¹ В. И. Гнесин, д-р техн. наук ² Л. В. Колодяжная, д-р техн. наук

² Л. В. Колодяжная, д-р техн. наук ² Р. Жандковски, д-р техн. наук

¹ Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков, Украина e-mail: <u>gnesin@ukr.net</u> ² «ИПМ им. Шевальского ПАН, Гданьск, Польша e-mail: <u>z3@imp.gda.pl</u>

Ключові слова: *аеропружна поведінка,* в'язкий потік, лопатковий вінець, автоколивання, зв'язана задача, нестаціонарне навантаження.

УДК 621.165

АЭРОУПРУГОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА ТУРБИНЫ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА

Наведено результати чисельного аналізу аеропружної поведінки вібруючого лопаткового вінця турбінного ступеня в тривимірному потоці в'язкого газу з урахуванням нерівномірного розподілу тиску в окружному напрямі за лопатковим вінцем. Чисельний метод ґрунтується на розв'язанні зв'язаної задачі нестаціонарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток в нестаціонарной просторовому потоці газу через лопатковий вінець останнього ступеня осьової турбіни. Наведений метод дозволяє прогнозувати амплітудно-частотний спектр коливань лопаток у потоці газу, включаючи вимушені та самозбудні коливання (флатер чи автоколивання).

Введение

Необходимость моделирования сложных и нерасчетных режимов, связанных с потоками турбомашин, требует применения уравнений Навье-Стокса для преодоления ограничений, связанных с невязкой моделью [1].

В настоящей работе трехмерные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS), с использованием модифицированной алгебраической турбулентной модели Болдвина – Ломакса применяются для расчета трехмерного нестационарного потока через вибрирующий лопаточный венец [2].

Этот подход основан на решении связанной аэроупругой задачи для трехмерного потока через турбинный лопаточный венец, в котором уравнения аэродинамики и упругих колебаний интегрируются одновременно во времени, обеспечивая тем самым корректную постановку связанной задачи, поскольку колебания лопаток и нагрузки, действующие на лопатки, являются частью решения [1, 3 – 7].

Представлены численные результаты аэроупругих характеристик и коэффициентов аэродемпфирования лопаточного венца турбины при заданных гармонических и связанных колебаниях лопаток с учетом 1-й собственной формы при различных межлопаточных фазовых углах колебаний лопаток (МЛФУ = 0, \pm 90, 180 град.). Результаты расчетов показали устойчивое аэродемпфирование колебаний при различных межлопаточных фазовых углах колебаний лопаток.

Постановка задачи

Рассматривается трехмерный нестационарный поток вязкого сжимаемого газа через изолированный турбинный лопаточный венец вибрирующих лопаток. Турбинный лопаточный венец представляет круговую решетку, включающую 53 лопатки. Проблема течения газа через турбинный лопаточный венец основывается на допущении, что вибрации лопаток осуществляются с постоянным межлопаточным фазовым углом (МЛФУ). Поток от лопатки к лопатке допускается непериодическим, так как расчетная область включает количество лопаток, зависящее от МЛФУ.

В данной работе перемещение лопаток рассматривается с использованием модального подхода, в котором движение лопаток представляется линейной суперпозицией собственных форм колебаний лопаток с модальными коэффициентами, изменяющимися по заданному гармоническому закону

$$u_{j}(x,t) = \sum_{i=1}^{N} \{U_{i}(x)\} q_{ij}(t),$$
$$q_{ij} = q_{0i} \cdot \sin \left[2\pi vt + (j-1)\theta_{i}\right],$$

где $\{U_i(x)\}$ – вектор перемещений, соответствующий *i*-й собственной форме; $q_{ij}(t)$ – модальный коэффициент, соответствующий перемещению по *i*-й собственной форме для *j*-й лопатки; q_{0i} – размерный множитель; θ_i – фазовый угол.

[©] В. И. Гнесин, Л. В. Колодяжная, Р. Жандковски, 2018

Трехмерный трансзвуковой поток вязкого газа рассматривается в физической области, включающей лопаточный венец, вращающийся с постоянной угловой скоростью, и описывается нестационарными трехмерными осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса, представленными в виде законов сохранения в интегральной форме

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U \, d\Omega + \oint_{\sigma} \overline{F} \cdot \overline{n} \, d\sigma = \int_{\sigma} \overline{R} \cdot \overline{n} \, d\sigma \,. \tag{1}$$

Величины \overline{F} и \overline{R} – символические векторы невязких и вязких потоков в декартовой системе координат для шестигранного конечного объема с нормалью к боковой поверхности $\vec{n}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ (*i* = 1, 3) представлены в виде

$$\begin{split} & (\overline{F} \cdot \overline{n}) = (F_1, F_2, F_3) ; (\overline{R} \cdot \overline{n}) = (R_1, R_2, R_3); \\ & F_1 = \begin{pmatrix} \rho(\upsilon_1 \alpha_1 + \upsilon_2 \beta_1 + \upsilon_3 \gamma_1) + \rho \alpha_1 \\ \rho \upsilon_2(\upsilon_1 \alpha_1 + \upsilon_2 \beta_1 + \upsilon_3 \gamma_1) + \rho \gamma_1 \\ \rho \upsilon_3(\upsilon_1 \alpha_1 + \upsilon_2 \beta_1 + \upsilon_3 \gamma_1) + \rho \gamma_1 \\ (h + p)(\upsilon_1 \alpha_1 + \upsilon_2 \beta_1 + \upsilon_3 \gamma_1) \end{pmatrix}; F_2 = \begin{cases} \rho(\upsilon_1 \alpha_2 + \upsilon_2 \beta_2 + \upsilon_3 \gamma_2) + \rho \alpha_2 \\ \rho \upsilon_2(\upsilon_1 \alpha_2 + \upsilon_2 \beta_2 + \upsilon_3 \gamma_2) + \rho \gamma_2 \\ (h + p)(\upsilon_1 \alpha_2 + \upsilon_2 \beta_2 + \upsilon_3 \gamma_2) \end{pmatrix}; \\ & F_3 = \begin{pmatrix} \rho(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) \\ \rho \upsilon_1(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + \rho \alpha_3 \\ \rho \upsilon_2(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + p \gamma_3 \\ (h + p)(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + p \gamma_3 \\ (h + p)(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + p \gamma_3 \\ (h + p)(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + p \gamma_3 \\ (k + p)(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) + p \gamma_3 \\ (k + p)(\upsilon_1 \alpha_3 + \upsilon_2 \beta_3 + \upsilon_3 \gamma_3) \end{pmatrix}; \\ & R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \alpha_1 + \tau_{xy} \beta_1 + \tau_{xz} \gamma_1 \\ \tau_{xx} \alpha_1 + \tau_{xy} \beta_1 + \tau_{xz} \gamma_1 \\ \beta_x \alpha_1 + \beta_y \beta_1 + \beta_z \gamma_1 \end{pmatrix}; R_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \alpha_2 + \tau_{xy} \beta_2 + \tau_{xz} \gamma_2 \\ \tau_{xx} \alpha_2 + \tau_{xy} \beta_2 + \tau_{zz} \gamma_2 \\ \beta_x \alpha_2 + \beta_y \beta_2 + \beta_z \gamma_2 \end{pmatrix}; \\ & R_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \alpha_3 + \tau_{xy} \beta_3 + \tau_{xz} \gamma_3 \\ \tau_{xx} \alpha_3 + \tau_{xy} \beta_3 + \tau_{xz} \gamma_3 \\ \tau_{xx} \alpha_3 + \tau_{xy} \beta_3 + \tau_{xz} \gamma_3 \\ \beta_x \alpha_3 + \beta_y \beta_3 + \beta_z \gamma_3 \end{pmatrix}. \end{split}$$

Здесь *p* – давление; ρ – плотность; τ – касательное напряжение; υ_1 , υ_2 , υ_3 – компоненты скорости.

Расчетная область включает все лопатки на полной дуге окружности области входа и выхода и делится на конечное число линейных шестигранных элементов. Предполагается, что эти элементы покрывают всю расчетную область. Разделение области на гексаэдрические элементы дает возможность использовать индексы i, j, k.

Трехмерная сетка состоит из последовательности двухмерных сеток, которые стыкуются в радиальном направлении (от втулки к периферии). Двухмерные сетки в каждом радиальном направлении подобны. Двухмерная сетка делится на разные сегменты, каждый из которых включает в себя лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу лопаток. В свою очередь, каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной H-O сетки. Меридиональное сечение расчетной области показано на рис. 1. Корневое, среднее и периферийное сечения лопатки, а также двухмерная, гибридная H-O сетка для этих сечений представлены на рис. 2. Расчеты проводились с использованием структурной гибридной H-O сетки, состоящей из 210960 ячеек в каждом канале, включая подвижную O-сетку, состоящую из 165600 ячеек.

Геометрические и газодинамические характеристики для каждого из каналов описываются в декартовой системе координат x, y, z, жестко связанной со статическим (равновесным) положением каждой лопатки. Ось x ориентирована в радиальном направлении лопатки, ось z – вдоль оси вращения лопатки, а ось у соответствует окружному направлению, так что введенные оси x, y, z образуют правую систему координат (рис. 2).

Система уравнений интегрируется с использованием разностной схемы Годунова-Колгана со вторым порядком по пространственным координатам движущейся сетки.

Предполагалось, что нестационарные эффекты для лопаточного венца вызваны вращением лопаток ротора в нестационарном потоке и колебаниями лопаток под действием нестационарных аэродинамических нагрузок. Постановка граничных условий на входе и выходе канала базируется на одномерной теории характеристик.





В общем случае, если осевая скорость дозвуковая, полная система граничных условий может быть представлена в виде:

- на входе в венец

$$T_0 = T_0(x, y); \quad P_0 = P_0(x, y); \quad \alpha = \alpha(x, y); \quad \gamma = \gamma(x, y); \quad d\left(\upsilon_3 - \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0,$$

- на выходе за венцом

$$p = p(x, y); dp - a^{2} dp = 0; dv_{1} - (\omega^{2} r - 2\omega v_{2}) dt = 0$$
$$dv_{2} + 2\omega v_{1} dt = 0; d\left(v_{3} + \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0.$$

Здесь T_0 , P_0 – полная температура и давление в абсолютной системе координат; α , γ – углы потока в тангенциальном и меридиональном направлениях на входе лопаточного венца; p – статическое давление на выходе лопаточного венца.

Дискретная форма уравнений (1) построена для произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде

$$\frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-Uw_n + F_1 - R_1)\sigma]_{i+1} - [(-Uw_n + F_1 - R_1)\sigma]_i + + [(-Uw_n + F_2 - R_2)\sigma]_{j+1} - [(-Uw_n + F_2 - R_2)\sigma]_j + + [(-Uw_n + F_3 - R_3)\sigma]_{k+1} - [(-Uw_n + F_3 - R_3)\sigma]_k + H_n\Omega_n = 0.$$

Здесь нижние и верхние индексы соответствуют «старой» и «новой» ячейкам; $f = \{\rho, \rho \vec{\upsilon}, E\}$ – символический вектор консервативных переменных; F_1, F_2, F_3 – потоки консервативных переменных через боковые грани; σ и w_n – площадь и нормальная скорость боковой грани. Газодинамические параметры на боковых гранях определяются из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва.

Динамическая модель колеблющейся лопатки описывается матричным уравнением

$$[M]\{\ddot{u}(x,t)\}+[C]\{\dot{u}(x,t)\}+[K]\{u(x,t)\}=[F],$$
(2)

где [**M**], [**C**] и [**K**] – матрицы массы, механического демпфирования и жесткости лопатки; $\{u(x, t)\}$ – перемещение лопатки; [**F**] – вектор нестационарных аэродинамических нагрузок.

С использованием модального подхода

$$\{ u(x,t) \neq [U(x)] \{ q(t) \} = \sum_{i=1}^{N} \{ U_i(x) \} q_i(t), \}$$

где $U_i(x)$ – вектор перемещений лопатки по *i*-й форме; $q_i(t)$ – модальный коэффициент *i*-й формы, и с учетом ортогональности собственных форм матричное уравнение (2) сводится к системе независимых дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t).$$
(3)

Здесь h_i – коэффициент механического демпфирования *i*–й формы; ω_i – собственная частота *i*– й формы; λ_i – модальная сила, соответствующая перемещению лопатки по *i*–й форме, рассчитанная на каждой итерации по распределению давления вдоль поверхности лопатки

$$\lambda_i = \frac{\iint p\overline{U}_i \cdot \overline{n}^\circ d\sigma}{\iiint \rho \overline{U}_i^2 dv}$$

Определив модальные коэффициенты из системы (3), получим перемещение и скорость лопатки в виде

$$u(x,t) = \sum_{i} U_{i}(x)q_{i}(t), \ \dot{u}(x,t) = \sum_{i} U_{i}(x)\dot{q}_{i}(t).$$

Блок-схема расчета *n*-итерации в аэроупругой модели может быть представлена следующим образом:



Численный анализ

Численное исследование выполнено для турбинного лопаточного венца, состоящего из 53 лопаток.

Граничные условия на входе и выходе были приняты следующим образом:

– полное давление в абсолютной системе координат $P_0 = 37840 \div 38670$ Па, (рис. 3);

– полная температура в абсолютной системе координат $T_0 = 348$ °K;

– углы потока в абсолютной системе координат в радиальном и окружном направлениях заданы.

- статическое давление на выходе венца $P_2 = 10410 \div 10830 \text{ Па}$ (рис. 3).

Графики полного давления в абсолютной системе (P_0), в относительной вращающейся системе (P_{0w}) и статического давления за лопаточным венцом показаны на рис. 3.

На рис. 4 представлено распределение переменного статического давления за венцом в окружном направлении. Кривая на рис. 4 а соответствует распределению давления в корневом сечении за лопаточным венцом, на рис. 4 б – в среднем сечении, на рис. 4 в – в периферийном сечении.

Проведены аэродинамические расчеты потока газа через вращающийся лопаточный венец при заданном гармоническом законе колебаний лопаток.

Все лопатки выполняют гармонические колебания по заданному гармоническому закону с постоянным межлопаточным фазовым углом (МЛФУ)

$$q_{ij} = q_{i0} \cdot \sin[2\pi \nu_i t + (j-1)\delta],$$

где q_{ij} – модальный коэффициент; *i* – номер собственной формы; *j* – номер лопатки; q_{i0} – амплитуда колебаний для *i*–й собственной формы; v_i – собственная *i*-й формы; δ – межлопаточный фазовый угол соседних лопаток.

В расчетах учитывается одна собственная форма с частотой $v_1 = 120$ Гц.

Расчеты выполнены для гармонических колебаний лопаток для межлопаточных фазовых углов МЛФУ = 0, ±90, 180 град.

Аэродинамическая устойчивость системы «поток газа – лопаточный венец» без учета механического демпфирования определяется коэффициентом аэродинамического демпфирования, который равен принятому со знаком «минус» рабочему коэффициенту *W*, выполняемому аэродинамической нагрузкой, действующей на лопатки, в течение периода колебаний

$$D = -W = -\int_{0}^{1/\nu} \int_{0}^{l} (F \cdot \overline{\upsilon} + M \cdot \varpi) dt dl , \qquad (4)$$

где \overline{F} – вектор аэродинамической нагрузки, \overline{M} – аэродинамический момент; l – длина профиля лопатки; $\overline{\upsilon}$ – линейный вектор скорости профиля; $\overline{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения.





Принимая во внимание гармонический закон колебаний лопаток и периодическое изменение аэродинамической нагрузки, можно получить из формулы (4) выражение для коэффициента аэродинамического демпфирования

$$D = -F_0 h_0 \sin \alpha - M_0 \varphi_0 \sin \beta \tag{5}$$

где F_0 , M_0 – амплитуды аэродинамической силы и аэродинамического момента; h_0 , ϕ_0 – амплитуды изгибных и крутильных колебаний; α , β – углы сдвига по фазе силы и момента относительно изгиба и кручения лопатки.

Из выражения (5) следует, что если знаки аэродинамической силы и момента совпадают со знаком перемещения и поворота профиля, то коэффициент работы положительный (W > 0; D < 0). В этом случае энергия основного потока газа подводится к колеблющейся лопатке. Если знаки аэродинамической силы и момента противоположны перемещению и повороту профиля, то коэффициент работы отрицательный (W < 0; D > 0). В этом случае энергия колеблющейся лопатки рассеивается в основном потоке газа.

Знак «минус» коэффициента работы (D > 0) соответствует аэродемпфированию, знак «плюс» соответствует самовозбуждению.

0.8

4.0

п

1.0



Обмен энергией между потоком газа и колеблющейся лопаткой показан на рис. 5 – 9. На рис. 5 – 8 представлены графики коэффициента аэродемпфирования D вдоль длины лопатки при разных значениях МЛФУ = 0, ±90, 180 град.

Среднее значение коэффициента аэродемпфирования в зависимости от МЛФУ показано на рис. 9. Видно, что аэродемпфирование реализуется при всех значениях МЛФУ. Минимальное значение аэродемпфирования имеет место при МЛФУ = +90 град.

Как видно из графиков, положительное аэродемпфирование вдоль длины лопатки имеет место при колебаниях лопатки по первой форме.

Начиная с некоторого момента, перемещение лопатки определяется нестационарными силами, действующими на лопатку, которые, в свою очередь, зависят от колебаний лопатки. Мы получаем связанные колебания, которые зависят от обмена энергией между нестационарным течением и колеблющимися лопатками.



На рис. 10 - 12 показано перемещение периферийного сечения лопатки в окружном направлении (рис. 10), в осевом направлении (рис. 11) и угол поворота относительно центра тяжести (рис. 12) для межлопаточного фазового угла МЛФУ = 0 град. На рис. 10, а – 12, а представлены графики перемещений в течение 10 периодов связанных колебаний, на рис. 10, 6 - 12, 6 - графики амплитудно-частотного спектра колебаний. Как следует из графиков, колебания лопаток затухают.

На рис. 13 – 21 даны графики аэродинамических нагрузок (окружная сила, осевая сила и аэродинамический момент), действующие на корневой, средний и периферийный слои лопаток для межлопаточного фазового угла МЛФУ = 0 град. в течение 10 периодов колебаний (рис. 13, a - 21, a) и амплитудночастотного спектра на рис. 13, 6 - 21, 6.



ис. 10. Перемещение периферииного сечения в окружном направлении (1-я форма, мл Фу = 0 гра a) – перемещение в течение 10 периодов; б) – амплитудно-частотный спектр









Рис. 13. Окружная сила, действующая на корневой слой лопатки ротора (1-я форма, МЛФУ = 0 град): а) – окружная сила в течение 10 периодов связанных колебаний; б) – амплитудно-частотный спектр















Рис. 18. Осевая сила, действующая на периферийный слой лопатки ротора (1-я форма, МЛФУ = 0 град): а) – осевая сила в течение 10 периодов связанных колебаний; б) – амплитудно-частотный спектр





а) –аэродинамический момент в течение 10 периодов связанных колебаний; б) – амплитудно-частотный спектр





а) –аэродинамический момент в течение 10 периодов связанных колебаний; б) – амплитудно-частотный спектр

Выводы

Численный метод интегрирования трехмерных, осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS), с использованием модифицированной алгебраической вязкой модели Болдвина-Ломакса применяется для расчета трехмерного нестационарного вязкого потока через лопаточный венец паровой турбины.

Представлены графики перемещений лопатки и аэродинамических нагрузок, действующих на лопатку при связанных колебаниях для МЛФУ = 0 град.

Предложенный численный метод может быть применен для прогнозирования аэроупругого поведения лопаточных венцов последних ступеней осевых паровых и газовых турбин и компрессоров [1, 3 – 7].

Литература:

- Gnesin V. A., Rzadkowski R., Kolodyazhnaya L. Coupled Fluid-Structure Problem for 3D Transonic Flow Through a Turbine Stage with Oscillating Blades.. *Aerothermodynamic of Internal Flows:* Proc. of 5th Intern. Symp. On Exper. and Comput. (Gdansk, Poland, 4–7 Sept. 2001). Gdansk. 2001. P. 275–284.
- Baldwin B., Lomax H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow. AIAA Paper 78– 0257. 1978. P. 1–45.
- Gnesin V., Rzadkowski R., Kolodyazhnaya L. Numerical Modelling of fluid-structure interaction in a turbine stage for 3D viscous flow in nominal and off-design regimes. ASME. TURBO-EXPO 2010, GT2010-23779, Glasgow, UK. 2010. P. 1–9.
- 4. Gnesin V. I., . Kolodyazhnaya L. V. Numerical Modelling of Aeroelastic Behaviour for Oscillating Turbine Blade Row in 3D Transonic Ideal Flow. *J. Problems in Mash. Eng.* 1999. Vol. 1. No. 2. P. 65–76.
- 5. Gnesin, V. I., Kolodyazhnaya V. L., Rzadkowski R. A numerical modelling of stator-rotor interaction in a turbine stage with oscillating blades. *J. Fluid and Structure*. 2004. No. 19. P. 1141–1153.
- Rzadkowski R., Gnesin V. I., Kolodyazhnaya L. V. Rotor Blade Flutter in Last Stage of LP Steam Turbine. *Aerodynamics, Aeroacoustics & Aeroelasticity of Turbomachines ISUAAAT14 8-11*: Proc. of the 14th Intern. Symp. on Unsteady, (Stockholm, Sweden, Sept. 2015). Stockholm. 2015. I14-S1-4. P. 1–6.
- 7. Гнесин В. И., Колодяжная Л. В. Аэроупругие явления в турбомашинах. *Аэрогидродинамика и аэроакустика:* Проблемы и перспективы. 2009. № 3. С. 53–62.

Поступила в редакцию 24.01.18