УДК 621.313.3 045

СИНТЕЗ ГОМОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ ТРЕХФАЗНЫХ ОБМОТОК

Дёгтев В.Г., д.т. н., Бабушанов А.В., Лаврук И.С., Самойлов Г.А.
Одесский национальный политехнический университет
Украина, 65044, Одесса, пр-т Шевченко, 1, ОНПУ, кафедра "Электрические машины"
тел. (048-288681), e-mail: ZZZek@matrix.odessa.ua

Досліджені особливості довільних симетричних трифазних обмоток з подібними гармонійними спектрами й розроблена методика формування їх гомологічних рядів. Наведені приклади застосування методики. Запропоновано використати можливість формування гомологічних рядів для синтезу узагальненій структури повних множин багатофазних обмоток.

Исследованы особенности произвольных симметричных трехфазных обмоток с подобными гармоническими спектрами и разработана методика формирования их гомологических рядов. Приведены примеры применения методики. Предложено использовать возможность формирования гомологических рядов для синтеза обобщенной структуры полных множеств многофазных обмоток.

Условимся называть совокупность обмоток гомологическим рядом G, если коэффициенту распределения $k_{R\nu}$ по любой гармонике ν_F произвольной многополюсной обмотки этого ряда G соответствует равный ему коэффициент $k_{R\nu}$ двухполюсной обмотки-основания по гармонике порядка ν_B.

Известно [1, 2], что при условии выполнения в одинаковом числе пазов $Z_0=3k_з Q$ традиционные обмотки с целыми $q=Q$ и дробными $q=Q/d$ числами пазов на полюс и фазу образуют гомологические ряды G_d. (Здесь $k_з$ – коэффициент зонности, равный 2 для шестизонных и 1 для трехзонных обмоток).

Для традиционных обмоток-оснований с целыми $q=Q$ коэффициенты $k_{R\nu}$ распределения по гармоническим составляющим произвольных порядков ν могут быть определены аналитически [1, 2], а соответствие порядков ν_B гармоник базовых двухполюсных и порядков ν_F гармоник дробных обмоток устанавливается выражением

$$\nu_B = \frac{3Q\cdot n+\nu_F}{d}, \tag{1}$$

где n – такое целое число, при котором ν_B – целое *нечетное* число.

Таким образом, подмножества традиционных трехзонных $\boldsymbol{W}_{Q3d}$ и шестизонных $\boldsymbol{W}_{Q6d}$ обмоток с целыми и дробными числами пазов на полюс и фазу отличается четко выраженной структурой, основанной на гомологических рядах G_{Q3d} и G_{Q6d}.

В более поздних работах показано [3-5], что свойством гомологичности обладают и некоторые виды нетрадиционных многофазных обмоток, не включенных в подмножества $\mathbf{W}_{Qd}$ обмоток с целыми и дробными числами пазов на полюс и фазу. Однако в указанных случаях построение гомологических рядов G_{Qmd} выполняется путем подбора ввиду отсутствия алгоритма их формирования.

Задачей настоящей статьи является разработка методики синтеза гомологических рядов G_{2d} нетрадиционных трехфазных симметричных обмоток.

Средствами решения выберем алгоритм формирования рядов G_{Q3d} и G_{Q6d}, предложенный Р. Рихтером [1], применительно к обобщенной структурной модели [6] трехфазных обмоток.

В этом случае обмотка гомологических рядов G_{Q3d} и G_{Q6d} с произвольно выбранным знаменателем d формируется следующим образом.

Рассчитывается шаг R обхода номеров активных катушечных сторон (АКС)

$$R = \frac{3Q\cdot n\pm 1}{d}, \tag{2}$$

где n – такое натуральное число, при котором R – любое число для трехзонных и целое нечетное число для шестизонных обмоток, а выбор знака определяется так же, как в выражении: d=3n±1.

Номера N АКС одной из фаз обмотки ряда W_{Qmd} определяются по выражению

$$N = 1+R\cdot l, \tag{3}$$

где l = 1, 2,…, (2Q − 1).

Каждому номеру N такой обмотки соответствует один из модулей обобщенной структурной модели симметричных трехфазных обмоток с определенным числом циклических перестановок k_d и расположенный в i-ой строке матрицы.

При переходе от последовательности номеров АКС к обобщенной модели необходимо знать не только состав порождающего семейства P_m модулей, но и соответствие входящих в него блоков при переходе от двухполюсных обмоток-оснований к производным многополюсным обмоткам в зависимости от числа полюсов последних. Поэтому в табл. 1 приведен как состав семейства, так и указанное соответствие. Здесь и далее цифровые коды заменяют общепринятое буквенное обозначение фаз в соответствие с последовательностью: 0↔A, 1↔z, 2↔B, 3↔x, 4↔C, 5↔y, а дефис "-" означает отсутствие активной катушечной стороны в соответствующем пазу.

При этом модули, начинающиеся с 0, называют прямыми, а модули, начинающиеся с 3, – инверсными.

Нумерация ячеек матрицы M_{Q3} представляет собой отображение номеров N в Q-ричной системе счисления [6, 7]. Отсюда имеем

$$k_d = \mathrm{int}\left[\frac{(1+R\cdot l)}{Q}\right]; \tag{4}$$

$$i = \mathrm{Rem}\left[\frac{(1+R\cdot l)}{Q}\right], \tag{5}$$

где int – операция выделения целой части числа; Rem – операция определения остатка от деления.

Таблица 1

Модули обмотки- -основания		Модули производных обмоток	
		d – нечетное число	d – четное число
b_5=|012345|	↔	b_5 =|012345|	b_2 =|042042| или b_8 =|315315|
b_3= |002244| или b_7=|335511|	↔	b_3= |002244| или b_7 =|335511|	b_4 =|032541| или b_6 =|305214|
b_4 = |032541| или b_6 = |30521 |	↔	b_3= |002244| или b_7 =|335511|	b_4 =|032541| или b_6 =|305214|
b_1=|0-2-4-| или b_9=|3-5-1-|	↔	b_1=|0-2-4-| или b_9=|3-5-1-|	b_1=|0-2-4-| или b_9=|3-5-1-|
b_0=|- - - - - -|		b_0=|- - - - - -|	b_0=|- - - - - -|

В качестве примера рассмотрим построение одного из гомологических рядов G_{Q6d} для случая трехфазных обмоток подмножества $\mathbf{W}_{Q6d}$ при Q=7. Для двухполюсного (2p=2, d=1) основания M_{721} R =1 и в соответствие с (3) массив m_N номеров АКС имеет вид: m_N={1,2,3,4,5,6,7}. Матричная модель (ММ) обмотки-основания M_{71} имеет вид

$$M_{71}=\begin{vmatrix} 012345 \\ 012345 \\ 012345 \\ 012345 \\ 012345 \\ 012345 \end{vmatrix} .$$

От матричной формы M_{71} трехфазных обмоток легко перейти к компактной цифровой модели M_{C71}, состоящей из набора Q двузначных кодов jk, в каждом из которых первая цифра это индекс j соответствующего блока, а вторая k – число циклических перестановок в нем. Тогда цифровая модель M_{C71} обмотки-основания предстанет в виде

$$M_{C71}=\{50,50,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50\}.$$

Для произвольной дробной обмотки ряда G_{76d}, например, со знаменателем d=5 имеем

$$R=\frac{3Q\cdot n-1}{d}=\frac{3\cdot7\cdot6-1}{5}=25\ ,$$

откуда по (3) получаем массив номеров АКС: m_N={1,26,9,34,17,42,25}.

По выражениям (4, 5) получаем соответствующие массивы номеров строк m_{i5}={1,5,2,6,3,7,4} и чисел циклических перестановок m_{k5}={0,3,1,4,2,5,3}. Нормализуем массивы m_{i5} и m_{k5} в порядке возрастания номеров строк: $m_{i5н}$={1,2,3,4,5,6,7}, $m_{k5н}$={0,1,2,3,3,4,5}. Ввиду нечетности знаменателя d и в соответствии с табл. 1 цифровая модель M_{C75} искомой обмотки содержит только модули b_5

$$M_{C75}=\{50,51,52,53,53,54,55\}$$

и перейти от нее к матричной M_{75}

$$M_{75}=\begin{vmatrix} 012345 \\ 501234 \\ 450123 \\ 345012 \\ 345012 \\ 234501 \\ 123450 \end{vmatrix} .$$

При четных знаменателях d модуль обмотки-основания заменяется в производной многополюсной обмотке одним из двух модулей: b_2 в случае нечетной позиции номера строки в ненормализованном массиве m_{i1} или b_8 – при четном. Например, при d=4 и Q =7 шаг R обхода равен

$$R=\frac{3Q\cdot n+1}{d}=\frac{3\cdot7\cdot3+1}{4}=16\ ,$$

откуда по (4) получаем массив номеров АКС: m_N={1,–17,33,–7,23,–39,13}. Чередование знаков при номерах АКС характерно для обмоток с четными знаменателями d и соответствует чередованию прямых и инверсных (встречно включенных) АКС. Далее по (4) и (5) соответственно получаем массивы: номеров строк $m_{i4}=\{1,\underline{3},5,\underline{7},2,\underline{4},6\}$ и чисел циклических перестановок $m_{k4}=\{0,\underline{2},4,\underline{3},3,\underline{2},1\}$. Подчеркнутые цифры массива m_i соответствуют минусам массива m_N и указывают на необходимость применения модуля b_8 (инверсного b_2) в модели формируемой обмотки с числом пар полюсов p=d=4. После нормализации массивов m_{i4} и m_{k4}:

$$m_{i4н}=\{1,2,\underline{3},\underline{4},5,6,\underline{7}\};\ m_{k4н}=\{0,3,\underline{2},\underline{2},4,1,\underline{3}\}$$

несложно получить матричную M_{74}

$$M_{74}=\begin{vmatrix} 042042 \\ 042042 \\ 153153 \\ 153153 \\ 204204 \\ 204204 \\ 315315 \end{vmatrix} ,$$

и цифровую M_{C4} модели

$$M_{C74}=\{20,20,82,82,21,21,83\}.$$

Аналогично формируются модели обмоток ряда G_{76d} с другими числами полюсов.

Матрица M_{Q1} двухполюсной обмотки-основания с целым числом пазов на полюс и фазу преобразуется в матрицу $M_{Q1н}$ нетрадиционной симметричной двухполюсной обмотки такими способами:

– выполнением циклических перестановок в модулях b_1;

– заменой модулей b_1 любыми другими из левого столбца табл.1;

– заменой модулей b_1 в сочетании с циклическими перестановками.

Любая из преобразованных матриц $M_{Q1н}$ двухполюсных обмоток порождает новый гомологический ряд $G_{Qdн}$ моделей $M_{Qdн}$ нетрадиционных дробных обмоток, представляющих собой преобразованные ряды G_{Qd}. Установим связь между видами преобразований.

Если в произвольной i-ой строке матрицы M_{Q1} обмотки-основания выполнить Δk циклических перестановок, то число перестановок $k_{НДО}$ в соответствующей j-ой строке матрицы $M_{Qdн}$ нетрадиционной дробной обмотки изменяется по сравнению с числом перестановок $k_{ТДО}$ в матрице M_{Qd} обычной дробной обмотки в соответствии с выражением

$$k_{НДО} = k_{ТДО} + \Delta k. \qquad (6)$$

Если d – *четное* число, то при *нечетном* значении Δk модуль матрицы $M_{Qd\text{н}}$ заменяется на взаимно инверсный, а при *четном* значении Δk такая замена не выполняется.

Замена модуля b_1 в i-ой строке матрицы M_{Q1} обмотки-основания любыми другими в соответствии с табл.1 вызывает аналогичную замену в j-ой строке матрицы $M_{Qd\text{н}}$ многополюсной обмотки с учетом подчеркнутых цифр в массиве m_i номеров строк.

В качестве примера рассмотрим формирование двух цифровых моделей обмоток гомологического ряда $G_{7d\text{н}}$ с числами пар полюсов p=5 и p=4, базирующегося на основании M_{71}, преобразованном следующим образом. Модуль b_1 первой (i=1) строки заменим модулем b_3. В 4-ой строке (i=4) модуль b_1 заменим на модуль b_7 и выполним в нем 3 (k=3) циклических перестановок. В пятом (i=4) блоке b_1 выполним 5 (k=3) циклических перестановок. Таким образом, получаем цифровую модель $M_{C71\text{н}}$ преобразованного основания

$$M_{C71\text{н}}=\{30, 50, 50, 73, 55, 50, 50\},$$

а матричная модель имеет вид

$$M_{71\text{н}}=\begin{vmatrix} 002244 \\ 012345 \\ 012345 \\ 511335 \\ 123450 \\ 012345 \\ 012345 \end{vmatrix}.$$

При $p=d$=5 ввиду нечетности чисел пар полюсов и в соответствии с табл.1 первые индексы j_5 цифровых двузначных кодов jk формируемой модели $M_{C75\text{н}}$ полностью совпадут с индексами j_1 преобразованного основания $M_{71\text{н}}$ и согласно массиву m_{i5}={1,5,2,6,3,7,4} распределятся так: $M_{C75\text{н}}=\{3k, 5k, 5k, 5\ k, 5k, 7k, 5k\}$. Определение числа циклических перестановок k по (6), т.е. для всех кодов jk, кроме 3-го и 6-го, повторят коды модели M_{C75}. Число перестановок 3-го модуля определяется так k_3=2+5=1, а число k_6 3-го модуля равно: k_6=4+3=1. Окончательно получаем цифровую и матричную модели

$$M_{C75\text{н}}=\{30, 51, 51, 53, 53, 71, 55\}$$

$$M_{75\text{н}}=\begin{vmatrix} 002244 \\ 501234 \\ 501234 \\ 345012 \\ 345012 \\ 133551 \\ 123450 \end{vmatrix}.$$

Формирование модели $M_{C74\text{н}}$ с числом пар полюсов $p=d$=4 ввиду его четности имеет следующие особенности. В соответствии с табл. 1 и согласно массиву $m_{i4}=\{1,\underline{3},5,\underline{7},2,\underline{4},6\}$ цифровые двузначные коды jk 3-го, 5-го, 4-го и 6-го модулей формируемой модели $M_{C7\text{н}}$ останутся такими же, как в модели M_{C74} традиционной дробной обмотке: $M_{C75\text{н}}=\{jk, jk, 82, 82, 21, 21, jk\}$.

Замена первого модуля b_1 на b_3 в основании $M_{71\text{н}}$ приводит к замене модуля b_2 модели M_{C74} на b_4.

Замена четвертого модуля b_1 на b_7 в основании $M_{71\text{н}}$ эквивалентна замене 7-го модуля b_8 модели M_{C74} на b_4. Однако, на основании примечания к формуле (6) для четных d и нечетного значения приращения Δk=3 вместо модуля b_4 выбираем инверсный ему b_6. Результирующее число циклических перестановок $k_{НДО}$ в указанном модуле с учетом того, что $k_{ТДО}$=3, определяем по (6)

$$k_7=3+3=0.$$

Пятому модулю b_1 в основании $M_{71\text{н}}$ по табл. 1 соответствует модуль b_2 в модели M_{C74}. Однако, на основании примечания к (6) для четных d и нечетного Δk = 5 вместо модуля b_2 выбираем инверсный ему b_8. Результирующее число циклических перестановок $k_{НДО}$ в указанном модуле с учетом того, что $k_{ТДО}$=0, определяем по (6)

$$k_2=0+5=5.$$

Окончательно получаем искомую цифровую модель $M_{C71\text{н}}$ в виде

$$M_{C74\text{н}}=\{40, 85, 82, 82, 21, 21, 60\}$$

и матричную модель

$$M_{74\text{н}}=\begin{vmatrix} 032542 \\ 153153 \\ 153153 \\ 153153 \\ 204204 \\ 204204 \\ 305214 \end{vmatrix}.$$

Очевидно, что на выбранном основании можно синтезировать обмотки ряда $G_{7d\text{н}}$ с любым другим (но не кратными Q) числом пар полюсов. Доказательством гомологичности сформированного ряда $G_{7d\text{н}}$ служат данные сравнительного гармонического анализа, приведенные в табл. 2.

Проверка соответствия гармонических спектров выполняется по выражению (1). Заметим, что при использовании в основании модулей b_3 и b_7 низшей группы симметрии [7], все обмотки ряда $G_{7d\text{н}}$ содержат в своем спектре как четные, так и нечетные гармоники. Поэтому при определении порядков ν_B расчетных гармоник для производных обмоток с ***четными*** числами пар полюсов следует придерживаться следующего правила.

Если порядок выбранной гармоники ν_F производной обмотки – *нечетный*, то порядок искомой ν_B расчетной гармоники – целое *четное* число и наоборот.

При определении порядков ν_B расчетных гармоник для производных обмоток с ***нечетными*** числами пар полюсов *четным* значениям ν_F должны соответствовать *четные* ν_B, а *нечетным – нечетные*.

Несоблюдение данных правил приводит к ошибкам. Проиллюстрируем это на двух примерах.

Таблица 2

ν	$k_{R\nu}$			
	p=1	p=2	p=4	p=5
1	0,8626	0,1117	0,062	0,1876
2	0,062	0,8626	0,2756	0,1393
3	0,2105	0,124	0,2786	0,5219
4	0,1117	0,163	0,8626	0,062
5	0,0468	0,1393	0,1117	0,8626
6	0,2786	0,2105	0,5219	0,2234
7	0,1429	0	0	0,1429
8	0,1393	0,1876	0,163	0,1117
9	0,5219	0,2786	0,2234	0,174
10	0,1117	0,0468	0,1556	0,062
11	0,2756	0,062	0,1393	0,163
12	0,124	0,174	0,2105	0,2786
13	0,1556	0,1117	0,062	0,2756
14	0	0,1429	0,1429	0
15	0,174	0,2234	0,124	0,2105
16	0,062	0,1556	0,1876	0,1393
17	0,1876	0,062	0,1393	0,0468
18	0,2234	0,5219	0,174	0,124
19	0,163	0,1393	0,1117	0,1556
20	0,1393	0,2756	0,0468	0,1117
21	0,1429	0	0	0,1429
42	0,0000	0,1429	0,1429	0,0000

Определим порядок ν_B гармоники основания, коэффициент распределения $k_{R\nu B}$ которой равен коэффициенту $k_{R\nu F}$ по гармонике ν_F=8 обмотки $M_{C74н}$ с *четным* числом пар полюсов p=4.

При несоблюдении приведенного выше правила (и ν_B и ν_F – четные числа), приняв n=0,

$$\nu_B = \frac{3 \cdot Q \cdot n + \nu_F}{d} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 0 + 8}{4} = 2$$

получаем неверный результат, т.к.

k_{RF8}=0,163≠0,062=k_{RB2} (см. табл.2).

И только при n=4 получаем истинное расчетное значение ν_B

$$\nu_B = \frac{3 \cdot Q \cdot n + \nu_F}{d} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 4 + 8}{4} = 23\,,$$

т.к. по табл. 2 убеждаемся, что k_{RB23}=k_{RB19}=0,163= k_{RF8}.

Определим порядок ν_B гармоники основания, соответствующий гармонике ν_F=10 обмотки $M_{C74н}$ с числом пар полюсов p=5.

При n=5 получаем истинное расчетное значение ν_B, т. к. ν_B и ν_F – четные числа

$$\nu_B = \frac{3 \cdot Q \cdot n + \nu_F}{d} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 0 + 10}{5} = 2\,,$$

и по табл. 2 убеждаемся, что k_{RF10}= k_{RB2}=0,062.

При несоблюдении второго из приведенных условий (ν_F – четное, а ν_B – нечетное числа), приняв n=5,

$$\nu_B = \frac{3 \cdot Q \cdot n + \nu_F}{d} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 5 + 10}{5} = 23$$

получаем неверный результат, т.к. k_{RB23}=k_{RB19}=0,163≠0,062=k_{RF10}.

ВЫВОДЫ

1. Разработанная методика позволяет формировать гомологические ряды многополюсных обмоток на базе любых двухполюсных симметричных трехфазных обмоток.

2. Соответствие гармонических спектров симметричных трехфазных обмоток в рамках каждого гомологического ряда, аналогичное такому же соответствию обмоток с целыми и дробными числами пазов на полюс и фазу, позволяет ограничить область исследований симметричных трехфазных обмоток только подмножеством двухполюсных обмоток.

3. Распространение свойства соответствия гармонических спектров на произвольные симметричные трехфазные обмотки позволяет высказать предположение о том, что принцип гомологичности является фундаментальной структурной основой полных множеств любых многофазных обмоток.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Рихтер Р. Обмотки якорей машин переменного и постоянного токов. – М.: ОНТИ, 1933. – 364 с.

[2] Сорокер Т.Г., Мордвинов Ю.В. Составление схем и расчет обмоточных коэффициентов симметричных петлевых обмоток многофазного переменного тока// Вестник электропромышленности.–1955.–№2. – С. 16-21.

[3] Дегтев В.Г., Радимов И.Н. Анализ намагничивающих сил обмоток переменного тока // Электромашиностроение и электрооборудование: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1975. – Вып. 20. – С. 122-128.

[4] Дегтев В.Г. Гармонический состав МДС (ЭДС) многофазных обмоток с гомологическими структурами // Техн. електродинаміка – 2002. – №6. – С. 43-45.

[5] Дегтев В.Г., Самойлов Г.А., Шкира В.А. Синтез подмножества обмоток с гомологическими структурами //Весник НТУ "ХПИ" – 2002. – №9. – С. 39-42.

[6] Дегтев В.Г. Обобщенная модель многофазных обмоток // Электричество.–1990.–№11.–С. 40-45.

[7] Дегтев В.Г. Симметрия и свойства многофазных обмоток//Електротехніка і електромеханіка, Національний технічний університет "ХПІ", №1.– 2002.– С. 23-27.

Поступила 20.07.2006