

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УПРАВЛЯЕМЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И СИСТЕМАХ

Горбачев М.Н., к.т.н.  
Институт электродинамики НАН Украины  
Украина, 03057, Киев, пр. Победы, 56  
тел. (044) 454-25-64.

*Викладено та обґрунтовано принцип геометричного моделювання періодичних негармонічних енергетичних процесів у керованих електричних та радіотехнічних ланцюгах та системах електроживлення радіотехнічних пристроїв з використанням математичної теорії поля*

*Изложен и обоснован принцип геометрического моделирования периодических негармонических энергетических процессов в управляемых электрических и радиотехнических цепях и системах электропитания радиотехнических устройств с использованием математической теории поля*

### ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование негармонических периодических энергетических процессов в радиотехнических и электрических цепях и устройствах (например, во вторичных системах электропитания радиотехнических устройств систем электросвязи) является актуальной и современной научной проблемой, тесно связанной с решением ряда теоретических и прикладных задач. Интерес к изучению этой актуальной проблемы весьма велик, поскольку полная мощность, ее составляющие и взаимосвязи между ними являются важными характеристиками энергетических процессов, определяющими распределение электрической энергии в различных режимах работы указанных цепей и устройств.

Традиционный подход, в котором используются одномерные математические модели для решения указанных задач, изложен, например, в работах [1-11], имеет ряд недостатков, главный из которых заключается в том, что невозможно создать (построить) математическую модель указанного энергетического процесса как единого целого. Это связано с тем, что одномерные модели отображают не весь электрофизический процесс, а лишь отдельные его стороны. Для решения задач создания обобщенных математических моделей целесообразно использовать нетрадиционный научный подход, в основе которого лежит идея многомерного и, в частности, трехмерного пространственного моделирования указанных процессов, реализуемая на основе геометрических представлений и изложенная в работе [12, 16-29].

Однако в указанных выше работах не рассмотрены примеры применения математической теории поля при использовании трехмерных геометрических моделей конкретных объектов.

Целью настоящей статьи является математическое обоснование существования и нахождения обобщенных трехмерных геометрических моделей негармонических периодических (квазиустановившихся) энергетических процессов во входных цепях управляемых выпрямителей переменного тока при активной нагрузке, которые широко применяются на практике в источниках вторичного электропитания

радиотехнических устройств и систем электросвязи (на примере симметричной трехфазной мостовой схемы [2, 3]) с использованием математической теории поля [14, 15].

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИНЦИПА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УПРАВЛЯЕМЫХ ЦЕПЯХ

Определение мощности искажения  $T$  как мощности невязки между полной мощностью  $S = f(P, Q, T)$  и ее активной  $P$  и реактивной  $Q$  составляющими, определяемыми первыми гармониками потребляемого из сети тока и напряжения сети, дает основание геометрически представить полную мощность как трехмерный вектор  $\vec{S}(P, Q, T)$  в евклидовой системе координат, а именно:

$$\vec{S} = P\vec{i} + Q\vec{j} + T\vec{k}.$$

При этом мощности  $P$ ,  $Q$  и  $T$  имеют смысл ортогональных составляющих вектора  $\vec{S}$  по осям  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  и их значения связаны с модулем вектора  $S = |\vec{S}|$  известным соотношением, выражающим квадрат модуля (длины) вектора  $\vec{S}$  [2-11]:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + T^2.$$

Разделив каждое из уравнений, определяющее ортогональные составляющие  $P$ ,  $Q$  и  $T$  на величину модуля вектора  $\vec{S}$ , приходим к системе уравнений в относительных величинах  $\tilde{P}$ ,  $\tilde{Q}$  и  $\tilde{T}$ , причем  $\tilde{S} = 1$ :

$$\begin{cases} \tilde{P} = v \cdot \cos \varphi_1, \\ \tilde{Q} = v \cdot \sin \varphi_1, \\ \tilde{T} = \sqrt{1 - v^2}. \end{cases} \quad (1)$$

Систему уравнений (1) можно рассматривать как систему, задающую координаты точек некоторой поверхности в трехмерном Евклидовом пространстве в функции двух параметров ( $\varphi_1$  и  $v$ ). Возьмем в качестве

параметров, характеризующих положение произвольной точки  $M(x, y, z)$  на искомой поверхности, угол  $\varphi_1$  и угол  $\psi$ , сделав при этом замены переменных:

$$\begin{aligned} x &= \tilde{P}(\varphi_1, \psi), & y &= \tilde{Q}(\varphi_1, \psi), & z &= \tilde{T}(\psi), \\ & & & & \psi &= \arcsin v. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда систему уравнений (1) удобно представить в параметрической форме

$$\begin{cases} x = \sin \psi \cdot \cos \varphi_1, \\ y = \sin \psi \cdot \sin \varphi_1, \\ z = \cos \psi, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\sin \psi = v$  и  $\psi$  – угол, который образует радиус-вектор точки  $M(x, y, z)$  с осью  $OZ$ .

Система (3) представляет собой уравнение сферы в параметрической форме с радиусом  $R = 1$ , которому соответствует уравнение в канонической форме [13]:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0. \quad (4)$$

В конкретных частных случаях, соответствующих вентильным преобразователям, угол  $\varphi_1$  изменяется в пределах  $0 \leq \varphi_1 \leq \pi/2$  при работе управляемого выпрямителя (УВ) в режиме выпрямления и в пределах  $\pi/2 \leq \varphi_1 \leq \pi$  в режиме инвертирования, то есть когда УВ переходит в режим ведомого сетью инвертора [2-4]. Таким образом, при одновременном изменении в указанных пределах величин  $\varphi_1$  и  $v$  и, следовательно, угла  $\psi$  системы уравнений (1) и (3) определяют часть поверхности сферы в трехмерном Евклидовом пространстве. Это означает, что рассматриваемые рабочие режимы, характеризуемые двумя переменными скалярными величинами – углом регулирования  $\alpha$  и углом коммутации  $\gamma$ , связанным с переменным параметром  $v$ , отображаются с помощью системы уравнений (3) в трехмерном Евклидовом пространстве на части поверхности сферического (шарового) пояса.

Из геометрического подхода вытекает важное следствие, состоящее в том, что обобщенной количественной мерой  $\sigma$ , характеризующей совокупности (множества) энергетических квазистационарных процессов электропотребления со стороны входных цепей УВ, можно считать площади указанных областей как геометрического образа на соответствующем шаровом (сферическом) поясе. Эти площади  $\sigma$  можно рассчитать с помощью двойного интеграла [14, 15]:

$$\sigma = \iint_{(\sigma)} d\sigma = \iint_{(\sigma)} \frac{d\delta_{xy}}{|\cos(n, z)|}, \quad (5)$$

где  $\cos(n, z)$  – направляющий косинус нормали  $\vec{n}$  к поверхности  $\sigma$  в произвольной точке  $M$ ;  $d\delta_{xy}$  – проекция по плоскости  $XOY$  элемента площади криволинейной поверхности.

На основании формулы (5) получена следующая расчетная формула для сферы радиуса  $R$ :

$$\sigma = R^2 (\varphi_{1max} - \varphi_{1min}) \cdot (\cos \psi_1 - \cos \psi_2). \quad (6)$$

Используя геометрический подход и математическую теорию поля (в данном случае – это поле рас-

четных параметров) определяем поток  $\Phi$  вектора полной мощности  $\vec{S}$  через отображающую сферическую поверхность  $\sigma$ , соответствующую множеству (совокупности) энергетических процессов и рабочих режимов в рассматриваемых преобразовательных цепях с управляемыми элементами с учетом заданных диапазонов изменения угловых параметров  $\varphi$  и  $\psi$ , с помощью двойного интеграла [14, 15]:

$$\Phi = \iint_{(\sigma)} \vec{S} d\vec{\sigma} = \iint S_n d\sigma, \quad (7)$$

где  $S_n$  – проекция вектора  $\vec{S}$  на нормаль  $\vec{n}$  к поверхности в произвольной точке  $M(x, y, z)$ .

Интегрирование выражения (7) с учетом [14, 15] для сферы постоянного радиуса ( $\rho = R = S$ ) приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint_{(\sigma)} S d\sigma = S \int d\varphi \int_{\psi_1}^{\psi_2} \rho^2 \sin \psi d\psi = \\ &= S^3 (\varphi_{max} - \varphi_{min}) (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \frac{\text{единица}}{\text{потока}}. \end{aligned} \quad (8)$$

В целом теория геометрического моделирования периодических негармонических энергетических процессов в управляемых радиотехнических и электрических цепях и системах получила дальнейшее развитие в данной статье, а также в работах [22, 30, 31].

## ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе дано, во-первых, математическое обоснование принципа геометрического моделирования периодических негармонических (квазиустановившихся) энергетических процессов в электрических цепях и системах электропитания.

Во-вторых, дано геометрическое представление полной мощности как вектора в трехмерном Евклидовом пространстве позволило применить математическую теорию поля для исследования периодических негармонических энергетических процессов в электрических цепях с управляемыми элементами и установить связи между теорией цепей и теорией поля.

Действительно, в работе доказано, что поток вектора полной мощности  $\vec{S}$  через отображающую поверхность  $\sigma$ , представляющую собой часть шарового (сферического) пояса, а также площадь этой поверхности  $\sigma$  являются интегральными расчетными характеристиками, которые можно использовать для оценки и сопоставления (сравнительного анализа) периодических негармонических (квазиустановившихся) энергетических процессов и рабочих режимов в управляемых электрических цепях и системах (например, во вторичных источниках электропитания).

Расчетные формулы, полученные на основе применения математической теории поля, являются соотношениями, установившими связи между параметрами цепей УВ и расчетными характеристиками векторного поля, порождаемого вектором полной мощностью в соответствии с принципом геометрического моделирования [12, 16, 21, 23, 24, 26, 27, 29, 30-32].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергия. – 1967. – Т.1. – Ч. 2. – 522 с.
- [2] Полупроводниковые выпрямители/Под ред. Ф.И. Ковалева и Г.П. Мостковой. – М.: Энергия, 1967. – 480 с.
- [3] Китаев В. Е. Электротехнические устройства радиосистем. – М.: Энергия – 1971.–344с.
- [4] Руденко В.С., Сенько В.И., Чиженко И.М. Преобразовательная техника. – Киев: Вища школа – 1978.– 424 с.
- [5] Пухов Г.Е. Теория мощности системы периодических многофазных токов. – Электричество. – 1953 – № 2. – С. 56-61.
- [6] Лурье Л.С. Кажущаяся мощность трехфазной системы. – Электричество. – 1951. – № 1. – С. 47-53.
- [7] Новомейски З. Мощность активная, реактивная и мощность искажения в электрических системах с периодическими несинусоидальными токами. – Изв. вузов Электромеханика. – 1964. – № 6. – С. 657-664.
- [8] Мосткова Г.П., Родина З.С. Составляющие полной мощности в цепях с вентилями. – Электротехническая промышленность. Сер. Преобразовательная техника. – 1975. – Вып. 4(63). – С. 21-25.
- [9] Горбачев Г. Н., Чаплыгин Е. Е. Промышленная электроника. – М.: Энергоатомиздат. – 1988. – 320 с.
- [10] Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 440 с.
- [11] Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы электротехники. – М.-Л.: Госэнергоиздат. – Ч. 2. – 1955. – 216 с.
- [12] Горбачев М.Н. Геометрическое моделирование физических процессов в электрических цепях и системах с управляемыми элементами.– Труды IV Международ. науч. конф. "Геометрия и топология" – Черкассы: Черкасский Технологический институт.–2001. – С. 71-73.
- [13] Погорелов А.В. Лекции по аналитической геометрии. – Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1963. – 182 с.
- [14] Смирнов В.И. Курс высшей математики. – М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит., том 2. – 1956. – 628 с.
- [15] Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – Л.-: Гл. ред. техн.-теор. лит., 1937. – 456 с.
- [16] Горбачев М.Н. Геометрическое моделирование режимов работы систем электропитания на основе вентильных преобразователей // Автоматизация и релейная защита в энергосистемах'98. – Киев: Ин-т электродинамики НАН Украины, 1998. – С. 146-149.
- [17] M.Gorbachev. Analysis of systems of electrical supply with special characteristics on the basis of regulated rectifiers // Proceedings of the 2<sup>nd</sup> INTERNATIONAL SCIENTIFIC and TECHNICAL CONFERENCE on UNCONVENTIONAL ELECTROMECHANICAL AND ELECTROTECHNICAL SYSTEMS (15-17 December 1996, Poland). – SZCZECIN: TECHNICAL UNIVERSITY PRESS, 1996. – Vol. 3. – P. 725-730.
- [18] Горбачев М.Н. Особенности расчета мощности реактивных элементов компенсированного управляемого мостового выпрямителя как источника тока // Техн. электродинамика. – 1996. – № 2. – С. 39-45.
- [19] Горбачев М.Н. Геометрическое моделирование энергетических процессов в электрических управляемых цепях с нелинейными элементами. Праці Інституту електродинаміки НАН України. Енергоефективність: Зб. наук. пр. – Київ, ІЕД НАН України, 2001. – С. 53-56.
- [20] Горбачев М.Н. Анализ режимов работы систем электропитания на основе вентильных преобразователей методом параметризации ортогональных составляющих полной мощности. – Вісник Націон. техн. ун-ту "ХПІ". – Вып. 16. – 2001. – С. 53-55.
- [21] M.N.Gorbachov. Geometric Simulation of Quasistationary Power Processes in Electric Circuits with Controlled Semiconductor Elements. – Engineering Simulation, 2000, Vol. 17, pp. 463-474.
- [22] Горбачев М.Н. Новый подход к исследованию энергетических процессов в управляемых электрических цепях. – Вестник Харьковск. госуд. политехн. ун-та "ХПИ". Вып. 113., 2000. – С. 133-134.
- [23] Горбачев М.Н. Анализ энергетики систем электропитания на основе управляемых вентильных преобразователей. – "Радиоэлектроника. Информатика. Управление". – 2000. – № 2. – С. 40-45.
- [24] Горбачев М.Н. Теория геометрического моделирования электроэнергетических процессов в электрических цепях и системах с управляемыми элементами. – Труды 4-ой Международ. науч.-практич. конф. "Системы и средства передачи и обработки информации". – Одесса: УГАС им. А.С. Попова, 2000. – С. 57-58.
- [25] Горбачев М.Н. Анализ режимов систем электропитания на основе управляемых вентильных преобразователей. – Електротехніка та електроенергетика. – 1999. – № 1. – С. 26-28.
- [26] Горбачев М.Н. Геометрические модели управляемых вентильных преобразователей. – Вестник Харьковск. госуд. политехн. ун-та "ХПИ". Вып. 61.- 1999. – С. 288-289.
- [27] Горбачев М.Н. Геометрическое моделирование энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях и системах. – Технічна електродинаміка. Спец. вип. 2. – Том 2. – 1998. – С. 89-94.
- [28] Горбачев М.Н. Система обобщенных уравнений управляемого мостового выпрямителя // Техн. электродинамика. – 1997. – № 4. – С. 29-35.
- [29] M. Gorbachev. Geometrical modeling of energetical processes in the regulated rectifiers // Proceedings of the 3 International Scientific and Technical Conference on "Unconventional Electromechanical and Electrical Systems" (19-21 September 1997, Alushta, The Crimea, Ukraine). – Technical University Press, Szczecin, 1997. – Vol. 2. – P. 575-580.
- [30] Горбачев М.Н., Чернай В.Ф. Новый подход к анализу энергетических процессов во вторичных системах электропитания со стабилизирующей выходных параметров. – Тр. V Международ. науч.-техн. конф. "Системы и средства передачи и обработки информации" (г. Одесса). – Одесса: Изд. Центр ОНАС. 2001 г., – С. 63-64.
- [31] Горбачев М.Н. Анализ режимов работы систем электропитания на основе вентильных преобразователей методом параметризации ортогональных составляющих полной мощности. – Вісник Націон. ун-ту "ХПІ". – Вып. 16. – 2001. – С. 53-55.
- [32] Горбачев М.Н. Математическое моделирование электроэнергетических процессов и режимов работы силовых преобразовательных устройств с управляемыми электронными приборами на основе геометрических представлений / Сб. тр. VI Международ. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения" (АПЭП-2002. – Т. 6. – Новосибирск: Новосибирск. госуд. техн. ун-т. – С. 186-190.

*Поступила 30.08.2006*