УДК 681.391, 681.3, 621.372.397

**Л.А. ГНАТИВ**

# ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ КОСИНУСНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОГО КОДИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ВИДЕО

**Аннотация.** Рассмотрены матричные методы построения однонормовых целочисленных косинусных преобразований порядков 8, 16. Предложены однонормовые целочисленные преобразования порядков 8, 16 и разработаны их быстрые алгоритмы низкой вычислительной сложности, которая меньше в 3–5 раз, чем в известных алгоритмах, и в 10 раз — чем в стандарте H.265.

**Ключевые слова:** дискретное косинусное преобразование, целочисленное косинусное преобразование, факторизация, быстрое преобразование, масштабированное преобразование, эффективность кодирования, коэффициент сжатия, вычислительная сложность, видеокодирование, H.264, H.265, HEVC, AVS.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия много публикаций было посвящено сжатию изображений и видеокодированию на основе преобразований. Эффективными инструментами компрессии для устранения избыточности в изображениях и видеосигналах являются методы сжатия результатов преобразования изображения, т.е. методы кодирования с преобразованием.

Для марковского процесса первого порядка оптимальным является преобразование Карунена–Лоева (ПКЛ). Наилучшим приближением к ПКЛ есть дискретное косинусное преобразование (ДКП). Характеристики ДКП приближаются к ПКЛ, когда коэффициент корреляции стремится к единице. В отличие от других подобных преобразований ДКП обеспечивает упаковку наибольшего количества информации в наименьшее число коэффициентов (для большинства реальных изображений), а также минимизирует эффект появления блочных структур, называемых блочными искажениями, когда на изображении становятся заметными границы между соседними блоками. Кроме того, ДКП обеспечивает линейность фазы, реальные коэффициенты и имеет быстрые алгоритмы. Кодирование на основе блоков с использованием ДКП порядка 8 является важной технологией видеокодирования, которое используется в стандартах H.261, H.263, JPEG, MPEG-2 и MPEG-4 visual. Более новые стандарты, такие как MPEG-4 AVC/H.264 [1], VC-1 [2] и AVS [3, 4], применяют целочисленное косинусное преобразование (ЦКП) порядков 4, 8 и 16. Это объясняется тем, что ЦКП выполняется вычислением без плавающей запятой. Его ядро содержит только целые и упаковывает энергию подобно ДКП. В настоящее время появился новый стандарт высокоэффективного видеокодирования High Efficiency Video Coding (HEVC или H.265) [5], где применены целочисленные преобразования размерами в пределах от 4 до 32, предложенные разработчиками фирм Cisco Systems и Texas Instruments [6]. Однако ЦКП, которые используются в стандарте H.265, не имеют быстрых алгоритмов, что приводит к большей вычислительной сложности. Было предложено ряд простых целочисленных преобразований порядка 16 с быстрыми алгоритмами низкой сложности [7–11].

В работах [12–14] предложена целочисленная аппроксимация ДКП с быстрыми алгоритмами меньшей сложности, чем в стандарте H.265 [6]. В [11] предложены простые ЦКП порядков 8 и 16 с быстрыми алгоритмами, которые, в отличие от известных [14, 13], имеют в 1,43 и 1,7 раза меньшую вычислительную сложность и в 2,9 раза — чем преобразование в стандарте H.265. Кроме того, было предложено несколько других эффективных способов уменьшения сложности кодера, таких как улучшенное intra-кодирование изображений (intrapicture) и упрощенные VLC коэффициенты [15].

В настоящей статье рассмотрены матричные методы построения однонормовых ЦКП порядков 8 и 16 с быстрыми целочисленными преобразованиями.

**ОДНОНОРМОВОЕ ЦКП ПОРЯДКА 8**

Рассмотрим метод построения однонормового ЦКП порядка 8, представленный в работе [16], а также матрицу $ICT_8^*$ размера $8\times 8$ ЦКП с переставлеными строками, которая получена из матрицы $ICT_8$ перестановкой строк на основе двоично-инверсных перестановок (ДИП) и перестановок по коду Грея (ПКГ) [17]:

$$ICT_8^* = P_8' P_8 ICT_8, \tag{1}$$

где $P_8$ — матрица $8\times 8$ ДИП, $P_8'$ — блочно-диагональная матрица $8\times 8$, содержащая матрицы $4\times 4$ $G_4$ ПКГ и $P_4$ ДИП, $P_8' = \mathrm{diag}[G_4, P_4]$, $G_4 = \mathrm{diag}\,[I_2, \bar{I}_2]$, $P_4 = \mathrm{diag}\,[1, \bar{I}_2, 1]$, $\bar{I}_2 = \begin{bmatrix} & 1 \\ 1 & \end{bmatrix}$.

Матрица $ICT_8^*$ размера $8\times 8$ ЦКП с переставленными строками может быть представлена матрицей ядра ЦКП:

$$ICT_8^* = B_8^* C_8^*, \tag{2}$$

где $B_8^*$ — диагональная матрица $8\times 8$ коэффициентов нормирования, $C_8^*$ — матрица $8\times 8$ ядра ЦКП с переставленными строками. Матрица $C_8^*$ может быть представлена рекуррентно [11]:

$$C_8^* = \mathrm{diag}[C_4^*, Q_4] H_8^*, \; C_4^* = G_4 P_4 C_4, \tag{3}$$

где $H_8^*$ — фактор-матрица $8\times 8$ с ненулевыми элементами $\pm 1$,

$$H_8^* = \begin{bmatrix} I_4 & \bar{I}_4 \\ \bar{I}_4 & -I_4 \end{bmatrix}, \; \bar{I}_4 = \mathrm{antidiag}\,[I_4],$$

$I_4$, $\bar{I}_4$ — единичная и антидиагональная матрицы $4\times 4$; $C_4^*$ — матрица $4\times 4$ ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ; $Q_4$ — матрица $4\times 4$, которая может быть представлена матрицей ядра ЦКП-IV,

$$Q_4 = C_4^{\mathrm{IV}} \bar{I}_4, \tag{4}$$

$C_4^{\mathrm{IV}}$ — матрица ядра ЦКП-IV с целыми элементами $\pm a$, $b$, $\pm c$, $d$, $e$, $\pm f$, $-g$, $\pm h$ и переставленными строками на основе ДИП. При этом

$$Q_4 = \begin{bmatrix} d & c & b & a \\ -h & -g & -f & e \\ e & f & -g & h \\ -a & b & -c & d \end{bmatrix}, \; C_4^{\mathrm{IV}} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & -f & -g & -h \\ h & -g & f & e \\ d & -c & b & -a \end{bmatrix}, \; \bar{I}_4 = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \\ 1 & & & \end{bmatrix}, \tag{5}$$

$$C_8 = \begin{bmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где $a > b > c > d$, $i > j$, $g > e > h > f$.

Имеют место соотношения

$$\begin{cases} a + d = e, \\ a - d = h, \end{cases} \quad \begin{cases} b + c = g, \\ b - c = f, \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + d^2 = b^2 + c^2 = \alpha, \\ e^2 + h^2 = f^2 + g^2 = 2\alpha. \end{cases}$$

**АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ЦКП ПОРЯДКА 8**

Матрица $Q_4$ может быть представлена произведением двух матриц:

$$Q_4 = H_4^0 T_4, \tag{7}$$

где $H_4^0$ — блочно-диагональная фактор-матрица $4 \times 4$ с элементами 1 и матрицей Адамара $H_2$,

$$H_4^0 = \mathrm{diag}\,[1, H_2, 1], \; H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \tag{8}$$

$T_4$ — матрица $4 \times 4$ с целыми элементами $\pm a, \pm b, \pm c, d$,

$$T_4 = \begin{bmatrix} d & c & b & a \\ d & -c & -b & a \\ -a & -b & c & d \\ -a & b & -c & d \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Матрица $T_4$ может быть представлена как произведение двух матриц:

$$T_4 = H_4 R_4, \; H_4 = \mathrm{diag}\,[H_2, \overline{H}_2], \; \overline{H}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

$H_4$ — блочно-диагональная фактор-матрица $4 \times 4$, содержащая матрицы $H_2$ и $\overline{H}_2$; $R_4$ — фактор-матрица растягивания $4 \times 4$, которая содержит на основной диагонали целые элементы $\pm c$ и $d$, а на другой диагонали — целые элементы $\pm a$ и $b$. При этом

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & \\ 1 & -1 & & \\ & & -1 & 1 \\ & & 1 & 1 \end{bmatrix}, \; R_4 = \begin{bmatrix} d & & & a \\ & c & b & \\ & b & -c & \\ -a & & & d \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Тогда матрица $Q_4$ на основании (7) и (10) может быть представлена произведением трех матриц:

$$Q_4 = H_4^0 H_4 R_4. \tag{12}$$

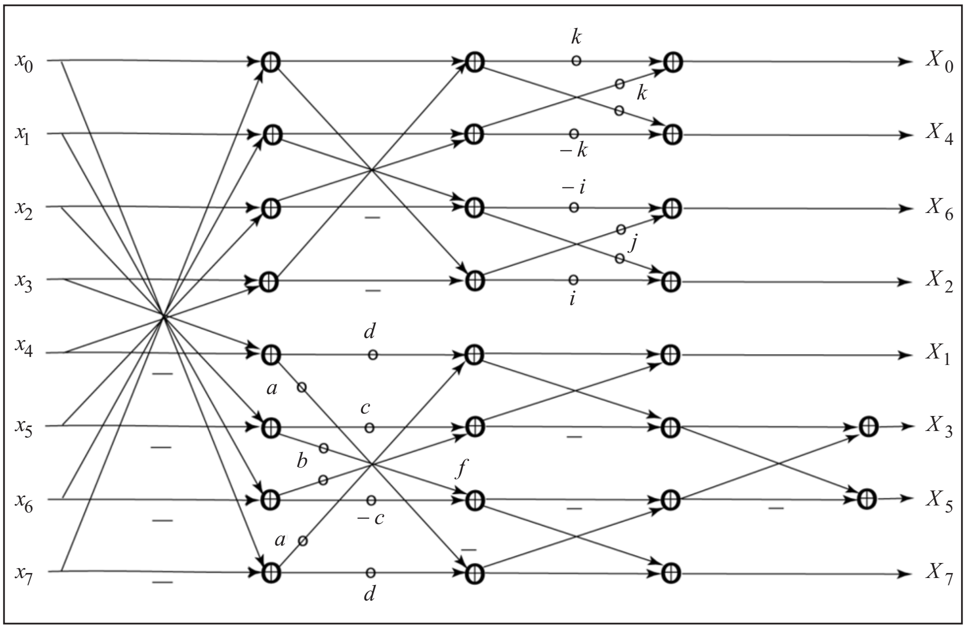


*Рис. 1.* Граф алгоритма предложенного 8-точечного быстрого прямого ЦКП

Матрица $C_4^*$ ядра ЦКП порядка 4 может быть представлена как произведение двух матриц:

$$C_4^* = C_2 C_1, \tag{13}$$

где $C_1$, $C_2$ — фактор-матрицы $4\times 4$ быстрого ЦКП порядка 4:

$$C_1 = H_4^*,\ C_2 = \mathrm{diag}\,[T_2,\, Q_2\,], \tag{14}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} k & k \\ k & -k \end{bmatrix},\ Q_2 = \begin{bmatrix} -i & j \\ j & i \end{bmatrix},\ H_4^* = \begin{bmatrix} I_2 & \bar{I}_2 \\ \bar{I}_2 & -I_2 \end{bmatrix}.$$

Матрица $C_8^*$ на основании (3), (12) и с учетом алгоритма быстрого прямого ЦКП порядка 4 согласно (13) может быть факторизовано представлена как произведение четырех матриц:

$$C_8^* = C_{8,4} C_{8,3} C_{8,2} C_{8,1}, \tag{15}$$

где $C_{8,i}$ — $i$-е, $i = \overline{1,4}$, фактор-матрицы $8\times 8$ алгоритма предложенного быстрого прямого ЦКП:

$$\begin{gathered} C_{8,1} = H_8^*,\ C_{8,2} = \mathrm{diag}\,[H_4^*, R_4\,], \\ C_{8,3} = \mathrm{diag}\,[T_2, Q_2, H_4\,], \\ C_{8,4} = \mathrm{diag}\,[I_4, H_4^0\,]. \end{gathered} \tag{16}$$

Для однонормового ЦКП матрица $H_4^0$ содержит ненулевые элементы 1 и $\pm p/2^m$.

На рис. 1 представлен граф алгоритма согласно (15), (16) предложенного 8-точечного быстрого прямого ЦКП.

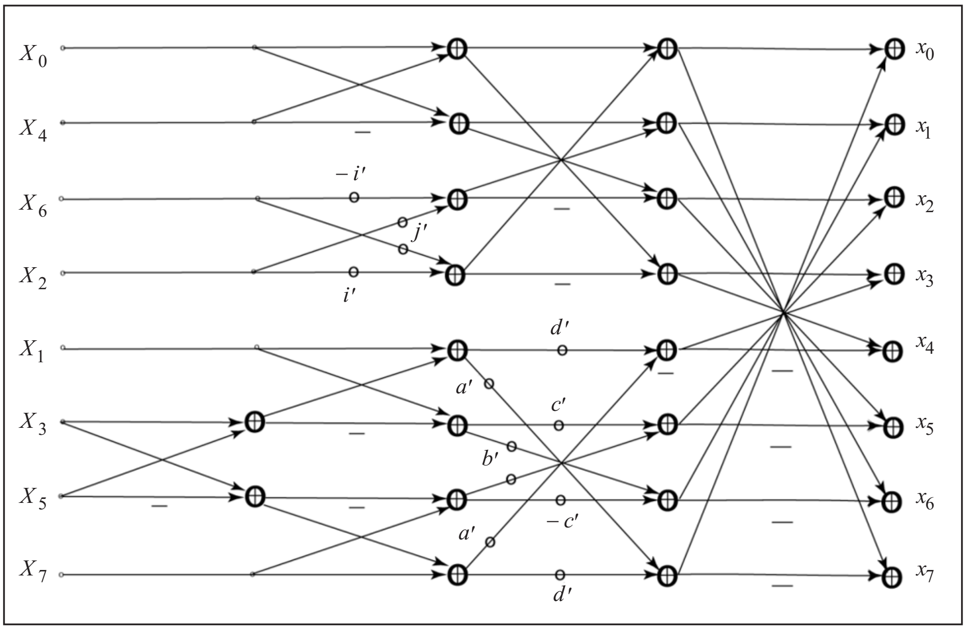


*Рис. 2.* Граф алгоритма предложенного 8-точечного быстрого обратного ЦКП

**АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ОБРАТНОГО ЦКП ПОРЯДКА 8**

Матрицу обратного преобразования ЦКП $C_{8i}$ порядка 8 можно получить транспонированием:

$$C_{8i} = C_8^{*\mathrm{T}} / k. \tag{17}$$

Матрица $C_{8i}$ на основании (17), (15) и с учетом симметричности фактор-матриц ($H_8^{*\mathrm{T}} = H_8^*$, $H_4^{*\mathrm{T}} = H_4^*$, $H_4^{\mathrm{T}} = H_4$, $H_4^{0\mathrm{T}} = H_4^0$) может быть факторизовано представлена как произведение четырех матриц:

$$C_{8i} = C_{8i,1} C_{8i,2}^{\mathrm{T}} C_{8i,3} C_{8i,4}, \tag{18}$$

где $C_{8i,k}$ — $k$-е, $k = \overline{1, 4}$, фактор-матрицы $8 \times 8$ алгоритма предложенного быстрого обратного ЦКП:

$$C_{8i,1} = H_8^*,\ C_{8i,2}^{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}[H_4^*, R_{4i}^{\mathrm{T}}],\ C_{8i,3} = \mathrm{diag}[T_{2i}, Q_{2i}, H_4], \tag{19}$$

$$C_{8i,4} = \mathrm{diag}[I_4, H_4^0],\ T_{2i} = T_2 / k = H_2,\ Q_{2i} = Q_2 / k,$$

$$R_{4i}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} d & & & -a \\ & c & b & \\ & b & -c & \\ a & & & d \end{bmatrix} \Big/ k.$$

На рис. 2 представлен граф алгоритма согласно (18), (19) предложенного 8-точечного быстрого обратного ЦКП. При этом $(a', b', c', d') = (a, b, c, d) / k$, $(i', j') = (i, j) / k$.

Элементы матрицы $C_8$ однонормового масштабированного ЦКП принимают следующие значения: $a = 45$, $b = 38$, $c = 24$, $d = 9$, $e = 38$, $f = 9$, $g = 44$, $h = 25$, $i = 43$, $j = 14$, $k = 32$.

Матрица $C_8$ предложенного однонормового масштабированного ЦКП имеет вид

$$C_8 = \begin{bmatrix} 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 \\ 45 & 38 & 24 & 9 & -9 & -24 & -38 & -45 \\ 43 & 14 & -14 & -43 & -43 & -14 & 14 & 43 \\ 38 & -9 & -44 & -25 & 25 & 44 & 9 & -38 \\ 32 & -32 & -32 & 32 & 32 & -32 & -32 & 32 \\ 25 & -44 & 9 & 38 & -38 & -9 & 44 & -25 \\ 14 & -43 & 43 & -14 & -14 & 43 & -43 & 14 \\ 9 & -24 & 38 & -45 & 45 & -38 & 24 & -9 \end{bmatrix}. \qquad (20)$$

Следует отметить, что квадраты норм базисных векторов матрицы $C_8$ однонормового масштабированного ЦКП приближаются к числу степени два:

$$q_i = ||C_i||^2 = 8192 \pm \Delta_i \ (\%),\ i = 1, 2, 3,\ \Delta_i = 0{,}15 - 0{,}7\ \%,$$

неортогональность составляет 0,2–2 %.

**РЕАЛИЗАЦИЯ БЕЗ МНОЖИТЕЛЕЙ**

Предложенное целочисленное преобразование может быть реализовано, используя в основном операции сдвига и сложения. Парные умножения применяются в операциях «бабочка» (butterfly) и выполняются путем сдвигов и сложений, а в некоторых случаях (с целью уменьшения вычислительной сложности) — путем умножения и сдвига. В табл. 1 представлена схема выполнения специальных парных умножений, используемых в операциях «бабочка» для реализации предложенного 1D 8-точечного однонормового целочисленного обратного преобразования.

Для реализации предложенного 1D 8-точечного однонормового целочисленного обратного преобразования требуется выполнить две операции умножения, 40 операций сложения и 16 операций сдвига.

Вычислительная сложность предложенного, известных [13, 14] и принятого в стандарте H.265 [5, 6] 2D 8-точечных целочисленных обратных преобразований приведена в табл. 2

**Таблица 1**

| Значения множителей | | Алгоритм выполнения операций $y = d * x$; $z = a * x$ | Вычислительная сложность операций | | | Количество используемых операций |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Сложение | Сдвиг | Умножение | |
| $d = 9/32$ | $a = 45/32$ | $x_1 = x + (x \gg 3)$; $y = x_1 \gg 2$; $z = x_1 + y$ | 2 | 2 | — | 2 |
| $c = 24/32$ | $b = 38/32$ | $y = x - (x \gg 2)$; $z = x + (y \gg 2)$ | 2 | 2 | — | 2 |
| $i = 43/32$ | $j = 14/32$ | $x_1 = x - (x \gg 3)$; $z = x_1 \gg 1$; $x_2 = x + x_1$; $y = x_1 + (x_2 \gg 2)$ | 3 | 3 | — | 2 |
| $p/2^m$ | 0 | $x_1 = p * x$; $y = x_1 \gg m$; $z = 0$ | — | 1 | 1 | 2 |
| Всего | | — | 14 | 16 | 2 | |

**Т а б л и ц а 2**

| **Характеристика вычислительной сложности** | **Оценка сложности 2D преобразований 8 × 8** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Предложенного | H.265 [5, 6] | Из [13] | Из [14] | Уменьшение относительно | |
| | | | | | [14] | [5, 6] |
| Умножение | 32 | 352 | 192 | 176 | В 5,5 раза | В 11 раз |
| Сложение + сдвиг | 640 + 256 | 448 + 128 | 416 | 464 | На 93 % больше сложений | На 55,5 % больше сложений |
| Число итераций для 1D | 4 | 3 | 4 | 4 | 0 | На одну итерацию больше |
| Память для квантования | — | — | + | — | — | — |
| Число битов элемента матрицы | 7 | 8 | 7 | 14 | На 7 бит меньше | На 1 бит меньше |

**ОДНОНОРМОВОЕ ЦКП ПОРЯДКА 16**

Изложим метод построения однонормового ЦКП порядка 16, который представлен в работе [16]. Рассмотрим $ICT_{16}^{*}$ — матрицу 16×16 ЦКП порядка 16 с переставленными строками, которая получена из матрицы $ICT_{16}$ путем перестановок строк на основе ДИП, обратных перестановок и ПКГ:

$$ICT_{16}^{*} = G_{16}' \bar{P}_{16} P_{16} ICT_{16}, \tag{21}$$

где $P_{16}$ — матрица 16×16 ДИП, $\bar{P}_{16}$ — блочно-диагональная матрица 16×16 с единичной матрицей 12×12 $I_{12}$ и антидиагональной матрицей 4×4 $\bar{I}_4$, $\bar{P}_{16} = \mathrm{diag}[I_{12}, \bar{I}_4]$; $G_{16}'$ — блочно-диагональная матрица 16×16 с матрицами 4×4 $G_4$ и $P_4$, $G_{16}' = \mathrm{diag}[G_4, P_4, G_4, G_4]$.

Матрица $ICT_{16}^{*}$ размера 16×16 ЦКП с переставленными строками может быть представлена матрицей ядра ЦКП:

$$ICT_{16}^{*} = B_{16}^{*} C_{16}^{*}, \tag{22}$$

где $B_{16}^{*}$ — диагональная матрица 16×16 коэффициентов нормирования; $C_{16}^{*}$ — матрица 16×16 ядра ЦКП с переставленными строками.

Матрица $C_{16}^{*}$ может быть представлена рекуррентно [16]:

$$C_{16}^{*} = \mathrm{diag}\,[C_8^{*}, Q_8] H_{16}^{*}, \tag{23}$$

где $H_{16}^{*}$ — фактор-матрица 16×16 с ненулевыми элементами ±1 (аналогична матрице $H_8^{*}$ (см. (3)); $Q_8$ — матрица 8×8, которая может быть представлена матрицей ядра ЦКП-IV:

$$Q_8 = C_8^{\mathrm{IV}*} \bar{I}_8. \tag{24}$$

Здесь $I_8$, $\bar{I}_8$ — единичная и антидиагональная единичная матрицы 8×8, $\bar{I}_8 = \mathrm{antidiag}\,[I_8]$; $C_8^{\mathrm{IV}*}$ — матрица 8×8 ядра ЦКП-IV с переставленными строками, $C_8^{\mathrm{IV}*} = G_8' \bar{P}_8 P_8 C_8^{\mathrm{IV}}$, где $\bar{P}_8$ — блочно-диагональная матрица 8×8 с единичными матрицами 4×4 $I_4$ и $\bar{I}_4$, $\bar{P}_8 = \mathrm{diag}[I_4, \bar{I}_4]$; $G_8'$ — блочно-диагональная матрица 8×8 с матрицами 4×4 $G_4$, $G_8' = \mathrm{diag}[G_4, G_4]$.

Матрица $C_8^{\mathrm{IV}*}$ имеет вид

$$C_8^{\mathrm{IV}*} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} A & B & C & D & E & F & G & H \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 \\ H & -G & F & -F & D & -C & B & -A \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 4 \\ 6 \\ 2 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{array}, \qquad (25)$$

где $A > B > C > D > E > F > G > H$.

Матрица $C_8^{\mathrm{IV}*}$ может быть представлена через матрицу ядра ЦКП порядка 4 как произведение трех матриц [16]:

$$C_8^{\mathrm{IV}*} = H_8^0 \operatorname{diag}[T_4^*, T_4^*] R_8, \qquad (26)$$

где $R_8$ — матрица $8 \times 8$ растягивания, которая на основной диагонали содержит целые элементы $\pm r_i$ $(i = \overline{1, 4})$, а на другой диагонали целые элементы $\pm s_i$ и которая для ДКП-IV представляет матрицу вращения Гивенса; $H_8^0$ — фактор-матрица $8 \times 8$ с ненулевыми элементами $\pm 1$; $T_4^*$ – матрица $4 \times 4$ ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ, $T_4^* = G_4 P_4 T_4$. При этом

$$R_8 = \begin{bmatrix} r_1 & & & & & & & s_1 \\ & r_2 & & & & & s_2 & \\ & & r_3 & & & s_3 & & \\ & & & r_4 & s_4 & & & \\ & & & -s_4 & r_4 & & & \\ & & s_3 & & & -r_3 & & \\ & -s_2 & & & & & r_2 & \\ s_1 & & & & & & & -r_1 \end{bmatrix}, \quad H_8^0 = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 & & & \\ & 1 & & & & -1 & & \\ & & 1 & & & & 0 & 1 \\ & & & 1 & & & 1 & 0 \\ 0 & & & & 1 & & & \\ & 1 & & & & 1 & & \\ & & 0 & 1 & & & -1 & \\ & & 1 & 0 & & & & -1 \end{bmatrix},$$

где $r_i > r_{i+1}$, $s_i < s_{i+1}$, $i = \overline{1, 4}$,

$$T_4^* = \begin{bmatrix} p & p & p & p \\ p & -p & -p & p \\ s & -r & r & -s \\ r & s & -s & -r \end{bmatrix}, \quad r > s, \quad p = 2^n. \qquad (27)$$

Для однонормового ЦКП фактор-матрица $H_8^0$ содержит ненулевые элементы 1 и $\pm p_i / 2^{m_i}$, $i = 1, 2, 3$.

Матрица $Q_8$ на основании (24) и (26) может быть представлена как произведение четырех матриц:

$$Q_8 = H_8^0 \operatorname{diag}[T_4^*, T_4^*] R_8 \bar{I}_8 \qquad (28)$$

или (с учетом произведения двух матриц $R_8 \bar{I}_8 = \bar{R}_8$) как произведение трех матриц:

$$Q_8 = H_8^0 \operatorname{diag}[T_4^*, T_4^*] \bar{R}_8, \qquad (29)$$

$$
\overline{R}_8 = \begin{bmatrix}
s_1 & & & & & & & r_1 \\
& s_2 & & & & & r_2 & \\
& & s_3 & & & r_3 & & \\
& & & s_4 & r_4 & & & \\
& & & r_4 & -s_4 & & & \\
& & -r_3 & & & s_3 & & \\
& r_2 & & & & & -s_2 & \\
-r_1 & & & & & & & s_1
\end{bmatrix}. \qquad (30)
$$

Матрица $C_{16}$ ядра ЦКП порядка 16 на основании (23)–(25) и с учетом (6) может быть представлена как

$$
C_{16} = \left[\begin{array}{cccccccc|ccc}
k & k & k & k & k & k & k & k & k & \dots & k \\
A & B & C & D & E & F & G & H & -H & \dots & -A \\
a & b & c & d & -d & -c & -b & -a & -a & \dots & a \\
A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 & A_8 & \dots & -A_1 \\
i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & \dots & i \\
B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & -B_8 & \dots & -B_1 \\
e & -f & -g & -h & h & g & f & -e & -e & \dots & e \\
C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 & C_8 & \dots & -C_1 \\
k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & \dots & k \\
C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 & -C_1 & \dots & -C_8 \\
h & -g & f & e & -e & -f & g & -h & -h & \dots & h \\
B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 & B_1 & \dots & -B_8 \\
j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & \dots & j \\
A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 & -A_1 & \dots & -A_8 \\
d & -c & b & -a & a & -b & c & -d & -d & \dots & d \\
H & -G & F & -E & D & -C & B & -A & A & \dots & -H
\end{array}\right]. \qquad (31)
$$

Элементы $r_i$, $s_i$ матрицы $R_8$ принимают следующие значения: $r_1 = 45$, $r_2 = 43$, $r_3 = 40$, $r_4 = 35$, $s_1 = 5$, $s_2 = 14$, $s_3 = 21$, $s_4 = 29$. Элементы матрицы $T_4^*$ принимают значения: $r = 5$, $s = 2$, $p = 4$.

Элементы матрицы $C_{16}$ согласно (31) предложенного однонормового масштабированного ЦКП принимают значения: $A = 180$, $B = 172$, $C = 160$, $D = 140$, $E = 116$, $F = 84$, $G = 56$, $H = 20$, $a = 180$, $b = 152$, $c = 96$, $d = 36$, $e = 152$, $f = 36$, $g = 176$, $h = 100$, $i = 172$, $j = 56$, $k = 128$. Значения элементов $A_i$, $B_i$, $C_i$ $(i = \overline{1, 8})$ представлены в табл. 3.

**Таблица 3**

| Элементы | Значение элементов матрицы $C_{16}$ при $i$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $A_i$ | 174 | 116 | 18 | 87 | 159 | 180 | 139 | 48 |
| $B_i$ | 160 | 11 | 138 | 173 | 55 | 117 | 181 | 85 |
| $C_i$ | 141 | 82 | 172 | 16 | 181 | 53 | 161 | 113 |

Следует отметить, что квадраты норм базисных векторов в матрице $C_{16}$ однонормового масштабированного ЦКП приближаются к числу степени два: $q_i = || C_i ||^2 = 131072 \pm \Delta_i$ (%), $i = 1, 3, 5, 7$, $\Delta_i = 0{,}11 - 0{,}28$ %, неортогональность составляет $0{,}01 - 0{,}26$ %.

Таким образом, предложенные ЦКП имеют такие же свойства, как и принятые в стандарте H.265: 8 бит представления коэффициентов преобразования; ширина накопительного сумматора для матричного умножения не превышает 32 бит; симметричность/антисимметричность соответствует ДКП; коэффициенты масштабированного преобразования являются близкими к ДКП; базисные векторы почти ортогональны; одинаковая схема квантования и деквантования для преобразований всех размерностей, где множители зависят от значений параметра квантования $QP$ [18] и сдвиги зависят только от $\log_2 N$, где $N$ — размерность преобразования; коэффициенты квантования могут быть представлены 16 битами.

### АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ЦКП ПОРЯДКА 16

Матрица $T_4^*$ может быть представлена как произведение двух матриц:

$$T_4^* = T_{4,2} T_{4,1}, \tag{32}$$

где $T_{4,i}$ — $i$-е, $i = 1, 2$, фактор-матрицы $4 \times 4$:

$$T_{4,1} = H_4^*,\ T_{4,2} = \operatorname{diag}[T_2', R_2],\ T_2' = \begin{bmatrix} p & p \\ p & -p \end{bmatrix},\ R_2 = \begin{bmatrix} -r & s \\ s & r \end{bmatrix},$$

$T_2'$ — матрица $2 \times 2$, которая содержит целые $\pm p$; $R_2$ — матрица растягивания $2 \times 2$, которая содержит целые элементы $\pm r, s$.

Матрица $C_{16}^*$ на основании (23), (29), (32) и с учетом алгоритма быстрого прямого ЦКП порядка 8 согласно (15) может быть факторизовано представлена как произведение пяти матриц:

$$C_{16}^* = C_{16,5} C_{16,4} C_{16,3} C_{16,2} C_{16,1}, \tag{33}$$

где $C_{16,i}$ — $i$-е, $i = \overline{1, 5}$, фактор-матрицы $16 \times 16$ алгоритма предложенного в [16] быстрого прямого ЦКП:

$$\begin{gathered} C_{16,1} = H_{16}^*,\ C_{16,2} = \operatorname{diag}[H_8^*, \bar{R}_8],\ C_{16,3} = \operatorname{diag}[H_4^*, R_4, H_4^*, H_4^*], \\ C_{16,4} = \operatorname{diag}[T_2, Q_2, H_4, T_2', R_2, T_2', R_2],\ C_{16,5} = \operatorname{diag}[I_4, H_4^0, H_8^0]. \end{gathered} \tag{34}$$

### АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ОБРАТНОГО ЦКП ПОРЯДКА 16

Матрицу ядра обратного ЦКП $C_{16i}$ порядка 16 можно получить транспонированием:

$$C_{16i} = C_{16i}^{*\mathrm{T}} / k. \tag{35}$$

Матрица $C_{16i}$ на основании (35), (34) и с учетом симметричности фактор-матриц ($H_{16}^{\mathrm{T}*} = H_{16}^*$, $T_2'^{\mathrm{T}} = T_2'$, $R_2^{\mathrm{T}} = R_2$) может быть факторизовано представлена как произведение пяти матриц:

$$C_{16i}^* = C_{16i,1} C_{16i,2}^{\mathrm{T}} C_{16i,3}^{\mathrm{T}} C_{16i,4} C_{16i,5}^{\mathrm{T}}, \tag{36}$$

где $C^{\mathrm{T}}_{16i,k}$ — $k$-е, $k=\overline{1,5}$, транспонированные фактор-матрицы $16\times16$ алгоритма предложенного быстрого обратного ЦКП:

$$C_{16i,1}=H^{*}_{16};\ C^{\mathrm{T}}_{16i,2}=\mathrm{diag}\,[H^{*}_{8},\overline{R}^{\mathrm{T}}_{8i}],\ \overline{R}^{\mathrm{T}}_{8i}=\overline{R}^{\mathrm{T}}_{8}\,/\,k',\ k'=k\,/\,p; \tag{37}$$

$$C^{\mathrm{T}}_{16i,3}=\mathrm{diag}\,[H^{*}_{4},R^{\mathrm{T}}_{4i},H^{*}_{4},H^{*}_{4}];$$

$$C_{16i,4}=\mathrm{diag}\,[T_{2i},Q_{2i},H^{0}_{4},T'_{2i},R_{2i},T'_{2i},R_{2i}],$$

$$T'_{2i}=T'_{2}\,/\,p=H_{2},\ R_{2i}=R_{2}\,/\,p,\quad C^{\mathrm{T}}_{16i,5}=\mathrm{diag}\,[I_{4},H^{0}_{4},H^{0\mathrm{T}}_{8}].$$

Матрицы $\overline{R}^{\mathrm{T}}_{8i}$ и $H^{0\mathrm{T}}_{8}$ имеют вид:

$$\overline{R}^{\mathrm{T}}_{8i}=\begin{bmatrix} s_1 & & & & & & & -r_1\\ & s_2 & & & & & r_2 & \\ & & s_3 & & & -r_3 & & \\ & & & s_4 & r_4 & & & \\ & & & r_4 & -s_4 & & & \\ & & r_3 & & & s_3 & & \\ & r_2 & & & & & -s_2 & \\ r_1 & & & & & & & s_1 \end{bmatrix}\Big/k',\ H^{0\mathrm{T}}_{8}=\begin{bmatrix} 1 & & & & 0 & & & \\ & 1 & & & & 1 & & \\ & & 1 & & & & 0 & 1\\ & & & 1 & & & 1 & 0\\ 0 & & & & 1 & & & \\ & -1 & & & & 1 & & \\ & & 0 & 1 & & & -1 & \\ & & 1 & 0 & & & & -1 \end{bmatrix}.$$

В табл. 4 представлена схема выполнения специальных парных умножений, используемых в операциях «бабочка» для реализации предложенного 1D 16-точечного однонормового целочисленного обратного преобразования.

Для реализации предложенного 1D 16-точечного однонормового целочисленного обратного преобразования требуется выполнить 8 операций умножения, 106 операций сложения и 50 операций сдвига. Вычислительная сложность предложенного, известных и принятого в стандарте H.265 [5, 6] 2D 16-точечных целочисленных обратных преобразований приведена в табл. 5.

**Таблица 4**

| **Значения множителей** | | **Алгоритм выполнения операций** $y=s_i*x$; $z=r_i*x$ | **Вычислительная сложность операций** | | | **Количество используемых операций** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Сложение | Сдвиг | Умножение | |
| $s_1=5/32$ | $r_1=45/32$ | $x_1=x\gg2;\ x_2=x+x_1;$ $y=x_2\gg3;\ z=x_1+y$ | 2 | 2 | — | 2 |
| $s_2=14/32$ | $r_2=43/32$ | $x_1=x-(x\gg3);\ y=x_1\gg1;$ $x_2=x+x_1;\ z=x_1+(x_2\gg2)$ | 3 | 3 | — | 2 |
| $s_3=21/32$ | $r_3=40/32$ | $x_1=x\gg2;\ z=x+x_1;$ $x_2=z\gg3;\ y=x_2+(x\gg1)$ | 2 | 3 | — | 2 |
| $s_4=29/32$ | $r_4=35/32$ | $x_1=x-(x\gg2);$ $y=x-(x_1\gg3);$ $z=x+(x_1\gg3)$ | 3 | 2 | — | 2 |
| $r=5/4$ | $s=2/4$ | $z=x\gg1;\ y=x+(x\gg2)$ | 1 | 2 | — | 4 |
| $p_{1i}=p_1/2^{m_1}$ | 0 | $x_1=p_1*x;\ y=x_1\gg m_1;$ $z=0$ | — | 1 | 1 | 2 |
| $p_{2i}=p_2/2^{m_2}$ | 0 | $x_1=p_2*x;\ y=x_1\gg m_2;$ $z=0$ | — | 1 | 1 | 2 |
| $p_{3i}=p_3/2^{m_3}$ | 0 | $x_1=p_3*x;\ y=x_1\gg m_3;$ $z=0$ | — | 1 | 1 | 2 |
| Всего | | | 24 | 34 | 6 | |

Т а б л и ц а 5

| Характеристика вычислительной сложности | Оценка сложности 2D преобразований $16 \times 16$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Предложенного | H.265 [5, 6] | Из [13] | Из [14] | Уменьшение относительно | |
| | | | | | [14] | [5, 6] |
| Умножение | 256 | 2752 | 1152 | 992 | В 3,88 раза | В 10,75 раза |
| Сложение + сдвиг | 3392 + 1600 | 3200 + 512 | 2304 | 2592 | На 92,6 % больше сложений | На 34,5 % больше сложений |
| Число итераций для 1D | 5 | 4 | 5 | 6 | На 1 итерацию меньше | На одну итерацию больше |
| Память для квантования | — | — | + | — | — | — |
| Число битов элемента матрицы | 9 | 8 | 10 | 14 | На 5 бит меньше | На 1 бит больше |

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Экспериментальные результаты эффективности кодирования по характеристике стандартной количественной оценки искажений PSNR (дБ) для сжатых тестовых изображений класса A (HD) (фото, Собор и пейзаж 1) с разрешающей способностью $1920\times1072$ пикселей и класса C (фото и пейзаж 2) — $1280\times720$ пикселей при нормальном (22–37) диапазоне $QP$ и высоком (36, 42) диапазоне $QP$ для предложенных 2D преобразований по сравнению с преобразованиями H.265 с блоками $8\times8$ приведены в табл. 6, а с блоками $16\times16$ — в табл. 7. Результаты эффективности кодирования по критерию оценки среднеквадратического отклонения (СКО, в уровнях яркости) разности входного и восстановленного тестовых изображений в уровнях яркости для предложенных 2D преобразований по сравнению с H.265 с блоками $8\times8$ приведены в табл. 6, а с блоками $16\times16$ — в табл. 7.

Экспериментальные результаты тестирования по характеристике коэффициента сжатия $K$:1 для двух предложенных 2D преобразований с блоками $8\times8$ $(16\times16)$ приведены в табл. 8. Результаты эффективности кодирования по характеристике коэффициента сжатия $K$ (в процентах) для предложенных преобразований по сравнению с преобразованиями H.265 с блоками $8\times8$ $(16\times16)$ приведены в табл. 9. Также даны средние значения экспериментальных результатов эффективности кодирования по

Т а б л и ц а 6

| Класс | Изображение с блоками $8\times8$ | Результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR, дБ (СКО, в уровнях яркости) для $QP$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 |
| A $1920\times1072$ | Фото | – 0,095 (0,05) | – 0,017 (– 0,024) | – 0,015 (– 0,038) | – 0,016 (– 0,06) | – 0,01 (– 0,063) |
| | Собор | – 0,368 (– 0,111) | – 0,146 (– 0,093) | – 0,078 (– 0,106) | – 0,065 (– 0,181) | – 0,05 (– 0,283) |
| | Пейзаж 1 | – 0,264 (– 0,19) | – 0,062 (– 0,139) | – 0,039 (– 0,201) | – 0,034 (– 0,326) | – 0,024 (– 0,416) |
| C $1280\times720$ | Фото | – 0,104 (– 0,056) | – 0,02 (– 0,027) | – 0,018 (– 0,043) | – 0,021 (– 0,086) | – 0,012 (– 0,084) |
| | Пейзаж 2 | – 0,189 (– 0,194) | – 0,047 (– 0,14) | – 0,037 (– 0,264) | – 0,034 (– 0,578) | – 0,022 (– 0,741) |
| Среднее значение | | – 0,204 (– 0,100) | – 0,058 (– 0,085) | – 0,037 (– 0,130) | – 0,034 (– 0,246) | – 0,024 (– 0,317) |

Таблица 7

| Класс | Изображение с блоками 16×16 | Результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR, дБ (СКО, в уровнях яркости) для *QP* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 |
| А 1920×1072 | Фото | – 0,016 (– 0,011) | – 0,009 (– 0,013) | – 0,004 (– 0,009) | – 0,002 (– 0,008) | – 0,009 (– 0,044) |
| | Собор | – 0,098 (– 0,036) | – 0,045 (– 0,033) | – 0,033 (– 0,043) | – 0,016 (– 0,045) | – 0,01 (– 0,055) |
| | Пейзаж 1 | – 0,056 (– 0,064) | – 0,026 (– 0,068) | – 0,013 (– 0,069) | – 0,008 (– 0,077) | – 0,005 (– 0,077) |
| С 1280×720 | Фото | – 0,022 (– 0,015) | – 0,008 (– 0,011) | – 0,003 (– 0,008) | – 0,005 (– 0,016) | – 0,009 (0) |
| | Пейзаж 2 | – 0,084 (– 0,094) | – 0,034 (– 0,096) | – 0,018 (– 0,122) | – 0,009 (– 0,15) | – 0,004 (– 0,118) |
| Среднее значение | | – 0,055 (– 0,044) | – 0,024 (– 0,044) | – 0,014 (– 0,050) | – 0,008 (– 0,059) | – 0,007 (– 0,059) |

Таблица 8

| Класс | Изображение с блоками 8×8 (16×16) | Коэффициент сжатия *K*:1 для *QP* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 |
| А 1920×1072 | Фото | 5,62 (6,07) | 10,78 (13,87) | 23,11 (31,60) | 39,95 (66,14) | 54,67 (122,70) |
| | Собор | 10,45 (10,79) | 14,67 (16,95) | 21,98 (26,23) | 32,99 (44,42) | 47,08 (76,51) |
| | Пейзаж1 | 2,87 (2,62) | 4,11 (4,83) | 8,05 (9,29) | 16,27 (19,31) | 29,11 (40,49) |
| С 1280×720 | Фото | 5,78 (6,29) | 10,17 (13,49) | 20,56 (27,54) | 36,70 (57,97) | 52,30 (109,89) |
| | Пейзаж 2 | 1,91 (2,00) | 2,69 (2,73) | 3,98 (4,22) | 7,62 (8,31) | 16,39 (19,20) |
| Среднее значение | | 5,326 (5,55) | 8,484 (10,37) | 15,536 (19,78) | 26,706 (39,23) | 39,910 (73,76) |

Таблица 9

| Класс | Изображение с блоками 8×8 (16×16) | Результаты эффективности кодирования по характеристике коэффициента сжатия *K* (в %) для *QP* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 |
| А 1920×1072 | Фото | – 0,032 (– 0,032) | – 0,016 (– 0,016) | – 0,006 (– 0,006) | – 0,001 (– 0,001) | 0 (0) |
| | Собор | – 0,062 (– 0,022) | 0,037 (– 0,013) | – 0,038 (– 0,007) | – 0,012 (– 0,003) | – 0,002 (– 0,002) |
| | Пейзаж 1 | – 0,056 (– 0,056) | – 0,04 (– 0,04) | – 0,015 (– 0,015) | – 0,005 (– 0,005) | – 0,003 (– 0,003) |
| С 1280×720 | Фото | – 0,018 (– 0,018) | – 0,015 (– 0,015) | – 0,006 (– 0,006) | – 0,002 (– 0,002) | 0 (0) |
| | Пейзаж 2 | – 0,049 (– 0,049) | – 0,04 (– 0,04) | – 0,023 (– 0,023) | – 0,012 (– 0,012) | – 0,002 (– 0,002) |
| Среднее значение (в %) | | – 0,058 (– 0,035) | – 0,034 (– 0,025) | – 0,007 (– 0,011) | – 0,013 (– 0,005) | – 0,004 (– 0,001) |

характеристикам PSNR, СКО и коэффициенту сжатия $K$ по пяти тестовым изображениям классов А и С с блоками $8\times 8$ $(16\times 16)$.

Предложенное целочисленное преобразование порядка 8 по сравнению с преобразованием в стандарте H.265 по характеристике PSNR для пяти тестовых изображений класов А и С понижает среднее значение на 0,204–0,024 дБ, при этом среднее значение коэффициента сжатия $K$ уменьшается на 0,058–0,004%.

Для предложенного целочисленного преобразования порядка 16 среднее значение по характеристике PSNR понижается на 0,055–0,007 дБ, а среднее значение коэффициента сжатия $K$ уменьшается на 0,035–0,001%.

Следует заметить, что высококоррелированные (ВК) изображения класса А с блоками $8 \times 8$, такие как фото и Собор, имеют в 1,9–3,6 раза больший коэффициент сжатия для заданного параметра $QP$, чем низкокоррелированное (НК) изображение того же класса пейзаж 1, а ВК изображение класса С фото имеет в 3–5 раз больший коэффициент сжатия для заданного параметра $QP$, чем НК изображе-

*а*, *б*, *в*, *г*

*Рис. 3.* Исходное изображение Собора размера $1920 \times 1072$ с фрагментом часов (*а*); увеличенное исходное изображение часов, масштаб 2:1 (*б*); на основе кодирования с блоками $8 \times 8$ предложенным ЦКП при сжатии 33:1, PSNR = 37,210 дБ (*в*); с применением ЦКП (H.265) при сжатии 33:1, PSNR = 37,275 дБ (*г*) ние того же класса пейзаж 2. Высококоррелированные изображения класса A с блоками $16\times16$ фото и Собор имеют в 3–4 раза больший коэффициент сжатия для заданного параметра $QP$, чем НК изхображение того же класса пейзаж 1, а ВК изображение класса C фото имеет в 3–7 раз больший коэффициент сжатия для заданного параметра $QP$, чем НК изображение того же класса пейзаж 2.

На рис. 3 представлено изображение Собора с фрагментом часов, которое согласно табл. 6 представляет наибольшую разность по характеристике PSNR, равную 0,065 дБ для ЦКП с блоками $8\times8$ при $QP=37$.

Как видим из рис. 3, *в*, *г*, предложенное ЦКП порядка 8 обеспечивает такое же визуальное качество, как и преобразование из стандарта H.265.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены однонормовые ЦКП порядков 8, 16 и разработаны их быстрые алгоритмы низкой вычислительной сложности, которая в 3–5 раз меньше, чем в известных, и в 10 раз меньше, чем в стандарте H.265. Они обеспечивают такое же визуальное качество и качество по характеристикам PSNR, СКО как преобразования в стандарте H.265.

Таким образом, разработанные преобразования могут быть предложены для улучшения нового стандарта H.265 с целью увеличения быстродействия и уменьшения вычислительных и энергетических затрат.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. ITU-T Rec. H.264/ISO/IEC 14496-10: 2009. Information technology — Coding of audio-visual objects, Part 10: Advanced Video Coding, 2009.
2. SMPTE Standard 421 M-2006: VC-1 Compressed Video Bitstream Format and Decoding Process, 2006.
3. PRC National Standard (AVS Working Group) GB/T 20090.2-2006. Information Technology — Advanced Coding of Audio and Video, Part 2: Video, Chinese AVS Standard, 2006.
4. Cham W.K., Fong C.K., Liu Y., Cheng C.K.M. An investigation of order-16 transform in AVS-M2606 ABT // AVS-M2657, Dec. 2009.
5. High efficiency video coding (HEVC) text specification draft 6 / B. Bross, W.-J. Han, G.S. Sullivan , J.-R. Ohm, T. Wiegand (Eds.) / Doc. JCTVC-H1003, San José, CA, USA, Febr., 2012.
6. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Budagavi M., Sze V. CE10: Core transform design for HEVC // Doc. JCTVC-G495, Geneva, CH, Nov. 2011.
7. Ma S., Kuo C.-C. High-definition video coding with supermacroblocks // Proc. SPIE Vis. Commun. Image Process. — 2007. — **6508.** — P. 650816-1–650816-12.
8. Fong C.K., Cham W.K. Simple order-16 integer transform for video coding // Proc. IEEE Int. Conf. on Image Processing, Sept. 26–29, Hong Kong, 2010. — P. 161–164.
9. Гнатів Л.О. Метод побудови простих цілочисельних косинусних ступінчастих перетворень порядку 16 для високоефективного відеокодування // Праці міжнар. молодіж. мат. шк. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2011)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 22–29 вересня 2011. — С. 37–38.
10. Гнатів Л.О., Луц В.К. Просте цілочисельне косинусне ступінчасте перетворення порядку 16 низької складності для високоефективного відеокодування // Праці міжнар. молодіж. мат. шк. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2011)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 22–29 вересня 2011. — С. 39–40.
11. Гнатив Л.А. Целочисленные косинусные преобразования: методы построения новых быстрых преобразований порядка 8,16 и их применение // Кибернетика и системный анализ. — 2014. — **50**, № 6. — С. 104–121.

12. Joshi R., Reznik Y., Karczewicz M. Efficient large size transforms for high perfomance video coding // Proc. SPIE Appl. of Digital Image Process. — XXXIII. 2010. — **7798.** — P. 1–7.

13. Joshi R., Reznik Y., Sole J., Karczewicz M. Efficient 16 and 32-point transforms // Doc. JCTVC-D256. — Daegu, KR, Jan. 2011.

14. Alshina E., Alshin A., Kim I.-K., Topiwala P. CE10: Full-factorized core transform proposal by Samsung/FastVDO // Doc. JCTVC-F251, Torino, Italy, July 2011.

15. Ugur K., Andersson K., Fuldseth A. et al. High perfomance low complexity video coding and the emerging HEVC standard // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. — 2012. — **20**, N 12. — P. 1688–1697.

16. Гнатів Л.О. Метод побудови швидких цілочисельних косинусних перетворень великої розмірності для високоефективного кодування зображень і відео // Праці міжнар. конф. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2013)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 30 вересня 2013. — С. 66–67.

17. Шевчук Б.М., Задірака В.К., Гнатів Л.О., Фраєр С.В. Технологія багатофункціональної обробки і передачі інформації в моніторингових мережах. — К.: Наук. думка, 2010. — 378 с.

18. Ричардсон Я. Видеокодирование. H.264 и MPEG-4 — стандарты нового поколения. — М.: Техносфера, 2005. — 368 с.

*Надійшла до редакції 23.12.2015*

**Л.О. Гнатів**

**ЦІЛОЧИСЕЛЬНІ КОСИНУСНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЛЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНОГО КОДУВАННЯ ЗОБРАЖЕНЬ І ВІДЕО**

**Анотація.** Розглянуто матричні методи побудови однонормових цілочисельних косинусних перетворень порядків 8, 16. Запропоновано однонормові цілочисельні перетворення порядків 8, 16 та розроблено їхні швидкі алгоритми низької обчислювальної складності, яка менша в 3–5 разів, ніж у відомих алгоритмів, та в 10 разів менша, ніж у стандарті H.265.

**Ключові слова:** дискретне косинусне перетворення, цілочисельне косинусне перетворення, факторизація, швидке перетворення, масштабоване перетворення, ефективність кодування, коефіцієнт стиснення, обчислювальна складність, відеокодування, H.264, H.265, HEVC, AVS.

**L.O. Hnativ**

**INTEGER COSINE TRANSFORMS FOR HIGH-EFFICIENCY IMAGE AND VIDEO CODING**

**Abstract.** Matrix methods of constructing one-norm integer cosine transforms of order-8,16 are considered. The one-norm order-8 and 16 integer transforms are proposed and their fast algorithms of low computational complexity are developed whose computational complexity is 3 to 5 time less than that in the well-known algorithms and is 10 time less than one in standard H.265.

**Keywords:** discrete cosine transform, integer cosine transform, factorization, fast transform, scaled transform, coding gain, compression ratio, computational complexity, video coding, H.264, H.265, HEVC, AVS.

**Гнатив Лев Алексеевич,**
кандидат техн. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: levhnativ@gmail.com.