

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В АСИНХРОННОМУ ДВИГУНІ ШТАНГОВОЇ НАФТОВИДОБУВНОЇ УСТАНОВКИ

Маляр А.В., к.т.н, доц.  
 Національний університет "Львівська політехніка",  
 кафедра електроприводу і автоматизації промислових установок,  
 Україна, 79013, Львів, вул. С.Бандери, 12,  
 тел. (032) 258-25-64, e-mail: svmaryar@polynet.lviv.ua

*Розглядається питання раціонального вибору математичної моделі глибокопазного асинхронного двигуна для дослідження динаміки електроприводу штангової нафтовидобувної установки.*

*Рассматривается вопрос рационального выбора математической модели глубокопазного асинхронного двигателя для исследования динамики электропривода штанговой нефтесудобывающей установки.*

### ВСТУП

Видобування нафти із свердловин на більшості нафтових родовищ здійснюється за допомогою свердловинних штангових нафтовидобувних установок [1, 4]. Суть такого способу видобування полягає в тому, що в свердловину опускається колона штанг разом з плунжерною помпою, яка за допомогою верстата-гойдалки приводиться в рух. Привідним двигуном верстата-гойдалки переважно є трифазний асинхронний двигун (АД) з короткозамкненим ротором.

Навантаження АД, які приводять в рух верстата-гойдалки, є періодично-змінним [4], тому не тільки перехідні, але й стаціонарні режими роботи є динамічними, а отже описуються диференціальними рівняннями (ДР). Незважаючи на це, відомі методики [1, 4] визначення законів руху елементів штангових нафтовидобувних установок (ШНВУ) базуються на припущенні про постійність миттєвої кутової швидкості обертання ротора АД протягом усього циклу зміни моменту навантаження. Це дає змогу не розглядати динаміку руху ротора АД взагалі і вважати постійною кутову швидкість обертання кривошипа незалежно від прикладеного до нього моменту, що не відповідає дійсності. Таке припущення не дає змоги з достатньою точністю визначати швидкості та прискорення, які діють на кожен елемент ШНВУ і, як наслідок, не може служити основою для оптимального проектування електроприводу та системи керування.

### СУТЬ ПРОБЛЕМИ

ШНВУ належать до механізмів з важкими умовами пуску, тому для приводу верстатів-гойдалок використовують АД, в яких пусковий обертальний момент приблизно у два рази більший від номінального [1]. Це в основному двигуни розробленої раніше серії АОП2, які знаходять застосування до теперішнього часу, в яких кратність пускового моменту  $M_n/M_n = 1,8 \div 2,0$  при кратності пускових струмів  $I_n/I_n = 4,5 \div 7,5$ , або нової серії 4 А, виконані в модифікації з подвійною кліткою ротора. Отже в математичній моделі двигуна врахування явища витіснення струму є визначальним. Іншим чинником, який впливає на роботу АД є насичення магнітопроводу. Тільки врахування

цих чинників у їх взаємозв'язку може дати достовірні результати математичного моделювання динамічних режимів роботи АД в системі регульованого електроприводу ШНВУ.

Вітчизняними і зарубіжними вченими в галузі електромеханіки запропоновано багато математичних моделей АД різних рівнів адекватностей, в тому числі й з урахуванням насичення магнітопроводу та поверхневого ефекту, які розглядаються як з позиції кіл, так і електромагнітного поля [2, 3, 5, 8, 10, 12-14, 18,20]. Наведений в [19] огляд відомих математичних моделей АД та методів їх реалізації, а також здійснений в [17] аналіз їх адекватності в конкретних умовах роботи свідчить, що ця проблема не втратила своєї актуальності.

Вимоги до рівня адекватності математичної моделі АД, а відповідно й її складності, визначаються умовами роботи в системі електроприводу й тими задачами, які вирішуються за допомогою математичного моделювання. Зазвичай, двигуни проектуються за відомими методиками, які досягнули високої досконалості і орієнтовані в основному на усталені номінальні режими роботи. При цьому здійснюється перевірка робочих та пускових характеристик. Ці методики мають в своїй основі еквівалентні схеми заміщення. Для вирішення задач динаміки АД класичні схеми заміщення малоприматні, оскільки нерідко дають результати далекі від реальних [5, 6]. Це пояснюється тим, що параметри заступних схем внаслідок насичення та витіснення струму можуть змінюватись в широких межах не тільки в динамічних режимах роботи АД, але й в усталених при різних значеннях ковзання [5]. Методи аналізу роботи АД в електроприводах ШНВУ, засновані на використанні заступних схем [11] або паспортних значень моменту та струму [1, 4], що не дає змогу врахувати ні витіснення струму, ні насичення. В літературі відома велика кількість методів різних удосконалень і уточнень схем заміщення та способів визначення їх параметрів [2, 8, 13], які дають задовільні результати в конкретних умовах роботи. Зокрема, одним із шляхів врахування насичення в динамічних режимах є введення коефіцієнтів насичення. Розроблені різні способи обчислення коефіцієнтів, як постійних, так і динамічних [3], які

враховують насичення, і визначаються аналітично або на підставі експериментів [8]. Різні удосконалення заступних схем продовжують розроблятися [2].

Поширеним методом врахування явища витіснення струму є визначення зміни параметрів ротора на основі поняття глибини проникнення електромагнітної хвилі. Як показано в [6], такий метод визначення параметрів може давати розбіжність в 50÷80%. Врахування насичення і витіснення струму за допомогою коефіцієнтів не можна вважати задовільним для практики, оскільки вимагає додаткових досліджень в конкретних умовах роботи. Цим пояснюється розроблення різних, придатних для даних умов роботи, способів розрахунку електромагнітних параметрів [6, 8]. Іншим методом врахування витіснення струму є поєднання колових методів описання електромагнітних зв'язків для контурів статора та ротора і теорії поля для пазів ротора [15, 18]. Такі методи, незважаючи на значну складність, не гарантують адекватності результатів, що пов'язано з проблемою визначення крайових та граничних умов. Найвищий рівень адекватності моделі АД можна досягнути методами торії електромагнітного поля з урахуванням реальних характеристик намагнічування електротехнічних сталей і реальної геометрії машини [12]. Однак безпосереднє застосування методів теорії поля до аналізу динаміки електроприводу ШНВУ вимагає розв'язування на кожному кроці інтегрування системи рівнянь високого порядку.

#### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Для розроблення математичної моделі АД, який працює в системі електроприводу ШНВУ, перспективним є підхід, ідея якого викладена в [7] і розвинута в [3, 10, 20], згідно з яким стержень по висоті розбивається на  $n$  ділянок, в межах яких густину струму можна вважати постійною. Однак виведені в даних роботах формули для обчислення електромагнітних параметрів та потокозчеплень досить складні, що призводить до ускладнення моделі в цілому. На наш погляд, оптимальним щодо обсягу обчислень та точності результатів математичного моделювання є розроблений в [16] підхід до вирішення задачі врахування витіснення струму в стержнях ротора разом з насиченням магнітопроводу, який дає змогу розв'язувати задачі в коловій постановці. Суть його, як і попередніх, полягає в розбитті по висоті пазової частини стержнів ротора, а також короткозамикаючих кілець на  $n$  шарів. В результаті на роторі утворюються  $n$  короткозамкнених обмоток, між якими існують взаємоіндуктивні зв'язки як за рахунок основного магнітного потоку, так і потоків розсіяння. Ці еквівалентні обмотки ротора приводяться до трифазних, що дає змогу розв'язувати задачу в загальмованій трифазній системі координат. При цьому параметри АД визначаються на підставі викладених в [14] загальних теоретичних положень.

Для опису процесів в симетричних АД, найбільш ефективною є система координатних осей  $x, y$ , які обертаються з синхронною швидкістю [9]. Таке перетворення дає змогу описати електромагнітні процеси в АД мінімальною кількістю рівнянь

Враховуючи, що еквівалентні обмотки ротора приведені до двофазних, модель машини буде мати двофазну обмотку статора (контурів  $x, y$ ) і  $n$  двофазних обмоток ротора (контурів  $x_1, y_1, \dots, x_n, y_n$ ), які відповідають  $n$  шарам стержнів ротора. Всі еквівалентні обмотки вважаються розподіленими за гармонічним законом.

В динамічних режимах електромагнітні процеси в перетворених до осей  $x, y$  контурів статора і ротора АД з урахуванням розбиття стержня на  $n$  елементарних описуються системою ДР вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sx}}{dt} - \omega_0 \psi_{sy} + R_s i_{sx} &= u_{sx}; \\ \frac{d\psi_{sy}}{dt} + \omega_0 \psi_{sx} + R_s i_{sy} &= u_{sy}; \\ \frac{d\psi_{r1x}}{dt} - s\omega_0 \psi_{r1y} + R_{r1} i_{r1x} &= 0 \\ \frac{d\psi_{r1y}}{dt} + s\omega_0 \psi_{r1x} + R_{r1} i_{r1y} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{d\psi_{rnx}}{dt} - s\omega_0 \psi_{rny} + R_{rn} i_{rnx} &= 0; \\ \frac{d\psi_{rny}}{dt} + s\omega_0 \psi_{rnx} + R_{rn} i_{rny} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{r1x}, \psi_{r1y}, \dots, \psi_{rnx}, \psi_{rny}, i_{sx}, i_{sy}, i_{r1x}, i_{r1y}, \dots, i_{rnx}, i_{rny}$  – потокозчеплення та струми перетворених контурів статора і ротора;  $R_s, R_{r1}, \dots, R_{rn}$  – активні опори цих контурів;  $\omega_0$  – циклічна частота напруги живлення;  $s = (\omega_0 - \omega)/\omega_0$  – ковзання ротора, який обертається зі швидкістю  $\omega$  електричних рад. за сек.

Система ДР (1) складається з  $n+1$  пар рівнянь, коефіцієнтами яких є диференціальні індуктивності відповідних контурів, які внаслідок насичення залежать від величини цих струмів.

Для електроприводу ШНВУ характерним є не тільки динамічне навантаження, але й змінний момент інерції, зумовлений наявністю в її складі кривошипно-шатунного механізму та зміною маси рідини, яка підіймається на поверхню. Враховуючи сказане, рівняння механічної рівноваги має вигляд

$$\frac{J}{p_0} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2p_0} \frac{dJ}{dt} = \frac{3}{2} p_0 (\psi_{1x} i_{1y} - \psi_{1y} i_{1x}) - M_n(t), \quad (2)$$

де  $p_0$  – кількість пар полюсів,  $J$  – приведений момент інерції рухомих мас,  $M_n(t)$  – періодична залежність від часу моменту навантаження АД.

Для розрахунку перехідного процесу необхідно проінтегрувати систему рівнянь (1) разом з рівнянням руху ротора двигуна (2) одним із чисельних методів з урахуванням періодичних залежностей  $M_n(t) = M_n(t + T_m)$ ,  $J = J(t) = J(t + T_m)$ , де  $T_m$  – період обертання кривошипа. Враховуючи, що

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \frac{d\vec{\psi}}{d\vec{i}} \frac{d\vec{i}}{dt} = L \frac{d\vec{i}}{dt},$$

для визначення з системи (1) похідних струмів необхідно на кожному крокові інтегрування розв'язувати систему рівнянь  $2(n+1)$ -го порядку.

В основу розрахунку матриці  $L$  диференціальних

індуктивностей АД покладені вихідні положення роботи [14]. При цьому головний магнітний потік та потоки розсіювання обмоток вважаються взаємно незалежними, а потокозчеплення кожного перетвореного контура складається з суми робочого, зумовленого основним магнітним потоком, та потоком розсіювання, причому потокозчеплення розсіювання обмотки статора є нелінійною функцією струмів статора, а потокозчеплення розсіювання обмотки ротора – нелінійною функцією струмів ротора. В результаті для визначення електромагнітних параметрів використовуються нелінійні залежності

$$\Psi_{\delta} = \Psi_{\delta}(i), \quad \Psi_{\sigma s} = \Psi_{\sigma s}(i_1), \quad \Psi_{\sigma r} = \Psi_{\sigma r}(i_2),$$

де

$$i = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}, \quad i_1 = \sqrt{i_{sx}^2 + i_{sy}^2}, \quad i_2 = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}.$$

Потокозчеплення розсіювання обмотки ротора складається з чотирьох складових: потокозчеплення з потоками, які замикаються навколо пазів через шліци; потокозчеплення, які замикаються поперек пазів; потокозчеплення лобових частин обмоток ротора; потокозчеплення диференціального розсіювання. Останні два потокозчеплення є лінійними функціями струмів ротора і від насичення не залежать. Потокозчеплення стержня з потоком шліцевого розсіювання є нелінійною функцією струму стержня і враховується за допомогою кривої намагнічування, яка представлена залежністю

$$\Psi_{\text{ш}} = \Psi_{\text{ш}}(i_2).$$

Потокозчеплення стержня ротора з потоками розсіювання, які замикаються навколо кожного з  $n$  елементів стержня і проходять поперек пазів, зв'язане лінійно зі струмами цих елементів

$$\bar{\Psi}_{\sigma \Pi k} = L_{\Pi} \bar{I}_k, \quad k = (x, y), \quad (6)$$

де

$$L_{\Pi} = \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ L_{n1} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix}; \quad \bar{I}_k = \begin{bmatrix} i_{k1} \\ \vdots \\ i_{kn} \end{bmatrix}.$$

Елементи матриці  $L_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) – це власні та взаємні індуктивності пазового розсіювання елементів стержня, які від насичення не залежать і визначаються за відомими методиками.

Заміна короткозамкненої обмотки  $n$  еквівалентними призводить до підвищення порядку системи ДР електричної рівноваги. Однак для здійснення аналізу процесів в реальному часі і вироблення керуючих впливів з метою оптимізації роботи установки бажано скоротити до мінімуму обсяг обчислень, необхідних для визначення струмів та потокозчеплень на кожному крокові інтегрування. В роботі [20] пропонується брати  $n = 2 \div 4$ . Практика розрахунків свідчить, що для глибоких пазів, а тим більше для подвійної клітки, цього недостатньо. Збільшення числа  $n$  не призведе до суттєвого збільшення обсягу обчислень, якщо здійснити перетворення системи ДР (1), виходячи з того [16], що потокозчеплення, зумовлені основним робочим потоком, і потокозчеплення шліцевого розсіювання для всіх контурів ротора, розташованих по осі

$x$ , рівні між собою. Те ж саме стосується і аналогічних контурів, розташованих по осі  $y$ . Сказане дає змогу розділити систему ДР (1) на дві підсистеми, одна з яких четвертого порядку є нелінійна, а друга  $2(n-1)$  порядку – лінійна. В результаті для визначення вектора похідних струмів із системи (1) достатньо один раз обернути матрицю  $2(n-1)$  порядку, а на кожному крокові інтегрування обертати матрицю 4-го порядку.

Якщо практичний інтерес має не перехідний процес, а усталені режими роботи ШНВУ, внаслідок значної інерційності установки розв'язувати задачу методом усталення недоцільно. Більш раціональним є розрахунок стаціонарних періодичних режимів методом розв'язування нелінійної двоточкової крайової задачі.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Як приклад, на рис. 1 наведені розрахункові криві зображуючих векторів струмів статора і ротора, а на рис. 2 електромагнітного моменту і швидкості обертання АД з подвійною кліткою ротора 4AP160S4У3 ( $P_n = 15$  кВт,  $U_n = 380/220$  В) під час його пуску з навантаженням, зумовленим роботою верстата-гойдалки 7СК8-3,5-4000.

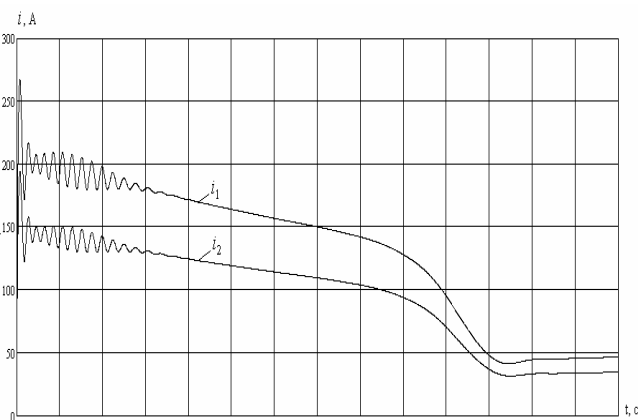


Рис. 1

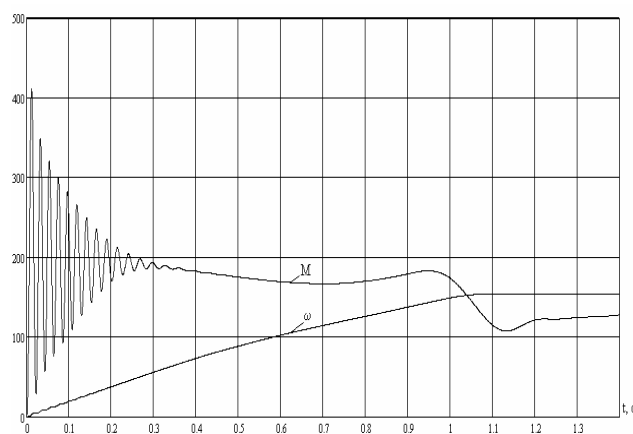


Рис. 2

## ВИСНОВКИ

Процеси, які мають місце в АД електроприводів ШНВУ, є динамічними не тільки в пускових режимах, але й в усталених, тому аналіз роботи АД як основного елемента електроприводу і розрахунок механічних

зусиль та прискорень, які діють на елементи установки, не можуть бути здійснені з достатньою точністю на підставі заступних схем чи введенням різних коефіцієнтів, а польові методи значно ускладнюють математичну модель. Заміна короткозамкненої обмотки ротора кількома еквівалентними і перетворення їх до ортогональних осей  $x$ ,  $y$  дає змогу з високою адекватністю враховувати насичення магнітопроводу як основним магнітним потоком, так і потоками розсіювання, а також витіснення струмів в стержнях ротора на підставі використання теорії кіл, що суттєво зменшує обсяг обчислень, завдяки чому можливо аналізувати процеси в реальному часі з метою формування керуючих впливів для оптимізації роботи ШНВУ.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Бак С.И., Читипаховян С.П. Электрификация блочно-комплектных установок нефтяной промышленности. – М.: Недра, 1989. – 183 с.
- [2] Беспалов В.Я., Мощинский Б.А., Петров А.П. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат // Электричество. – 2002. – №8. – С.33–39.
- [3] Білик П.Д., Чумак В.В. Узагальнена багатшарова математична модель асинхронного тягового двигуна для аналізу перехідних процесів в електроприводах рухомого складу // Праці ІЕД НАНУ. – 2002. – №3(3). – С. 93–103.
- [4] Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ. – К.: Реал Прінт, 2004. – 695 с.
- [5] Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Проблемы моделирования переходных электромагнитных процессов в асинхронных машинах // Технічна електродинаміка. – Темат. вип. – 2004. – С. 65–70.
- [6] Горелик А.В. Расчет параметров короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя в пусковых режимах // Электротехника. – №7. – С. 24–25.
- [7] Клоков Б.К. Расчет вытеснения тока в стержнях произвольной конфигурации // Электротехника. 1969, № 9. – С. 25–29.
- [8] Колоколов Ю.В., Карлов Б.И., Алтынников И. В. Метод определения параметров схемы замещения АД для электропровода с бездатчиковым векторным управлением // Технічна електродинаміка. – 2003. – Темат. вип. – Ч.3. – С. 60–63.
- [9] Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат // Известия вузов СССР. Электромеханика. – 1986. – №3. – С. 22–33.
- [10] Кравченко Ю.И. Моделирование переходных процессов асинхронного двигателя с насыщенной магнитной системой и вытеснением тока в стержнях короткозамкнутого ротора. – К.: Изд. АН УССР, 1977. – 156 с.
- [11] Меньшов Б.Г., Ершов М.С., Яризов А.Д. Электротехнические установки и комплексы в нефтегазовой промышленности. – М.: Недра, 2000. – 487 с.
- [12] Милых В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Электротехника і електромеханіка. – 2006. – №2. – С.40–46.
- [13] Минаков В.Ф. О схемах замещения асинхронных и синхронных машин // Электричество. – 1995. – №4. – С. 27–29.
- [14] Фильц Р.В. Математические основы теории электро-механических преобразователей. – К.: Наукова думка, 1979. – 208 с.
- [15] Фильц Р.В., Макаруч О.В. Математичне моделювання електромагнітних процесів у стрижні короткозамкненої обмотки // Технічна електродинаміка. – 1995. – №1. – С. 3–8.
- [16] Фильц Р.В., Онышко Е.А., Плахтына Е.Г. Алгоритм расчета переходных процессов в асинхронной машине с учетом насыщения и вытеснения тока // Преобразователи частоты для электропривода. – Кишинев: Штиинца. – 1979. – С. 11–22.
- [17] Хрисанов В.И. Анализ адекватности математических моделей асинхронных машин при нестационарных режимах работы // Технічна електродинаміка. – 2003. – Тем. вип., ч.3. – С. 64–67.
- [18] Чабан А. Математична модель короткозамкненого асинхронного мотора з подвійною кліткою у фазних координатах // Технічна електродинаміка. – 2003. – №2. – С. 48–52.
- [19] Чувашев В.А., Медведев Ю.Л., Железняков А.В. и др. Обзор математических моделей асинхронных двигателей и методов их реализации // Вестн. ХГПУ. – 2000. – Тем. вып. – № 84. – С. 215–222.
- [20] Rogers G., Beraraghana D. An induction motor model with deep-bar effect and leakage inductance saturation. – 1978. – Arhiv fur Electrotechnik. –V. 60, №4. – P. 193–201.

*Надійшла 10.07.2006*