

УДК 532.536

МОНТЕ-КАРЛО МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НАНОЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ**Кравчук А.В.***Институт технической теплофизики НАН Украины, ул Желябова, 2а, 03680, Украина*

В статті описано алгоритм моделювання теплообміну нанорідин, який ґрунтується на методи Монте-Карло. Розглянуто течію стаціонарного потоку в плоскому каналі. На основі алгоритму досліджено вплив різних параметрів нанорідин на відносне число Нуссельта.

В статье описан алгоритм моделирования теплообмена наножидкостей, основанный на методе Монте-Карло. Рассмотрено течение стационарного потока в плоском канале. На основе алгоритма исследовано влияние различных параметров наножидкостей на относительное число Нуссельта.

This article describes algorithm for nanofluids heat transfer simulation which is based on the Monte-Carlo method. The steady flow in a flat channel is considered. On the basis of the algorithm the effect of various parameters of nanofluids on the relative Nusselt number is studied.

Библ. 12, рис. 4.

Ключевые слова: наножидкость, теплообмен, метод Монте-Карло.

c – удельная теплоемкость наножидкости;
 D – безразмерный коэффициент диффузии;
 D_B и D_T – коэффициент диффузии Броуновского движения и коэффициент термодиффузии;
 Den_0 и Den_φ – знаменатели, относящиеся к уравнению теплообмена и распределения объемной доли наночастиц соответственно;
 F – слагаемое в уравнении (11);
 H – ширина канала;
 h – энтальпия;
 i и j – координаты узлов сетки вдоль оси x и y соответственно;
 $K(\varphi)$ – относительный коэффициент теплопроводности;
 \bar{k} – безразмерная теплопроводность;
 k – теплопроводность наножидкости;
 Le – число Льюиса (Lewis);
 N – количество блужданий частицы;
 Nu – число Нуссельта (Nusselt);
 P – вероятность совершить «скачек» в соответствующем направлении;
 Pe – число Пекле (Peclet);
 Pr – число Прандтля (Prandtl);
 $R(\varphi)$ – относительная плотность;
 $RC(\varphi)$ – произведение относительной плотности на теплопроводность;

S – слагаемое в уравнении (9);
 T – температура;
 U_m – скорость на оси канала;
 u – безразмерная скорость вдоль оси x ;
 \mathbf{v} – вектор скорости;
 \bar{x} и \bar{y} – безразмерные координаты вдоль оси x и y соответственно;
 α – коэффициент теплоотдачи;
 $\nabla \mathbf{v}$ – тензорный градиент скорости,
 $(\nabla \mathbf{v})^T$ – сопряженный тензорный градиент скорости;
 δ – единичный тензор;
 θ – безразмерная температура;
 μ и ρ – динамическая вязкость и плотность наножидкости;
 $\bar{\rho}c$ – безразмерное произведение плотности на удельную теплоемкость;
 φ – объемная доля наночастиц.

Нижние индексы:

0 и f – «чистая» жидкость (без нано частиц);
 l – на входе в канал;
 p – параметр частиц;
 w – параметр у стенок;
 x^+ , x^- , y^+ и y^- – направления перехода, вправо, влево, вверх и вниз соответственно;

Δl – параметр на расстоянии Δl .

Верхний индекс:

Введение

Резкое изменение свойств жидкости после добавления к ней твердых частиц субмикронных размеров, то есть наночастиц, открывает широкую перспективу для использования наножидкостей в теплообменном оборудовании. Уникальные свойства наножидкостей, и в первую очередь их способность усиливать теплоотдачу, привлекли пристальное внимание. Наиболее важные свойства наножидкостей – это высокая теплопроводность и низкая чувствительность к седиментации, эрозии и засорению, которые происходят в обычных жидкостях с добавками микрочастиц. Несколько исследований показали, что наножидкостей могут увеличивать коэффициент теплопередачи в более чем на 20 %, даже в случае очень низких концентрациях наночастиц [1,2]. Вследствие чего наножидкость можно эффективно применять в атомной энергетике, управлении охлаждением электронных и оптических устройств, микротепловых трубках.

Математическая модель гидродинамики и тепло-, массообмена наножидкостей была предложена в работе [3]. На основе этой модели были

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \tag{1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{v} \right) \right), \tag{2}$$

$$\rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) h \right) = \nabla (k \nabla T) + \rho_p c_p \left(D_B \nabla \varphi \cdot \nabla T + D_T \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T} \right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \varphi = \nabla \left(D_B \nabla \varphi + D_T \frac{\nabla T}{T} \right), \tag{4}$$

где \mathbf{v} – вектор скорости; ρ , μ и k – плотность, динамическая вязкость и теплопроводность наножидкости; p – давление; ρ_p и c_p – плотность и удельная теплоемкость частиц; $h = cT$ – энтальпия, c – удельная теплоемкость наножидкости, T – температура; φ – объемная доля наночастиц; D_B и D_T – коэффициент диффузии Броуновского движения и коэффициент термодиффузии; $\nabla \mathbf{v}$ – тензорный градиент скорости, $(\nabla \mathbf{v})^T$ –

g – количество шагов, сделанные частицей при одном блуждании.

проведены исследования с использованием групп симметрий для однофазных течений [4,5], аналитические исследования для двухфазных течений [6-8] и с использованием методов возмущения [9,10].

На практике часто возникает ситуация, когда необходимо иметь информацию о физическом процессе в локальной точке. Для таких задач удобно использовать подход Монте-Карло. Одним из первых примеров применения случайных процессов Марковского типа для задач теплопроводности (уравнения параболического типа) приведен в работе [11]. Метод Монте-Карло может быть использован и в задачах при нелинейных граничных условиях – в так называемых задачах с внешней нелинейностью [12].

В данной работе метод Монте-Карло использовался для исследования теплообмена наножидкостей в плоском канале на гидродинамическом стабилизированном участке с учетом модели [3].

Математическая модель

Математическая модель течения наножидкостей с учетом теплообмена и массопереноса имеет следующий вид [3]:

сопряженный тензорный градиент скорости, δ – единичный тензор.

Приведем систему уравнений (1) – (4) к безразмерному виду. Для этого вводим безразмерные переменные:

$$\bar{x} = \frac{x}{H}; \quad \bar{y} = \frac{y}{H}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_m},$$

где H – ширина канала, U_m – скорость на оси канала.

В этих переменных систему уравнений (1) – (4) для стабилизированного гидродинамического участка можно представить следующим образом:

$$\text{Pe} RC(\varphi) \left(\bar{u} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right) = K(\varphi) \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} \right) + \frac{\bar{\rho} c}{\text{Le}} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right) + D \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right) \right), \quad (5)$$

$$\text{Pe} \left(\bar{u} \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}} \right) = \frac{1}{\text{Le}} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \bar{y}^2} + D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} \right) \right), \quad (6)$$

где

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w},$$

$$\text{Re} = \frac{U_m h \rho_f}{\mu_f}, \quad \text{Pr} = \frac{k_f c_f}{\mu_f}, \quad \text{Pe} = \text{Re Pr},$$

$$\text{Le} = \frac{k_f}{D_B}, \quad D = \frac{T_0 - T_w}{T_0} \frac{D_T}{D_B}, \quad \bar{\rho} c = \frac{\rho_p c_p}{\rho_f c_f},$$

$$R(\varphi) = (1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_p}{\rho_f}, \quad RC(\varphi) = (1 - \varphi) + \varphi \frac{\rho_p c_p}{\rho_f c_f},$$

$$\bar{k} = \frac{k_p}{k_f}, \quad K(\varphi) = \frac{\bar{k} + 2 + 2\varphi(\bar{k} - 1)}{\bar{k} + 2 - \varphi(\bar{k} - 1)},$$

T_0 и T_w – температура жидкости на входе в канал и стенки соответственно, индекс «f» соответствует «чистой» жидкости (без нано частиц).

В работе [8] показано, что функцию $k(\varphi)$ можно рассчитать как константу по средней объёмной доле наночастиц в данном сечении. Поэтому она вынесена из-под производной. В работах [4,5] подробно исследовалось влияние наночастиц на гидродинамику. Было показано, что влияние наночастиц на профили скорости довольно слабое. Поэтому в данной задаче профиль скорости задается классическим параболическим распределением для плоского канала:

$$\bar{u} = 1 - \left(\frac{\bar{y} - 0.5}{0.5} \right)^2. \quad (7)$$

Здесь начало координат ($y = 0$) соответствует нижней стенки канала.

Система уравнений (5) и (6) решается при следующих граничных условиях на стенке

$$u = \theta = 0, \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{y}} \right)_w = - \left(D \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} \right)_w$$

при $\bar{y} = 0, \bar{y} = 1$. (8)

Последнее условие (8) является следствием непроницаемости стенки при $\bar{y} = 0$ или $\bar{y} = 1$. На стенке должно выполняться уравнение (4). Конвективный член (левая часть) равен нулю из-за нулевых скоростей. Это и дает последнее условие в уравнении (8) – аналог потока Стефана. Данное условие впервые было предложено в работах [4, 5].

Алгоритм метода

Основной составляющей частью решения дифференциальных уравнений методом Монте-Карло является случайное блуждание. Обычно процесс случайного блуждания моделируется на решетке, так что в каждый момент времени происходит "перескок" броуновской частицы из од-

ного узла в соседний [11].

Наложим на плоский канал квадратную сетку с размерами ячеек $\Delta\bar{x}$ и $\Delta\bar{y}$, как показано на рис. 1. Частица, находящаяся в точке (i, j) , может перейти в одну из точек $(i + 1, j)$, $(i, j + 1)$, $(i - 1, j)$, $(i, j - 1)$ с соответствующими вероятностями: P_{x+} , P_{y+} , P_{x-} , P_{y-} . Следует учитывать, что вероятности не могут быть неотрицательны и сумма их равна единице. Сгенерировав случайное число от 0 до 1, мы определяем к какому промежутку вероятностей оно принадлежит. Например, при равновероятных переходах, если случайно разыгранное число лежит в диапазоне от 0 до 0.25, то частица перейдет из точки (i, j) в $(i + 1, j)$; если же случайное число находится между 0.25 и 0.50, частица перейдет из (i, j) в $(i, j + 1)$;

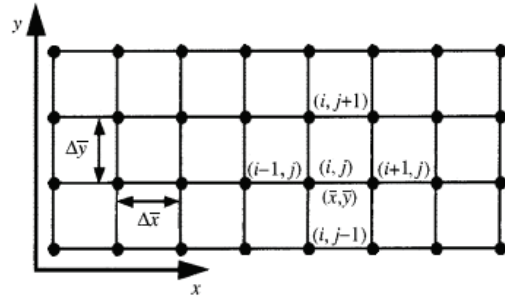


Рис. 1. Плоский канал с наложенной сеткой.

и так далее. Направление перехода не зависит от истории движения частицы [11].

Запишем уравнения (5) в конечных разностях. Температура в любой точке сетки $\theta(i, j)$ выражается через температуры соседних точек следующим образом:

$$\theta(i, j) = P_{x+}\theta(i + 1, j) + P_{y+}\theta(i, j + 1) + P_{x-}\theta(i - 1, j) + P_{y-}\theta(i, j - 1) + S, \quad (9)$$

где

$$P_{x+} = \frac{\text{Le} \left(K(\varphi) \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}} - \text{Pe} RC \bar{u} \Delta\bar{y} \right) + \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}} \bar{\rho}c (\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j})}{\text{Den}_0},$$

$$P_{y+} = \frac{\text{Le} K(\varphi) \frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}} + \bar{\rho}c \frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}} (\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j})}{\text{Den}_0},$$

$$P_{x-} = \frac{\text{Le} K(\varphi) \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}}}{\text{Den}_0}, \quad P_{y-} = \frac{\text{Le} K(\varphi) \frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}}}{\text{Den}_0},$$

$$S = \frac{D \bar{\rho}c \Delta\bar{x} \Delta\bar{y} \left(\left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial\bar{y}} \right)^2 \right)}{\text{Den}_0},$$

$$\text{Den}_0 = 2 \text{Le} K(\varphi) \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}} + \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}} \right) - \text{Pe} \text{Le} RC \bar{u} \Delta\bar{y} + \bar{\rho}c \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}} \varphi_{i,j+1} + \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}} \varphi_{i+1,j} - \left(\frac{\Delta\bar{x}}{\Delta\bar{y}} + \frac{\Delta\bar{y}}{\Delta\bar{x}} \right) \varphi_{i,j} \right).$$

В формуле (9) последнее слагаемое содержит квадраты производных температуры по координатам. Они рассчитываются по предыдущим итерациям.

Рассмотрим алгоритм вычисления температуры в произвольной внутренней узловой точке.

Температура на границе θ_w – заданная функция координат. Чтобы начать вычисление температуры в точке (i, j) , частица приводится в движение из этой же точки. Наличие последнего слагаемого в формуле (9) означает, что эта величина будет учитываться при каждом шаге. Частица блуждает

по узлам сетки от точки к точке до тех пор, пока не достигнет границы, в этом случае граница представляет собой поглощающий экран. После чего записывается известная в этой граничной точке температура.

Обозначим температуру в конце первого блуждания $\theta_w(1)$. Затем из точки (i, j) выпускается вторая, третья, ..., N -я частицы и записываются соответствующие температуры в конечных точках блуждания $\theta_w(2), \theta_w(3), \dots, \theta_w(N)$.

Температура внутренней точки определяется как сумма осредненных температур граничных точек, достигнутых беспорядочно блуждающими частицами, и среднего значение параметра S . Например, при первом запуске случайно блуждающей частицы из точки (i, j) она сделала g_1 шагов.

Тогда параметр S будет иметь значение $\sum_{m=1}^{g_1} S_m$. При N -том запуске – $S(N) = \sum_{m=1}^{g_N} S_m$. В итоге,

формула для определения температуры имеет следующий вид:

$$\varphi(i, j) = P_{x+} \varphi(i+1, j) + P_{y+} \varphi(i, j+1) + P_{x-} \varphi(i-1, j) + P_{y-} \varphi(i, j-1) + F, \quad (11)$$

где

$$P_{x+} = \frac{\frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}} - \text{Pe Le } \bar{u} \Delta \bar{y}}{\text{Den}_\varphi}, \quad P_{y+} = \frac{\Delta \bar{x}}{\text{Den}_\varphi}, \quad P_{x-} = \frac{\frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}}}{\text{Den}_\varphi}, \quad P_{y-} = \frac{\frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{y}}}{\text{Den}_\varphi},$$

$$F = \frac{D \left(\frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{y}} (\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}) + \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}} (\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}) \right)}{\text{Den}_\varphi},$$

$$\text{Den}_\varphi = 2 \left(\frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{y}} + \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}} \right) - \text{Pe Le } \bar{u} \Delta \bar{y}.$$

Процедура определения объёмной доли наночастиц отличается от вычисления температуры только граничным условием на верхней и нижней стенках, при этом на левой границе используется поглощающий экран. Согласно уравнению (8) градиент доли наночастиц на границе прямо пропорционален градиенту температуры. Разлагая объёмную долю в окрестности стенки в ряд Тейлора и удерживая члены до второго порядка, имеем:

$$\theta(i, j) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \theta_w(n) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\sum_{m=1}^{g_n} S_m \right) \quad (10)$$

Выбор достаточно большой длины шагов $\Delta \bar{x}$ и $\Delta \bar{y}$ может привести к отрицательным вероятностям. В методе Монте-Карло, отрицательные вероятности являются неприемлемыми, и это условие является аналогом критерия неустойчивости в методе конечных разностей [9]. Условие, при котором все вероятности должны быть неотрицательны, выполняется, если $\text{Den}_\varphi > 0$ и $\text{Den}_\varphi > 0$.

На первой итерации алгоритма определяется температура жидкости без наличия наночастиц. Далее рассчитываем объёмную долю наночастиц, и на третьей итерации находим температуру наножидкости.

Выразив, из конечно-разностного представление уравнения (7), объёмную долю наночастиц в любой точке сетки $\varphi(i, j)$ через значения долей в соседних точках можем записать:

$$\varphi_w = \varphi_{\Delta n} + D \frac{\partial \theta}{\partial n} \Delta n, \quad (12)$$

где $\varphi_{\Delta n}$ – доля наночастиц в точке, расположенной на расстоянии (интервал отражения) от границы.

С вероятностной точки зрения уравнение (12) означает, что как только частица находится на границе, то она отражается внутрь канала на расстояние Δn и при этом фиксируется значение. Такая граница называется отражающим экраном.

Таким образом, объёмная доля наночастиц в определённой точке запишется в виде:

$$\varphi(i, j) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varphi_w(n) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\sum_{m=1}^{g_n} F_m \right). \quad (13)$$

Прежде чем перейти непосредственно к нахождению объёмной доли наночастиц в плоском канале необходимо знать долю наночастиц в точке, расположенной на расстоянии Δl от границы $\varphi_{\Delta l}$. Для этого необходимо задать объёмную долю на верхней и нижней границах равную входящей доле наночастиц. Далее выполнить процедуру вычисления объёмных долей $\varphi_{\Delta l}^{old}$ вдоль канала. Запомнив массив долей наночастиц $\varphi_{\Delta l}^{old}$ мы перепределяем объёмные доли на верхней и нижней стенках вдоль канала φ_w^{old} , согласно уравнению (12). Заменяя значения φ_w на φ_w^{old} , повторяем выше описанную процедуру и находим новый массив объёмных долей $\varphi_{\Delta l}^{new}$ и φ_w^{new} . Учитывая значение невязки можно либо снова перезаписать объёмные доли вдоль верхней и нижней стенок и повторить вычисление $\varphi_{\Delta l}$, либо остановиться. Если наибольшее значение невязки $\xi_{max} < 1$, то процедура вычисления объёмных долей вдоль стенок прекращается.

$$\xi = \frac{\varphi_{\Delta l}^{new} - \varphi_{\Delta l}^{old}}{\varphi_{\Delta l}^{old}}. \quad (14)$$

Результаты и их анализ

Как упоминалось выше, в задаче рассматривалось стационарное течение в плоском канале при параболическом профиле скорости (7). Длина канала выбиралась достаточно большой, для того чтобы блуждающая частица не достигала правой границы. Точность метода зависит от количества запусков блуждающей частицы N из определённой узловой точки. Однако, большое N приводит к длительному времени вычисления. Поэтому расчетные эксперименты проводились при $N = 5 \cdot 10^4$.

Все компьютерные эксперименты проводились при следующих условиях: температура на верхней и нижней стенках канала $\theta_w = 0$, входящая слева наножидкость имеет температуру $\theta_i = 1$. Вычисления проводились для продольной координаты $\bar{x} = 1$.

Вычислив коэффициент теплоотдачи, как производную температуры по координате вблизи стенки, мы можем посчитать число Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha H}{k_f}, \quad Nu_0 = \frac{\alpha_0 H}{k_f},$$

где индекс 0 означает чистую жидкость, α – коэффициент теплоотдачи.

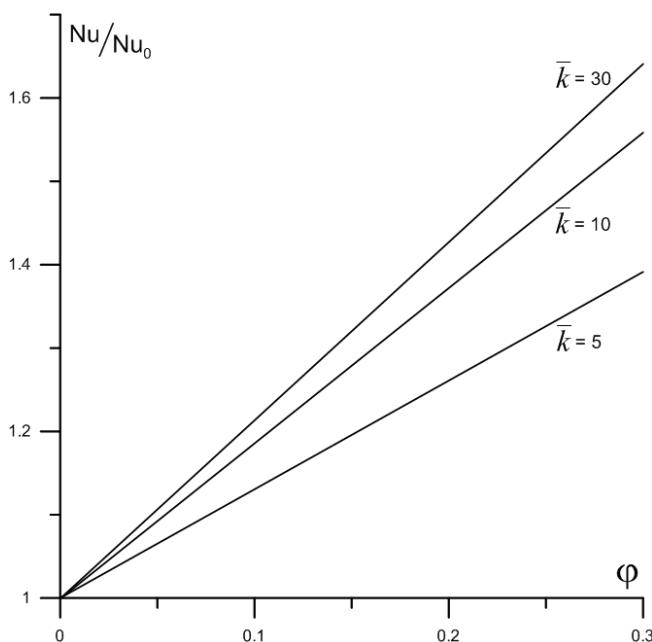


Рис. 2. Зависимость относительного числа Нуссельта от входящей объёмной доли наночастиц при различных безразмерных коэффициентах теплопроводности.

На рис. 2 представлены результаты вычислений относительного числа Нуссельта Nu/Nu_0 , при следующих параметрах: $Pr = 1$, $Re = 1$, $Le = 10$, $RC = 1$, $\rho c = 1.048$, $D = 0.05$. Незначительное количество примеси наночастиц приводит к значительному увеличению теплообмена. При этом наблюдается линейный характер увеличения теплоотдачи. Из рис. 2 видно, что зависимость относительного числа Нуссельта от безразмерного коэффициента теплопроводности носит нелинейный характер. Т.е. с ростом значения теплопроводности наночастиц скорость роста теплообмена

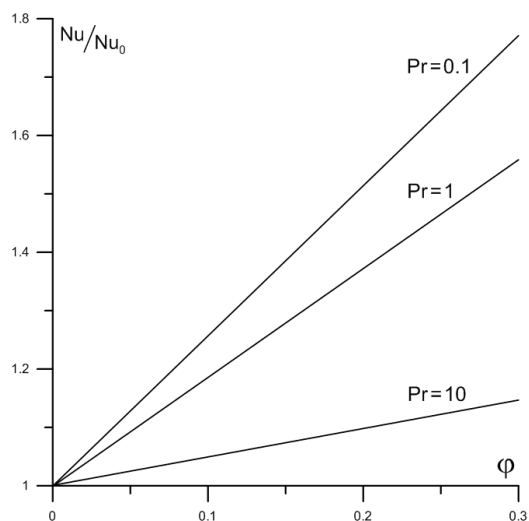


Рис. 3. Зависимость относительного числа Нуссельта от входящей объемной доли наночастиц при различных числах Прандтля.

Также были проведены компьютерные эксперименты по исследованию влияния числа Льюиса, а также числа Пекле на теплообмен при вышеуказанных значениях параметров \bar{k} , RC и ρc . Влияние этих чисел пренебрежимо мало.

Выводы

Представлен алгоритм исследования теплообмена наножидкостей в плоском канале при стационарном течении, который основан на методе Монте-Карло.

На основе проведенных расчетов была получена зависимость относительного числа Нуссельта от объемной доли наночастиц на входе в канал при различных безразмерных коэффициентах теплопроводности. Теплоотдача линейно

падает.

Влияние числа Прандтля на теплообмен в наножидкости при следующих параметрах: $\bar{k} = 10$, $Re = 1$, $Le = 10$, $RC = 1$, $\rho c = 1.048$, $D = 0.05$ приведено на рис. 3. Увеличение числа Прандтля приводит к значительному ухудшению теплообмена.

На рис. 4 показано влияние безразмерного коэффициента диффузии на теплообмен при следующих параметрах: $\bar{k} = 10$, $Pr = 1$, $Re = 1$, $Le = 10$, $RC = 1$, $\rho c = 1.048$. Увеличение безразмерного коэффициента диффузии приводит к небольшому улучшению теплообмена.

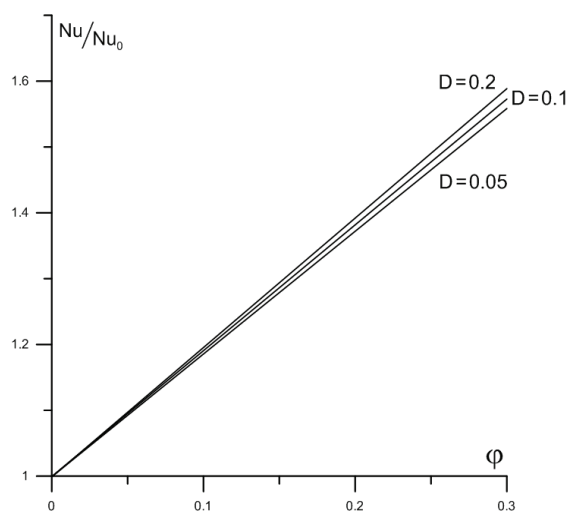


Рис. 4. Зависимость относительного числа Нуссельта от входящей объемной доли наночастиц при различных безразмерных коэффициентах диффузии.

зависит от объемной доли наночастиц. Зависимость относительного числа Нуссельта от безразмерного коэффициента теплопроводности носит нелинейный характер, а именно с ростом значения теплопроводности наночастиц скорость роста теплообмена падает. Данный результат обусловлен выбором функциональной зависимости для эффективной теплопроводности наножидкости $K(\phi)$.

Также было исследовано влияние на теплообмен следующих параметров: число Прандтля, безразмерный коэффициент диффузии, число Льюиса и число Пекле. Зависимость относительного числа Нуссельта от числа Прандтля носит нелинейный характер, а именно с ростом числа Прандтля скорость падения теплообмена падает.

Увеличение безразмерного коэффициента диффузии приводит к незначительному росту относительного числа Нуссельта. Влияние числа Льюиса и числа Пекле на теплообмен пренебрежимо мало.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kang H.U., Kim S.H., Oh J.M. Estimation of thermal conductivity of nanofluid using experimental effective particle volume. *Experimental Heat Transfer*. – 2006. – №19, – P. 181 – 191.
2. Li Q., Xuan Y. Heat transfer enhancement of nanofluids. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2000. – №21, – P. 58 – 64.
3. Buongiorno J. Convective transport in nanofluids. *Journal of Heat Transfer*. – 2006. – № 128, – P. 240 – 250.
4. Avramenko A. A., Blinov D. G., Shevchuk I. V. Self-similar analysis of fluid flow and heat-mass transfer of nanofluids in boundary layer. *Phys. Fluids*. – 2011. – № 23, – P. 082002-1 – 082002-8.
5. Avramenko A.A., Blinov D.G., Shevchuk I.V., Kuznetsov A.V. Symmetry analysis and self-similar forms of fluid flow and heat-mass transfer in turbulent boundary layer flow of a nanofluid. *Phys. Fluids*. – 2012. – № 24, – P. 082002-1 – 082002-8.
6. Avramenko A. ., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate. *Applied Thermal Engineering*. – 2014. – № 73, – P. 389 – 396.
7. Avramenko A.A., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over a flat surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – № 82, – P. 316 – 324.
8. Avramenko A.A., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer in stable film boiling of a nanofluid over a vertical surface. *International Journal of Thermal Sciences*. – 2015. – № 92, – P. 106 – 118.
9. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Dean instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity. // *Phys. Fluids*. – 2016. – № 28, – P. 034104-1 – 034104-16.
10. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Centrifugal instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity between co-axial rotating cylinders. *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 2016. – № 60, – P. 90– 98.
11. Haji-Sheikh A., Sparrow E.M. The Solution of Heat Conduction Problems by Probability Methods. *Journal of Heat Transfer*. – 1967. – № 89, – P. 121 – 130.
12. Кузнецов В.Ф. Решение задач теплопроводности методом Монте-Карло. – Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова: – 1973. с. 20.

MONTE-CARLO SIMULATION OF HEAT TRANSFER OF NANOFUID IN A CHANNEL

Kravchuk A.V.

Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, str. Zhelyabova, 2a, Kyiv, 03680 Ukraine

The algorithm of heat transfer simulation of nanofluids in a flat channel with steady-state flow, which is based on the Monte-Carlo method, is presented.

Based on the carried out calculations, dependence of the relative Nusselt number on a volume fraction of nanoparticles entering the channel at different dimensionless coefficients of thermal conductivity has been obtained. The relative Nusselt number is directly proportional to the dimensionless coefficient of thermal conductivity, and is nonlinear. It was also studied the effect of the following parameters: Prandtl number, a dimensionless diffusion coefficient, Lewis number and Peclet number on heat transfer. The relative Nusselt number is inversely proportional to the Prandtl number, and is nonlinear. The increase in the dimensionless diffusivity leads to a slight increase in the relative Nusselt number. Effect of Lewis number and Peclet number on the heat transfer is negligible.

References 12, figures 4.

Key words: nanofluid, heat transfer, Monte Carlo simulation.

1. Kang H.U., Kim S.H., Oh J.M. Estimation of thermal conductivity of nanofluid using experimental effective particle volume. *Experimental Heat Transfer*. – 2006. – №19, – P. 181 – 191.

2. Li Q., Xuan Y. Heat transfer enhancement of nanofluids. // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. – 2000. – №21, – P. 58 – 64.

3. Buongiorno J. Convective transport in nanofluids. *Journal of Heat Transfer*. – 2006. –

№ 128, – P. 240 – 250.

4. Avramenko A.A., Blinov D.G., Shevchuk I.V. Self-similar analysis of fluid flow and heat-mass transfer of nanofluids in boundary layer. *Phys. Fluids*. – 2011. – № 23, – P. 082002-1 – 082002-8.

5. Avramenko A.A., Blinov D.G., Shevchuk I.V., Kuznetsov A.V. Symmetry analysis and self-similar forms of fluid flow and heat-mass transfer in turbulent boundary layer flow of a nanofluid. *Phys. Fluids*. – 2012. – № 24, – P. 082002-1 – 082002-8.

6. Avramenko A.A., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of stationary vapor with nanoparticles near a vertical plate. *Applied Thermal Engineering*. – 2014. – № 73, – P. 389 – 396.

7. Avramenko A.A., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer at film condensation of moving vapor with nanoparticles over a flat surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – № 82, – P. 316 – 324.

8. Avramenko A.A., Shevchuk V.I., Tyrinov A.I., Blinov D.G. Heat transfer in stable film boiling of a nanofluid over a vertical surface. *International Journal of Thermal Sciences*. – 2015. – № 92, – P. 106 – 118.

9. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Dean instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity. *Phys. Fluids*. – 2016. – № 28, – P. 034104-1 – 034104-16.

10. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Centrifugal instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity between co-axial rotating cylinders. *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 2016. – № 60, – P. 90– 98.

11. Haji-Sheikh A., Sparrow E.M. The Solution of Heat Conduction Problems by Probability Methods. *Journal of Heat Transfer*. – 1967. – № 89, – P. 121 – 130.

12. Kuznetsov V.F. The solution of heat conduction problems by Monte Carlo method. – I. V. Kurchatov Institute of Atomic Energy: – 1973. p. 20. (Rus.)

Получено 17.10.2016

Received 17.10.2016