

## ГИДРОДИНАМИКА ПОТОКА ВОДОУГОЛЬНОЙ СУСПЕНЗИИ НА СИТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

З застосуванням методу малого параметру одержано рішення рівнянь Нав'є-Стокса для течії водовугільної суспензії по ситовій поверхні з урахуванням змін в'язкості суспензії уздовж напряму руху.

### HYDRODYNAMICS OF A STREAM WATERCOAL SUSPENSION ON A SCREEN SURFACE

With application of a method of small parameter the solution of the equations of the Navier-Stokes for fluxion watercoal suspension on a screen surface is obtained in view of change of viscosity of suspension along a direction of driving.

Процессы обезвоживания и классификации шламовых продуктов на ситах и грохотах широко применяются в углеобогащении и других отраслях промышленности.

Если для описания процесса грохочения сухих материалов существует достаточно много подходов и некоторые из них хорошо разработаны, то область и уровень исследований процессов ситовой классификации и обезвоживания суспензий весьма ограничены.

Для математического моделирования потоков однородной жидкости на проницаемой поверхности используются методы гидравлики переменной массы [1] и гидродинамики при постоянной зависимости отвода жидкости [2] под сито по его длине.

В работе [3] для решения уравнений гидродинамики течения по ситовой поверхности использованы методы теории «мелкой воды» [4]. В соответствие с этим методом, в результате преобразования координат в продольном и поперечном направлениях потока и введения малого параметра, уравнения Навье-Стокса распадаются на ряд задач, имеющих аналитическое решение. При этом полагается, что скорость истечения через щели колосникового сита определяется давлением слоя жидкости.

В задачах течения суспензии по сплошной поверхности реологические свойства среды неизменны, и при невысокой концентрации твердых частиц суспензию можно рассматривать как однородную среду с некоторой эффективной вязкостью, отличающейся от вязкости основной жидкости. Для потоков на ситовой поверхности необходимо учитывать извлечение как дисперсионной среды, так и часть дисперсной среды, представленной частицами нижнего класса крупности. При этом реологические свойства суспензии на сите изменяются вдоль течения, а извлечение под сито, в свою очередь, зависит от мгновенных параметров потока.

Целью настоящей работы является исследование гидродинамики потока суспензии с учетом изменения реологических свойств за счет извлечения твердых частиц под сито.

Для описания зависимости вязкости концентрированной суспензии от объемного содержания твердых частиц используются феноменологические, полуфеноменологические модели в виде степенных и показательных функций, а также ячеечные модели [5]. Последние имеют строгое физическое обоснование, позволяют учитывать взаимодействия частиц более высокого порядка при больших концентрациях, но их разработка ограничена применением для монодисперсных систем. Для прагматичных целей при наличии фактических данных о вязкости суспензий [6] удобно использовать степенные модели, например, зависимость [7]

$$\nu = \nu_0 (1 - \nu\gamma)^{-1}, \quad (1)$$

где  $\nu_0$  и  $\nu$  - соответственно вязкости дисперсионной среды и суспензии;  $\gamma$  - объемное содержание твердых частиц;  $\nu$  - постоянный коэффициент.

Эта зависимость достаточно хорошо описывает изменение вязкости суспензии до 40...50% объемного содержания твердых частиц [6, 7].

Представим объемную концентрацию твердых частиц, как отношение приведенной к сплошной среде высоты слоя твердой фазы  $\tilde{h}_t$  к глубине потока  $\tilde{h}$ , т.е.  $\gamma(\tilde{h}) = \tilde{h}_t / \tilde{h}$ . Поскольку твердая фаза содержит частицы верхней  $\tilde{h}_{t+}$  и нижней  $\tilde{h}_{t-}$  крупности, то  $\tilde{h}_t = \tilde{h}_{t+} + \tilde{h}_{t-}$ . Если в начальном сечении потока  $\tilde{h} = \tilde{h}_0$ ,  $h_{t+} = h_{t0+}$ ,  $h_{t-} = h_{t0-}$ , то, обозначив  $\beta = \tilde{h}_{t0-} / (\tilde{h}_0 - \tilde{h}_{t0+})$ ,  $\tilde{h}_\beta = \tilde{h}_{t+} (1 - \beta)$ , имеем, что концентрация твердых частиц на сите изменяется от глубины потока, как  $\gamma = \tilde{h}_\beta / \tilde{h} + \beta$ , а в щелях сита  $\gamma_c = \beta$ . Рассмотрим течение концентрированной водоугольной суспензии по ситовой поверхности длиной  $L$ , установленной под углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 1). В начальном сечении глубина потока равна  $\tilde{h}_0$ .

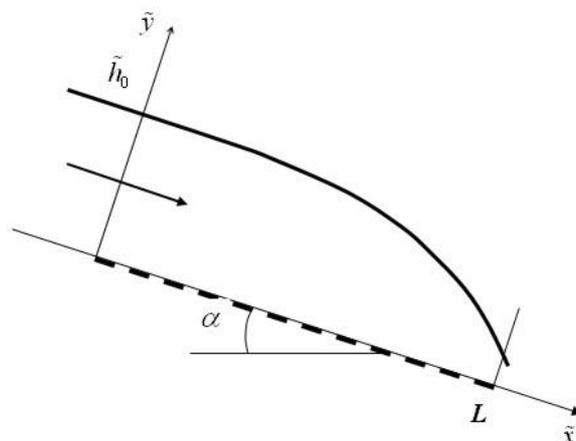


Рис. 1 – Расчетная схема потока суспензии на наклонной ситовой поверхности

Течение суспензии по ситовой поверхности описывается уравнениями Навье-Стокса [8] для продольной и нормальной составляющих скорости  $\tilde{u}$  и  $\tilde{v}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} - g \sin \alpha &= \nu \nabla^2 \tilde{u}, \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} + g \cos \alpha &= \nu \nabla^2 \tilde{v}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\tilde{p}$  - давление в потоке;  $\rho$  и  $\nu$  - плотность и кинематическая вязкость суспензии;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $\alpha$  - угол наклона сита к горизонту;  $\nabla^2$  - оператор Лапласа.

В этих уравнениях принято, что плотность суспензии изменяется незначительно, т.е.  $\rho = const$ , а вязкость является функцией глубины потока,  $\nu = \nu(\tilde{h})$ .

Для рассматриваемого потока суспензии граничные условия включают условие истечения на проницаемой ситовой поверхности и условия на свободной границе.

Как установлено в [9], в условиях ползущего течения в щели тонкоячеистого колосникового сита усредненная скорость жидкости через проницаемую границу может быть вычислена по формуле

$$\tilde{v} = \frac{g \delta B \tilde{h}}{\nu_c} \quad \text{при } \tilde{y} = 0. \quad (3)$$

В условии (3) обозначено:  $\delta = K \delta_1$  - эффективное живое сечение сита;  $\delta_1 = n \Delta / L$  - геометрическое живое сечение сита с шириной щели  $\Delta$  и числом отверстий  $n$  на длине  $L$ ;  $K$  - коэффициент, учитывающий снижение живого сечения в результате влияния поверхностных сил, который может быть вычислен по формуле  $K = 2 \Delta_1 k \sigma / \ell (\rho g \tilde{h} \Delta - 2 k \sigma)$ ;  $\Delta_1$  - размер щели тыльной стороны сита;  $\sigma$  - поверхностное натяжение суспензии в межколосниковом пространстве;  $\ell$  - длина щели колосникового сита, равная обычно 80 мм [10];  $k$  - коэффициент, зависящий от отношения объема оторвавшейся капли суспензии к кубу радиуса капиллярной трубки при измерении поверхностного натяжения сталагмометрическим методом [11];  $\nu_c$  - вязкость суспензии, в которой объемная концентрация частиц твердой фазы  $\gamma = \gamma_c = \beta$ ;  $B$  - геометрический параметр сита, имеющий размерность длины, равный

$$B = \frac{1}{2} \cos \alpha (1 - \cos \theta) \frac{r_1 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

а входящие в это выражение обозначения поясняются схемой на рис. 2 [9].

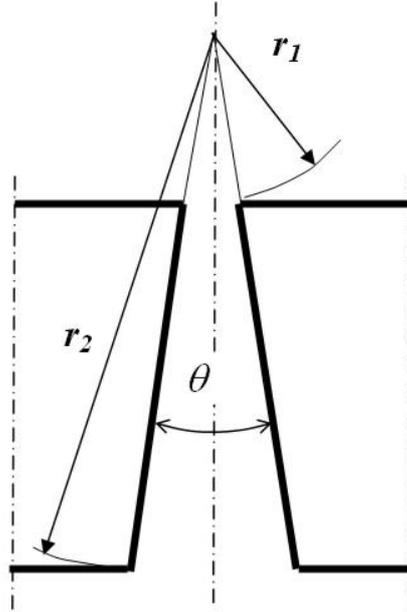


Рис. 2 – Поперечное сечение щели колосникового тонкоячеистого сита

На свободной поверхности потока выполняется кинематическое условие

$$d\tilde{h}/d\tilde{x} = \tilde{v}/\tilde{u} \text{ при } \tilde{y} = \tilde{h}(\tilde{x}). \quad (4)$$

Выражение (4) является уравнением свободной поверхности.

Кроме того, на свободной поверхности должны выполняться динамические условия равенства нулю касательных напряжений и градиента давления в направлении  $x$ :

$$\left( \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right) \left[ 1 - \left( \frac{d\tilde{h}}{d\tilde{x}} \right)^2 \right] = -4 \frac{d\tilde{h}}{d\tilde{x}} \cdot \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} \text{ при } \tilde{y} = \tilde{h}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} = 0 \text{ при } \tilde{y} = \tilde{h}. \quad (6)$$

Рассмотрим возмущения в картине послойного ламинарного установившегося течения [8]

$$\begin{aligned}
U &= \frac{g}{2\nu} \sin \alpha (2\tilde{h}\tilde{y} - \tilde{y}^2), \\
V &= 0, \\
\tilde{P} &= \tilde{P}_o - \rho g \cos \alpha (\tilde{y} - \tilde{h}),
\end{aligned}
\tag{7}$$

вызванные отводом части жидкости и твердых частиц через пронцаемую ситовую перегородку.

В выражениях (7):  $U$  и  $V$  – продольная и поперечная компоненты скорости при послойном течении;  $\tilde{P}$  и  $P_o$  – давления в потоке и на свободной поверхности при послойном течении.

Введем безразмерные координаты и скорости следующими соотношениями [12]:

$$\begin{aligned}
x &= \tilde{x}/L; \quad y = \tilde{y}/\tilde{h}_o; \quad h = \tilde{h}/\tilde{h}_o; \quad U = \tilde{U}/U_o; \quad t = U_o \tilde{t}/L; \\
u + U &= \tilde{u}/U_o; \quad v = \tilde{v}/\varepsilon U_o; \quad U_o = g\tilde{h}_o^2 \sin \alpha / 2\nu_o; \\
p + P &= \tilde{p}/\rho g \tilde{h}_o \sin \alpha; \quad P = \tilde{P}/\rho g \tilde{h}_o \sin \alpha; \quad \text{Re} = U_o \tilde{h}_o / \nu_o,
\end{aligned}
\tag{8}$$

где  $\nu_o = \nu_o (1 - \nu\gamma_o)$  – вязкость исходной суспензии с содержанием частиц  $\gamma_o$ ,  $\varepsilon = \tilde{h}_o / L \ll 1$  – малый параметр [3].

Подставив выражения (8) в уравнения (2), получим следующие уравнения для безразмерных возмущений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\
\frac{\partial u}{\partial t} + (u + U) \frac{\partial u}{\partial x} + v \left( \frac{\partial u}{\partial y} + U' \right) + \frac{2}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{\varepsilon \text{Re}} \left( \frac{v}{\nu_o} - 1 \right) &= \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \cdot \frac{v}{\nu_o} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \\
\varepsilon^2 \frac{\partial v}{\partial t} + \varepsilon^2 (u + U) \frac{\partial v}{\partial x} + \varepsilon^2 v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \cdot \frac{v}{\nu_o} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right),
\end{aligned}
\tag{9}$$

где  $U = 2y - y^2$ , а штрихом обозначено дифференцирование по  $y$ .

Рассмотрим далее стационарное течение суспензии, при котором  $\partial u / \partial t = 0$ ,  $\partial v / \partial t = 0$ . Тогда, после дифференцирования первого уравнения (9) по  $y$ , а второго уравнения по  $x$ , вычитания второго уравнения из первого и введения функции тока  $\psi$ , такой, что  $\partial \psi / \partial y = u$ ,  $\partial \psi / \partial x = -v$ , система (9) объединяется в одно уравнение относительно  $\psi$ :

$$\begin{aligned} \psi_{yyyy} = \varepsilon \operatorname{Re} \frac{V_o}{\nu} \left[ (\psi_y + U) \psi_{xy} - (\psi_{yyy} - 2) \psi_x \right] - \varepsilon^2 \left( 2\psi_{xxy} + \frac{V_x}{\nu} \psi_{xy} \right) + \\ + \varepsilon^3 \operatorname{Re} \frac{V_o}{\nu} \left[ (\psi_y + U) \psi_{xxx} - \psi_x \psi_{xy} \right] - \varepsilon^4 \left( \psi_{xxxx} + \frac{V_x}{\nu} \psi_{xxx} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

В этом уравнении индексами обозначены частные производные по соответствующим переменным.

Уравнение (10) представляет собой естественное разложение функции тока  $\psi$  по малому параметру  $\varepsilon$  и дополняется следующими граничными условиями.

На поверхности раздела суспензия – ситовая поверхность

$$\psi_y = 0, \quad \psi_x = a \operatorname{Re}_1 h \quad \text{при } y = 0, \quad (11)$$

где  $a = \kappa / F$ ;  $\kappa = n\Delta / \tilde{h}_o$  - отношение суммарной площади отверстий сита к площади сечения потока в начальном сечении;  $\operatorname{Re}_1 = \tilde{h}_o U_o / \nu_c$ ;  $F = U_o^2 / Bg$ .

На свободной поверхности потока

$$(U' + \psi_{yy} - \varepsilon^2 \psi_{xx}) (1 - \varepsilon^2 h_x^2) = 4\varepsilon^2 \psi_{xy} h_x \quad \text{при } y = h, \quad (12)$$

$$h_x (U + \psi_y) + \psi_x = 0 \quad \text{при } y = h, \quad (13)$$

$$\psi_{yyy} = 2 - 2 \frac{V_o}{\nu} + \varepsilon \operatorname{Re} \frac{V_o}{\nu} \left[ (\psi_y + U) \psi_{xy} - (\psi_{yy} + U') \psi_x \right] - \varepsilon^2 \psi_{xxy} \quad \text{при } y = h. \quad (14)$$

Последнее выражение получено из второго уравнения (9) при условии (6).

Для получения уравнения безразмерного изменения возмущенной поверхности потока определим разложения по степеням малого параметра  $\varepsilon$  уравнений (10), (12) и (14) для использования их при решении уравнения (13) поверхности потока.

Ограничиваясь членами первого порядка малости, представим возмущенное решение задачи в виде разложений по степеням  $\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_o + \varepsilon \psi_1, \\ p &= \varepsilon^{-1} p_{-1} + p_o + \varepsilon p_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставим эти разложения в предыдущие уравнения и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$ .

Для порядка  $\varepsilon^o$  имеем:

$$\psi_{o_{yyy}} = 0, \quad (16)$$

$$\psi_{o_{yyy}} = 2 \left( 1 - \frac{V_o}{\nu} \right) \text{ при } y = h, \quad (17)$$

$$\psi_{o_{yy}} = 2(y-1) \text{ при } y = h, \quad (18)$$

$$\psi_{o_y} = 0 \text{ при } y = 0, \quad (19)$$

$$\psi_{o_x} = a \operatorname{Re}_1 h \text{ при } y = 0, \quad (20)$$

а для порядка  $\varepsilon^1$ :

$$\psi_{1_{yyy}} = \operatorname{Re} \frac{V_o}{\nu} \left[ (\psi_{o_y} + U) \psi_{o_{xy}} - (\psi_{o_{yyy}} - 2) \psi_{o_x} \right], \quad (21)$$

$$\psi_{1_{yy}} = \operatorname{Re} \frac{V_o}{\nu} \left[ (\psi_{o_y} + U) \psi_{o_{xy}} - (\psi_{o_{yy}} - U') \psi_{o_x} \right] \text{ при } y = h, \quad (22)$$

$$\psi_{1_{yy}} = 0 \text{ при } y = h, \quad (23)$$

$$\psi_{1_y} = 0 \text{ при } y = 0. \quad (24)$$

Интегрирование уравнения (16) с учетом граничных условий (17) – (20) дает решение задачи нулевого порядка:

$$\psi_o = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{V_o}{\nu} \right) y^3 + \left( \frac{V_o}{\nu} h - 1 \right) y^2 + a \operatorname{Re}_1 \int_o^x h(x) dx, \quad (25)$$

позволяющее определить значения функций, входящих в выражения (21), (22):

$$\psi_{o_y} = 2 \left( \frac{V_o}{\nu} h - 1 \right) y + \left( 1 - \frac{V_o}{\nu} \right) y^2, \quad (26)$$

$$\psi_{o_{yy}} = 2 \left[ h - 1 + \left( 1 - \frac{V_o}{\nu} \right) \cdot (y - h) \right], \quad (27)$$

$$\psi_{o_{yyy}} = 2 \left( 1 - \frac{V_o}{\nu} \right), \quad (28)$$

$$\psi_{o_x} = \frac{V_o V_x}{\nu^2} y^2 \left( \frac{1}{3} y - h \right) + \frac{V_o}{\nu} y^2 h_x + a \operatorname{Re}_1 h, \quad (29)$$

$$\psi_{o_{xy}} = \frac{V_o V_x}{\nu^2} y^2 - 2 \frac{V_o V_x}{\nu^2} h y + 2 \frac{V_o}{\nu} h_x y. \quad (30)$$

Тогда, уравнение для задачи первого порядка будет иметь вид:

$$\psi_{1,yyyy} = 2 \operatorname{Re} \frac{v_o^2}{v^2} \left( a \operatorname{Re}_1 h + 2 \frac{v_o}{v} h h_x y + 2 \frac{v_o v_x}{v^2} h y^2 - 2 \frac{v_o v_x}{v^2} h^2 y - \frac{2}{3} \cdot \frac{v_o v_x}{v^2} y^3 \right). \quad (31)$$

Интегрируя это уравнение с учетом граничных условий (22) – (24), получаем:

$$\begin{aligned} \psi_1 = \operatorname{Re} \frac{v_o^3}{v^3} & \left[ a \operatorname{Re}_1 \frac{v}{v_o} h \left( \frac{1}{12} y^4 - \frac{1}{3} h y^3 + \frac{1}{2} h^2 y^2 \right) + \right. \\ & + \frac{1}{3} h \left( h_x - \frac{v_x}{v} h \right) \left( \frac{1}{10} y^5 - h^3 y^2 \right) + \frac{1}{6} \cdot \frac{v_x}{v} h \left( \frac{1}{15} y^6 - h^4 y^2 \right) - \\ & \left. - \frac{1}{30} \cdot \frac{v_x}{v} \left( \frac{1}{21} y^7 - h^5 y^2 \right) \right] + C, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Из выражений (26), (29) и (32) определим составляющие скорости на поверхности потока для задач нулевого и первого порядков:

$$\psi_{o_y/y=h} = \left( \frac{v_o}{v} + 1 \right) h^2 - 2h, \quad (33)$$

$$\psi_{o_x/y=h} = a \operatorname{Re}_1 h + \frac{v_o}{v} h^2 h_x - \frac{2}{3} \cdot \frac{v_o v_x}{v^2} h^3, \quad (34)$$

$$\psi_{1_y/y=h} = \operatorname{Re} \frac{v_o^3}{v^3} \left( \frac{1}{3} a \operatorname{Re}_1 \frac{v}{v_o} h^4 - \frac{1}{2} h^5 h_x + \frac{13}{45} \cdot \frac{v_x}{v} h^6 \right), \quad (35)$$

$$\psi_{1_x/y=h} = a \operatorname{Re} \operatorname{Re}_1 \frac{v_o^2}{v^2} \left( \frac{11}{12} h^4 h_x - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_x}{v} h^5 \right). \quad (36)$$

При выводе последнего выражения мы отбросили члены более высокого порядка малости, такие, как произведения производных и вторые производные.

Подстановка выражений (26), (29), (35) и (36) в (13) дает уравнение свободной поверхности потока суспензии:

$$2h h_x + \frac{v}{v_o} a \operatorname{Re}_1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{v_x}{v} h^2 + \varepsilon a \operatorname{Re} \operatorname{Re}_1 \frac{v_o}{v} \left( \frac{5}{4} h^3 h_x - \frac{1}{2} \frac{v_x}{v} h^4 \right) = 0. \quad (37)$$

Разложим функцию  $h$  по параметру  $\varepsilon$ :

$$h = h_o + \varepsilon h_1. \quad (38)$$

Тогда, после подстановки этого разложения в уравнение (37), с учетом того, что

$$v = \frac{\nu_o h}{(1 - \nu\beta)h - \nu h_\beta},$$

получим уравнения нулевого и первого порядков для глубины потока:

$$\left[ (1 - \nu\beta)h_o - \frac{2}{3}\nu h_\beta \right] \frac{dh_o}{dx} = -\frac{1}{2a \text{Re}_1} (1 - \nu\gamma_o), \quad (39)$$

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{(1 - \beta\nu)h_{o_x}}{(1 - \nu\beta)h_o - \frac{2}{3}\nu h_\beta} h_1 + \frac{5}{8} \cdot \frac{a \text{Re} \text{Re}_1 h_o h_{o_x}}{1 - \nu\gamma_o} = 0. \quad (40)$$

Решением уравнения (39) при граничном условии

$$h_o = 1 \text{ при } x = 0 \quad (41)$$

будет

$$h_o = G + (D - \chi a \text{Re}_1 x)^{\frac{1}{2}}, \quad (42)$$

где  $G = 2\nu h_\beta / 3(1 - \nu\beta)$ ,  $D = (G - 1)^2$ ,  $\chi = (1 - \nu\gamma_o) / (1 - \nu\beta)$ .

После подстановки этого решения в уравнение (40), последнее примет вид:

$$\frac{dh_1}{dx} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a \text{Re}_1 \chi}{D - \chi a \text{Re}_1 x} h_1 - \frac{5}{16} \cdot \frac{a^2 \text{Re} \text{Re}_1^2}{1 - \nu\beta} \left[ \frac{2}{3} \cdot \frac{\nu h_\beta}{1 - \nu\beta} (D - \chi a \text{Re}_1 x)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] = 0. \quad (43)$$

Граничное условие для уравнения (43) следующее:

$$h_1 = 0 \text{ при } x = 0. \quad (44)$$

С учетом этого условия решением уравнения (43) будет:

$$h_1 = \frac{5}{24} \cdot \frac{a \text{Re} \text{Re}_1}{1 - \nu\beta} (D - \chi a \text{Re}_1 x)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{D^{\frac{3}{2}}}{\chi} + \frac{a \text{Re}_1 \nu h_\beta}{1 - \nu\beta} x - \frac{1}{\chi} (D - \chi a \text{Re}_1 x)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (45)$$

Для оценки величины параметра  $\varepsilon$  положим, что вязкость суспензии вдоль

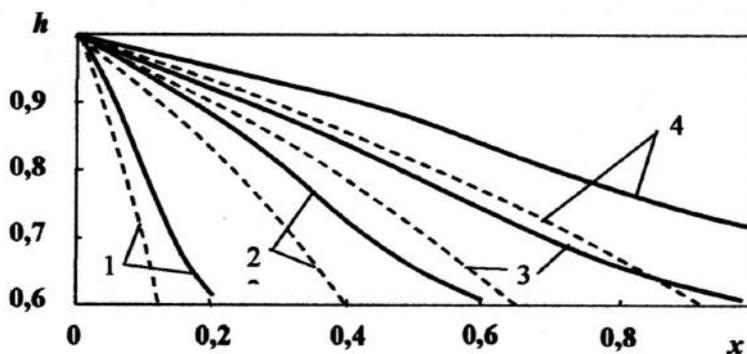
течения неизменна ( $v_x = 0, v = v_o$ ), а глубина потока  $h \rightarrow 1$ . Тогда выразив  $\varepsilon$  через параметры потока в (37), будем иметь  $\varepsilon \sim (a Re^2)^{-1}$ .

Решение (38) для глубины потока суспензии на сите состоит из невозмущенного решения (42) и поправки (45), учитывающей накопление возмущения вдоль направления течения. Невозмущенное решение характеризует течение при  $\varepsilon = 0$ , т.е. при неограниченной длине сита, а решение (45) задает масштаб процесса  $L$  и дает поправку на возмущение задачи, обусловленную изменением составляющих скорости за счет градиента концентрации частиц твердой фазы.

При  $v = v_o$  и  $v_x = 0$  полученные результаты совпадают с решением для потока жидкости с неизменной вязкостью [3].

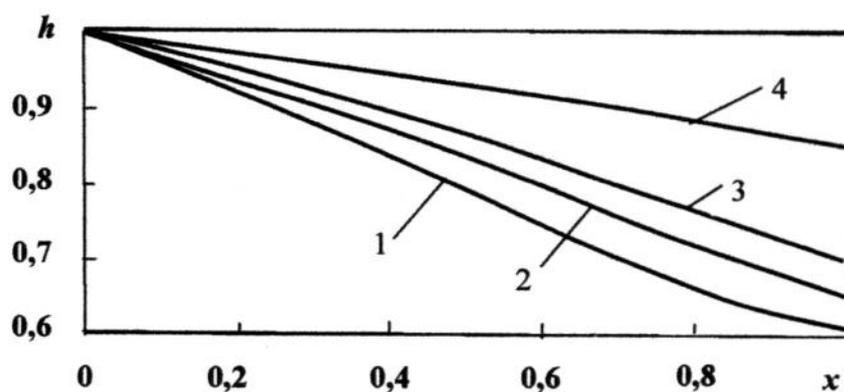
Таким образом, профиль свободной поверхности стационарного потока суспензии на ситовой поверхности описывается выражением (38), в котором коэффициенты разложения определены решениями (42) и (45). Приведенные ниже графики иллюстрируют полученные результаты для  $\tilde{h}_o = 0,1$  м;  $B = 10^{-6}$  м;  $v_o = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $h_{то-} = h_{то+}$ . На рис. 3 показаны профили поверхности потока воды ( $\gamma_o = 0$ ) на сите для разных скоростей потока в начальном сечении. Пунктирными линиями показаны нулевые приближения  $h_o(x)$ . Как видно из графиков, зависимости  $h(x)$  имеют точку перегиба. Это объясняется тем, что на начальном участке сита преобладает инерционная составляющая процесса, а по мере уменьшения глубины потока возрастает роль диссипативной составляющей. С увеличением начальной скорости  $U_o$  точка перегиба удаляется от точки набегания потока на сито  $x = 0$ , а извлечение жидкости вдоль продольной координаты замедляется.

На графиках рис. 4 приведены зависимости  $h(x)$  при разных содержаниях твердой фазы в набегавшем на сито потоке для  $U_o = 0,5$  м/с,  $\vartheta = 1, 2$ . Эти графики иллюстрируют эволюцию профиля свободной поверхности потока при изменении исходной вязкости суспензии за счет содержания твердых частиц  $\gamma_o$ .



1 -  $U_o = 0,1$  м/с; 2 -  $U_o = 0,3$  м/с; 3 -  $U_o = 0,5$  м/с; 4 -  $U_o = 0,7$  м/с

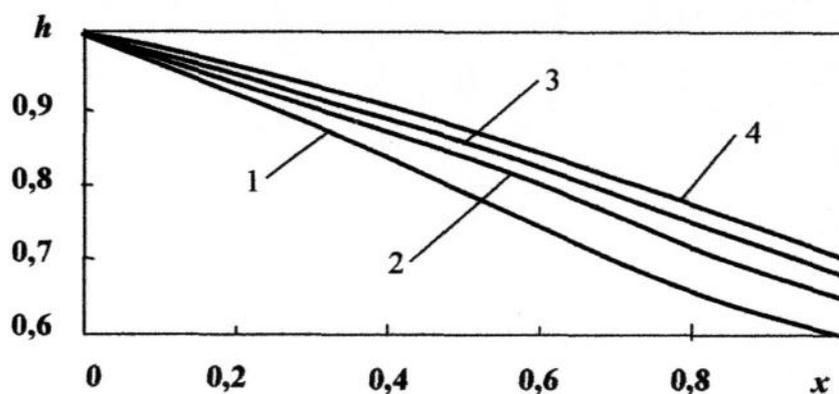
Рис. 3 – Влияние скорости набегавшего потока на профиль свободной поверхности для воды (пунктиром показаны приближения нулевого порядка)



1 -  $\gamma_o = 0$  (вода); 2 -  $\gamma_o = 0,2$ ; 3 -  $\gamma_o = 0,3$ ; 4 -  $\gamma_o = 0,4$

Рис. 4 – Влияние содержания твердых частиц в исходной суспензии на профиль свободной поверхности при  $U_o = 0,5$  м/с,  $\vartheta = 1,2$

Влияние реологического параметра  $\vartheta$  на кинетику потока иллюстрируется рис. 5. Параметр  $\vartheta$  характеризует интенсивность увеличения вязкости суспензии с ростом содержания твердых частиц. Графики показывают изменение профиля поверхности при исходном содержании твердого  $\gamma_o = 0,2$  для  $\vartheta = 1,2$ ; 1,5 и 1,8. Чем больше  $\vartheta$ , тем активнее возрастающее влияние диссипации, снижающее извлечение суспензии под сито.



1 -  $\vartheta = 0$  (вода); 2 -  $\vartheta = 1,2$ ; 3 -  $\vartheta = 1,5$ ; 4 -  $\vartheta = 1,8$

Рис. 5 – Влияние реологического параметра  $\vartheta$  на профиль поверхности потока при  $U_o = 0,5$  м/с,  $\gamma_o = 0,2$

Все приведенные зависимости  $h(x)$  имеют минимум при достижении критической глубины, когда производная  $h_x$  меняет знак.

Таким образом, принятое условие  $\tilde{h}_o / L \ll 1$  позволило разделить существенно нелинейную задачу течения суспензии по ситовой поверхности на ряд линейных задач и рассматривать отток суспензии через отверстия сита и влияние изменяющейся вязкости суспензии, как возмущения в картине послойного движения.

Возмущения, распространяющиеся вдоль течения, характеризуются нарастанием диссипативных процессов за счет увеличения макроскопических вязких сил, вызванного уменьшением глубины и повышением содержания твердых частиц в потоке суспензии. На загрузочном участке сита, где  $Re \gg 1$ , нелинейные эффекты преобладают над диссипативными и приводят к увеличению крутизны профиля поверхности. Особенно это заметно для жидкости с малой вязкостью, для которой нелинейные эффекты ярко выражены.

Уменьшение глубины потока и продольной компоненты скорости при возрастании вязкости суспензии, т.е. уменьшение числа  $Re$ , способствует ослаблению условий проявления нелинейных и усилению диссипативных эффектов. В этом случае работа диссипативных сил приводит к выполаживанию профиля свободной поверхности потока.

Разработанная модель течения суспензии по ситовой поверхности включает основные параметры потока и сита. Кроме общепринятых в гидродинамике предположений в работе сделано допущение о неизменности плотности суспензии по длине сита:  $\rho(x) \approx const$ . Такое допущение оправдано для угольной суспензии при условии  $\tilde{h}_o / L \ll 1$ .

Полученное решение может быть доведено до желаемой точности, ограничиваясь конечным числом членов в разложениях (15).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы (Движение с изменением расхода вдоль пути). – Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1964. – 224 с.
2. Ерошенко В.М., Зайчик Л.И. Гидродинамика и тепломассообмен на проницаемых поверхностях. – М.: Наука, 1984. – 275 с.
3. Сансиев В.Г. Течение вязкой жидкости по ситовой поверхности // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2005. – Вип. 22(63). – С.136-145.
4. Стокер Дж.Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959. – 618 с.
5. Урьев Н.Б., Потанин А.А. Текучесть суспензий и порошков. – М.: Химия, 1992. – 256 с.
6. Шламы, их улавливание и обезвоживание / Т.Г. Фоменко, И.С. Благов, А.М. Коткин, В.С. Бутовецкий. – М.: Недра, 1968. – 203 с.
7. Мошев В.В., Иванов В.А. Реологическое поведение концентрированных неньютоновских суспензий. – М.: Наука, 1990. – 88 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
9. Сансиев В.Г. Течение жидкости через щель колосникового сита тонкого грохочения // Обогащение полезных ископаемых: Науч.-техн. сб. – 2004. – Вып. 20(61). – С. 88-94.
10. ГОСТ 9074-71. Сетка щелевая колосниковообразная из проволоки фасонного сечения. – М.: Госкомстандарт, 1971. – 10 с.
11. Практикум по коллоидной химии / Под ред. С.С. Воюцкого, Р.М. Панич. – М.: Химия, 1974. – 224 с.
12. Найфэ А. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с.