i}{d})\right)\right]\cos\,(x\cdot\frac{y}{d})\,dx, \qquad (27)$$

где x – новая безразмерная переменная интегрирования, $x=\lambda\cdot d$, $F(x)$ – Фурье-образ поперечного распределения тока индуктора в терминах переменной x.

Из (19) получаем, что заготовке возбуждается вихревой ток с плотностью:

$$j_x^{(3)}(\varphi,y,\zeta)=-\,j_m\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\left(\frac{\omega\tau}{2d_id^2}\right)\times \times\int_0^\infty\frac{f(\lambda)}{\lambda^2}\cos\,(\lambda y)e^{-\lambda h}\left(1-e^{\,\lambda d_i}\right)\cdot e^{-\lambda\zeta}d\lambda, \qquad (28)$$

где $\zeta \in [0, d]$ переменная, связанная с толщиной собственно листовой заготовки.

Интегрируя выражение (28) по $\zeta \in [0, d]$, находим линейную плотность тока, индуцированного в заготовке:

$$J_x^{(3)}(\varphi, y) = -\frac{2}{\pi} \cdot j_m \frac{(\omega\tau)}{2} \left(\frac{d}{d_i}\right) \frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{F(x)}{x^4} \cos\left(x\frac{y}{d}\right) e^{-x\frac{h}{d}} \left(1 - e^{x\frac{d_i}{d}}\right) \left(1 - e^{-x}\right) dx \quad . \qquad (29)$$

Пусть токи в индукторе распределены равномерно. Тогда:

$$f(X) = \left[\eta(\lambda G - |X|) - \eta(\lambda(G+L) - |X|)\right] -$$

$$-\frac{L}{l} \cdot \left[\eta(\lambda(G+L+g) - |X|) - \eta(\lambda(G+L+g+l) - |X|)\right],$$

$$X = \lambda \cdot y \,. \qquad (30)$$

Фурье-образ функции (30):

$$F(x) = 2 \cdot \left[\left(\sin\left(x\frac{0.5L}{d}\right) \cdot cos\left(x\frac{G+0.5L}{d}\right)\right) -\right.$$

$$\left. -\frac{L}{l}\left(\sin\left(x\frac{0.5l}{d}\right) \cdot cos\left(x\frac{(G+L+g)+0.5l}{d}\right)\right)\right]. \quad (31)$$

Далее положим, что $d_i \to 0$. Тогда

$$J_x^{(1)}(\varphi, y) = \frac{1}{\pi} \cdot j_m \cdot (\omega\tau) \cdot \frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \cdot \int_0^\infty \frac{F(x)}{x^3} \cdot \cos\left(x \cdot \frac{y}{d}\right) dx \,. (32)$$

$$J_x^{(3)}(\varphi, y) = -\frac{1}{\pi} \cdot j_m \cdot (\omega\tau) \cdot \frac{dj(\varphi)}{d\varphi} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{F(x)}{x^3} \cdot \cos\left(x\frac{y}{d}\right) \cdot e^{-x\frac{h}{d}} \cdot \left(1 - e^{-x}\right) dx \quad . \qquad (33)$$

В соответствии с законом Ампера о силовом взаимодействии проводников с токами записываем формулу для распределённой силы притяжения, действующей на листовую заготовку при жёстко фиксированном экране:

$$P_{attr.}(\varphi, y) = -P_m^{(1)} \cdot \left(\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\right)^2 \cdot \Phi_1(y), \qquad (34)$$

где $$P_m^{(1)} = \left(\frac{\mu_0 \cdot j_m^2}{2}\right) \cdot (\omega \cdot \tau)^2 \cdot \frac{D}{\pi^3 \cdot h},$$

$$\Phi_1(y) = \left[\int_0^\infty \frac{F(x)}{x^3} \cdot \cos\left(x \cdot \frac{y}{d}\right) dx\right] \times$$

$$\times \left[\int_0^\infty \frac{F(x)}{x^3} \cdot e^{-x \cdot \frac{h}{d}} \cdot (1 - e^{-x}) \cdot \cos\left(x \cdot \frac{y}{d}\right) dx\right].$$

Аналитические выражения для токов и возбуждаемых усилий представляют собой решение поставленной задачи и позволяют производить необходимые численные оценки.

ВЫВОДЫ

Полученные результаты стоит дополнить лишь качественными замечаниями.

- Из формул следуют все физические особенности, присущие ранее рассмотренным конструкциям индукционных индукторных систем и обеспечивающие их работоспособность [2, 3].
- Вычисление импульса силы притяжения показывает кумулятивный характер деформаций в период действия импульса, так как

$$S_{attr} = \int_0^\infty P_{attr}(\varphi, y) d\varphi \sim \int_0^\infty \left(\frac{dj(\varphi)}{d\varphi}\right)^2 d\varphi > 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т., Физические основы возможных направлений развития магнитно-импульсной обработки тонкостенных металлов.// Електротехніка і електромеханіка. Харків. 2004, №2, С. 80-84.
2. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю., Чаплыгин Е.А., Цилиндрическая индукционная индукторная система для притяжения тонкостенных листовых металлов. // Авиационно-космическая техника и технология. Харьков: 2007. №11 (47), С. 109-117.
3. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю., Сериков Г.С., Индукционная индукторная система прямоугольной геометрии для притяжения тонкостенных листовых металлов. // Авиационно-космическая техника и технология. Харьков: 2008. № 2 (49), С. 45-50.
4. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т., Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий (научное издание, 2-е переработанное и дополненное). Под общей ред. проф., д.т.н. Батыгина Ю.В. Харьков: Изд. "МОСТ-Торнадо". 287 с.

Поступила 24.11.2008

Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.,
Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., с.н.с.,
Сериков Георгий Сергеевич
Харьковский национальный
автомобильно-дорожный университет
61002, Харьков, ул. Петровского, 25, ХНАДУ,
кафедра "Автомобильная электроника"
тел. (8-057) 700-38-52, E -mail: batygin48@mail.ru,
kalifus@yandex.ru, georgy301@rambler.ru.