doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.05.036
УДК 539.3

Д.М. Лила

Черкасский национальный университет им. Богдана Хмельницкого
E-mail: dim_l@ukr.net

Второе приближение по малому параметру к решению задачи об упругопластической неустойчивости вращающегося диска

Представлено академиком НАН Украины А.А. Мартынюком

При исследовании возможной потери устойчивости быстровращающегося сплошного кругового тонкого диска характеристическое уравнение получено во втором приближении по малому параметру на основе условия текучести Сен-Венана. Найдена критическая угловая скорость вращения.

Ключевые слова: *упругопластическая задача, метод возмущения формы границы, вращающийся диск, потеря устойчивости, критическая угловая скорость.*

Одним из способов доказательства эффективности приближенного аналитического метода малого параметра [1—4] при изучении потери устойчивости вращающихся дисков, перегруженных центробежными усилиями и пребывающих в упругопластическом состоянии, является демонстрация возможности развить метод сходящихся последовательных приближений для определения критической угловой скорости. Возмущения плоской формы границы диска, конкретизированные линеаризованные граничные условия и условия сопряжения решений соответствующей плоской упругопластической задачи теории идеальной пластичности рассмотрены в статье [5]. Цель настоящей работы — получение второго приближения по малому параметру для характеристического уравнения, критического радиуса пластической зоны и критической угловой скорости [6—9].

Постановка задачи. Рассматривается вращающийся однородный и изотропный сплошной круговой тонкий диск постоянной толщины. Предел текучести материала диска σ_s, модуль упругости E, плотность γ, коэффициент Пуассона ν, а также постоянная угловая скорость вращения ω известны. Цилиндрическая система координат неподвижна относительно диска, причем срединная плоскость диска принята за плоскость $r\theta$ радиальной и угловой координат. Наружная боковая поверхность $r = r_0$ и основания диска свободны от внешних напряжений, а силы инерции параллельны основаниям и распределены симметрично относительно срединной плоскости. Поле невозмущенных напряжений (обобщенное плоское напряженное состояние применительно к тонким пластинам [9]) определяется из обыкновенного дифференциального уравнения квазистатического равновесия, учитывающего объемные радиальные нагрузки, а также уравнений связи в упругой зоне и условия текучести $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_s$ в пластической зоне. Возмущенное состояние упругой области диска

$$\sigma_\lambda = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \sigma_{\lambda i}\,, \quad u_\lambda = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i u_{\lambda i}$$

(λ — произвольная компонента напряжения и перемещения) находится с учетом того, что линеаризованные по малому параметру δ возмущения удовлетворяют дифференциальным уравнениям равновесия плоской задачи (без учета вращения) и уравнениям связи между напряжениями и перемещениями в частных производных. Предмет исследования составляет критическая угловая скорость вращения диска $\omega = \omega_*$, теряющего устойчивость, когда уравнение внешней его границы принимает вид

$$\rho = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i \rho_i(\theta)\,, \tag{1}$$

где $\rho = r/r_0$ — безразмерный текущий радиус, $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = \cos\theta$, $\rho_2 = -(1 - \cos 2\theta)/4, \ldots$. Чтобы определить значение ω_*, требуется получить во втором приближении по малому параметру характеристическое уравнение относительно критического радиуса пластической зоны $\rho = \beta_{0*}$, установив условие существования решений системы линейных уравнений

$$\begin{aligned}
&R_2 - 2T_1\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1^2 + R_1'\rho_1 + R_0'\rho_2 + \frac{1}{2}R_0''\rho_1^2 = 0, && \rho = 1,\\
&T_2 - (\Theta_1 - R_1)\dot\rho_1 + (\Theta_0 - R_0)(\rho_1\dot\rho_1 - \dot\rho_2) + \{T_1 - (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1\}'\rho_1 = 0, && \rho = 1,\\
&\left[R_2 + R_1'\rho_{1*} + R_0'\rho_{2*} + \frac{1}{2}R_0''\rho_{1*}^2\right] = 0, && \rho = \beta_0,\\
&\left[T_2 + T_1'\rho_{1*} + T_0'\rho_{2*} + \frac{1}{2}T_0''\rho_{1*}^2\right] = 0, && \rho = \beta_0,
\end{aligned} \tag{2}$$

в которой $R := \sigma_{rr}$, $\Theta := \sigma_{\theta\theta}$, $T := \tau_{r\theta}$; штрихом обозначена производная по ρ, точкой — производная по θ; квадратными скобками — скачек функции в точке, а ρ_{1*}, ρ_{2*} — отнесенные к r_0 возмущения радиального смещения соответствующего порядка на упругопластической границе.

Вспомогательные результаты. Учитывая (1), (2), первое приближение линеаризованных по δ граничных условий и условий сопряжения

$$\begin{aligned}
&R_1 + R_0'\rho_1 = 0, \quad T_1 - (\Theta_0 - R_0)\dot\rho_1 = 0, \quad \rho = 1,\\
&R_1 = 0, \quad T_1 = 0, \quad \Theta_1 + \Theta_0'\rho_{1*} = 0, \qquad \rho = \beta_0,
\end{aligned} \tag{3}$$

вид невозмущенного состояния вращающегося диска

$$R_0=\begin{cases}1-\dfrac{\sigma}{3\sigma_s}\rho^2, & 0\leqslant\rho\leqslant\beta_0,\\ c(1-\rho^{-2})+\dfrac{\nu+3}{8}\dfrac{\omega^2}{q^2}(1-\rho^2), & \beta_0\leqslant\rho\leqslant 1,\end{cases}$$
$$\Theta_0=\begin{cases}1, & 0\leqslant\rho\leqslant\beta_0,\\ c(1+\rho^{-2})+\dfrac{1}{8}\dfrac{\omega^2}{q^2}(\nu+3-(3\nu+1)\rho^2), & \beta_0\leqslant\rho\leqslant 1,\end{cases}\tag{4}$$

$$c=\frac{(3\nu+1)\beta_0^4}{z},\quad \frac{\sigma}{\sigma_s}=\frac{\omega^2}{q^2}=\frac{24}{z},\quad q=\frac{1}{r_0}\sqrt{\frac{\sigma_s}{\gamma}},\quad z=3(\nu+3)-(3\nu+1)\,(2-\beta_0^2)\beta_0^2,$$

а также общий вид возмущений напряжений упругой области

$$\begin{aligned}&R_1=(2A_1\rho+(3m+1)B_1\rho^{-1}-2C_1\rho^{-3})\cos\theta,\\ &\Theta_1=(6A_1\rho-(m-1)B_1\rho^{-1}+2C_1\rho^{-3})\cos\theta,\\ &T_1=(2A_1\rho-(m-1)B_1\rho^{-1}-2C_1\rho^{-3})\sin\theta,\quad m=\nu^{-1}\end{aligned}\tag{5}$$

(все напряжения отнесены к σ_s), приведем выражения для некоторых необходимых в дальнейшем величин. Имеем

$$\begin{aligned}&a_1:=R_0'(1)=(2(3\nu+1)\beta_0^4-6(\nu+3))z^{-1},\\ &a_2:=\Theta_0(1)-R_0(1)=(2(3\nu+1)\beta_0^4+6(1-\nu))z^{-1},\\ &a_3:=\Theta_0'(\beta_0+)=-8(3\nu+1)\beta_0 z^{-1},\\ &a_4:=R_0''(1)=(-6(3\nu+1)\beta_0^4-6(\nu+3))z^{-1},\\ &a_5:=\Theta_0'(1)-R_0'(1)=(-4(3\nu+1)\beta_0^4+12(1-\nu))z^{-1},\\ &a_6:=R_0''(\beta_0+)-R_0''(\beta_0-)=-8(3\nu+1)z^{-1},\\ &A_1=((3\nu+1)\beta_0^4+3(1-\nu)\beta_0^2)(\beta_0^4-1)^{-1}z^{-1},\\ &B_1=6\nu z^{-1},\\ &C_1=((3\nu+1)\beta_0^8+3(1-\nu)\beta_0^2)(\beta_0^4-1)^{-1}z^{-1},\\ &\rho_{1*}=U_1\cos\theta=\frac{2(3\nu+1)\beta_0^6+3(1-\nu)(1+\beta_0^4)}{2(3\nu+1)(\beta_0^4-1)\beta_0^2}\cos\theta.\end{aligned}\tag{6}$$

Характеристическое уравнение. Преобразовав первое условие (2) на основе второго условия (3) к виду

$$R_2-(\Theta_0-R_0)\dot{\rho}_1^2+R_1'\rho_1+R_0'\rho_2+\frac{1}{2}R_0''\rho_1^2=0,\quad \rho=1,$$

с учетом разложения (1), общего вида возмущенного напряженного состояния при самоуравновешенной форме потери устойчивости [1, 2, 6], а также принципа наложения полагаем

$$\begin{aligned} R_2 &= G_2 - H_2\rho^{-2} + (2A_2 + 2B_2\rho^{-4} + 4D_2\rho^{-2})\cos 2\theta, \\ \Theta_2 &= G_2 + H_2\rho^{-2} + (-2A_2 - 2B_2\rho^{-4} - 4C_2\rho^{2})\cos 2\theta, \\ T_2 &= (-2A_2 + 2B_2\rho^{-4} - 2C_2\rho^{2} + 2D_2\rho^{-2})\sin 2\theta. \end{aligned} \tag{7}$$

Поскол,ьку $T_0 = 0$ (осесимметричная задача) и $R_1(\beta_0 -) = R_2(\beta_0 -) = 0$, $T_1(\beta_0 -) = T_2(\beta_0 -) = 0$, из соотношений (1), (2), (6), (7) получаем систему уравнений

$$Sx = g, \tag{8}$$

в которой

$$S = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 & -4 & 1 & -1 \\ 4 & 4 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & -4 & 4 & 0 & 0 \\ -2 & -2\beta_0^{-4} & 0 & -4\beta_0^{-2} & 1 & -\beta_0^{-2} \\ 4 & 4\beta_0^{-4} & 0 & 8\beta_0^{-2} & 0 & 0 \\ -4 & 4\beta_0^{-4} & -4\beta_0^{2} & 4\beta_0^{-2} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \\ C_2 \\ D_2 \\ G_2 \\ H_2 \end{pmatrix},$$

$$g = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a_1 + a_2 \\ -\frac{1}{2}a_1 - a_2 - \frac{1}{2}a_4 - 2A_1 + (3m+1)B_1 - 6C_1 \\ -a_5 - 6A_1 + (3m+1)B_1 - 10C_1 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}a_6 U_1^2 - (2A_1 - (3m+1)B_1\beta_0^{-2} + 6C_1\beta_0^{-4})U_1 \\ -(2A_1 + (m-1)B_1\beta_0^{-2} + 6C_1\beta_0^{-4})U_1 \end{pmatrix}.$$

Система (8) эквивалентна системе

$$Tx = h, \tag{9}$$

где

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 4 & -1 & 1 \\ -2 & 2\beta_0^{-2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1{,}5 & -0{,}5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \beta_0^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$h=\begin{pmatrix} -g_1 \\ g_1(1-\beta_0^2)^{-1} \\ 0,25g_3 \\ 0,125(g_2-2g_3) \\ 0,25(-g_2+\beta_0^2 g_5)(1-\beta_0^2)^{-1} \\ 0,5(0,5\beta_0^{-2}(1+\beta_0^2+2\beta_0^4)g_2-\beta_0^2 g_3-0,5(2+\beta_0^2+\beta_0^4)g_5+g_6)(1-\beta_0^2)^{-3} \end{pmatrix}.$$

Решение системы (9) имеет вид

$$\begin{aligned}
&A_2=\beta_0^2 h_6,\\
&B_2=\beta_0^4 h_6+\beta_0^2 h_5,\\
&C_2=0,5\beta_0^2(-3+\beta_0^2)h_6+0,5\beta_0^2 h_5+h_4,\\
&D_2=-0,5\beta_0^2(1+\beta_0^2)h_6-0,5\beta_0^2 h_5+h_4+h_3,\\
&G_2=-2h_5+h_2,\\
&H_2=-2h_5-4h_4-4h_3+h_2+h_1.
\end{aligned} \tag{10}$$

Поскольку возмущение радиального смещения имеет вид

$$u_2=u_{21}+u_{22},$$

где

$$u_{21}=\frac{\sigma_s}{E}((1-\nu)G_2\rho+(1+\nu)H_2\rho^{-1}),$$

$$u_{22}=\frac{\sigma_s}{E}\left(2(1+\nu)A_2\rho-\frac{2(1+\nu)}{3}B_2\rho^{-3}+\frac{4\nu}{3}C_2\rho^3-4D_2\rho^{-1}\right)\cos 2\theta,$$

в соответствии с видом ρ_2 (см. (1)) при $\rho=1$ должны выполняться равенства

$$\begin{cases}\dfrac{\sigma_s}{E}((1-\nu)G_2+(1+\nu)H_2)=-\dfrac{1}{4},\\[2mm] \dfrac{\sigma_s}{E}\left(2(1+\nu)A_2-\dfrac{2(1+\nu)}{3}B_2+\dfrac{4\nu}{3}C_2-4D_2\right)=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

или

$$2(1+\nu)A_2-\frac{2(1+\nu)}{3}B_2+\frac{4\nu}{3}C_2-4D_2=-(1-\nu)G_2-(1+\nu)H_2=\frac{E}{4\sigma_s}. \tag{11}$$

Таким образом, ограничение (11) на решение (10) системы (9) является искомым характеристическим уравнением. Его корню β_{0*} соответствует критическая угловая скорость ω_* согласно (4).

Используя в дополнение к (2) условие сопряжения решений для Θ в виде

$$\left[\Theta_2+\Theta_1'\rho_{1*}+\Theta_0'\rho_{2*}+\frac{1}{2}\Theta_0''\rho_{1*}^2\right]=0, \quad \rho=\beta_0,$$

и учитывая, что $\Theta_1(\beta_0-)=\Theta_2(\beta_0-)=0$, на основе (5)—(7), (10), (11) получаем выражение для радиального смещения второго порядка малости на упругопластической границе:

$$\rho_{2*}=U_{21}+U_{22}\cos 2\theta,$$

где

$$U_{21}=-\left(\frac{1}{2}(6A_1+(m-1)B_1\beta_0^{-2}-6C_1\beta_0^{-4})U_1+G_2+H_2\beta_0^{-2}\right)a_3^{-1},$$

$$U_{22}=\left(2A_2+2B_2\beta_0^{-4}+4C_2\beta_0^2-\frac{1}{2}(6A_1+(m-1)B_1\beta_0^{-2}-6C_1\beta_0^{-4})U_1\right)a_3^{-1}.$$

Анализ результатов. Численная проверка обнаруживает отсутствие положительных корней уравнения (11). Предельный случай $\beta_{0*}=0$ должен быть проанализирован отдельно, так как точка $\rho=0$ является особой (см. (4)—(7)). Возвращаясь к первому приближению (3), (5), (6), учитываем соотношение между амплитудными значениями $\overline{R}_1$, $\overline{T}_1$, $\underline{R}_1$, $\underline{T}_1$ напряжений R_1 и T_1 на окружностях $\rho=1$ и $\rho=\beta_0$: условие уравновешенности контурных нагрузок $(\overline{R}_1-\overline{T}_1)-\beta_0(\underline{R}_1-\underline{T}_1)=0$ при $\beta_0\to 0$ принимает вид $\overline{R}_1=\overline{T}_1$. Как следствие, зависимости (5) вырождаются к виду

$$R_1=2A_1\rho\cos\theta, \quad \Theta_1=6A_1\rho\cos\theta, \quad T_1=2A_1\rho\sin\theta,$$

а система (3) — к виду

$$\begin{cases}2A_1=-a_1,\\ 2A_1=-a_2,\\ 2\beta_0A_1=0,\\ 6\beta_0A_1\cos\theta+a_3\rho_{1*}=0.\end{cases}$$

Здесь два первых уравнения определяют амплитуды $\overline{R}_1$, $\overline{T}_1$ напряжений R_1 и T_1 на окружности $\rho=1$. Поскольку они должны уравновешиваться, a_1 должно совпадать с a_2 при $\beta_0\to 0$. В соответствии с (6) это не выполняется, поэтому два первые граничные условия отбрасываются как несовместимые. Два других уравнения относительно двух неизвестных удовлетворяются тождественно; A_1 и ρ_{1*} остаются произвольными. Вслед за этим упрощается и система (8), (9), а в ее решении (10) ненулевыми (и произвольными) являются только A_2, C_2 и G_2, которые зависят, кроме β_0, только от A_1. После соответствующих упрощений условие (11) принимает вид несовместимой системы

$$\begin{cases}\dfrac{\sigma_s}{E}(1-\nu)\left(\dfrac{1-\nu}{\nu+3}-A_1\right)=-\dfrac{1}{4},\\ \dfrac{\sigma_s}{E}\left(\dfrac{6+12\nu-2\nu^2}{3(\nu+3)}+\dfrac{5\nu-3}{3}A_1\right)=\dfrac{1}{4},\end{cases}$$

поэтому также $\beta_{0*} \neq 0$.

Преобразовав (1) к виду

$$\rho = \left(1 - \frac{1}{4}\delta^2 - \ldots\right) + \delta\cos\theta + \frac{1}{4}\delta^2\cos 2\theta + \ldots \approx 1 + \delta\cos\theta + \frac{1}{4}\delta^2\cos 2\theta + \ldots \tag{12}$$

и учитывая то, что потеря устойчивости диска связана с появлением его новой плоской некруговой равновесной формы, упростим характеристическое уравнение (11) следующим образом:

$$\frac{\sigma_s}{E}\left(2(1+\nu)A_2 - \frac{2(1+\nu)}{3}B_2 + \frac{4\nu}{3}C_2 - 4D_2\right) = \frac{1}{4}. \tag{13}$$

В этом случае в соответствии с (2), (7), (12) $g_1 = a_1/4 + a_2$ (см. (8)), а корнем характеристического уравнения (13) является $\beta_{0*} = 0$. Критическая относительная угловая скорость вращения $\omega_* / q = \sqrt{8/(\nu+3)}$.

Таким образом, развить метод последовательных приближений в постановке (1)—(3), (11) и в упрощенной постановке (2), (3), (12), (13), исходя из первого приближения в виде эксцентричной формы потери устойчивости диска, не представляется возможным. В первом случае характеристическое уравнение не имеет решений, а во втором — результат второго приближения не позволяет уточнить результат первого приближения, т.е. значение “первой критической скорости” [7]. В связи с этим представляет интерес рассмотрение предложенной упрощенной постановки задачи о потере устойчивости быстровращающегося тонкого диска, исходя из первого приближения в виде самоуравновешенной формы потери устойчивости [1, 2, 6] при $n = 2$ и

$$\rho = \left(1 - \frac{1}{4}\delta^2 - \frac{3}{64}\delta^4 - \frac{5}{256}\delta^6 - \ldots\right) + \delta\cos\theta + \left(\frac{1}{4}\delta^2 + \frac{1}{16}\delta^4 + \frac{15}{512}\delta^6 + \ldots\right)\cos 2\theta -$$
$$- \left(\frac{1}{64}\delta^4 + \frac{3}{256}\delta^6 + \ldots\right)\cos 4\theta + \left(\frac{1}{512}\delta^6 + \ldots\right)\cos 6\theta - \ldots \approx$$
$$\approx 1 + \varepsilon\cos 2\theta - \frac{1}{4}\varepsilon^2\cos 4\theta + \frac{1}{8}\varepsilon^3\cos 6\theta - \ldots,$$

где $\varepsilon = \delta^2/4$ — малый параметр. Такой подход вполне согласуется с фактом устойчивого вращения большинства дисков, например кольцевых [8], при их разгоне до значений скорости, превышающих «первую критическую скорость».

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Д.Д., Ершов Л.В. Метод возмущений в теории упругопластического тела. Москва: Наука, 1978. 208 с.
2. Ивлев Д.Д. Механика пластических сред: В 2 т. Т. 2: Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. Москва: Физматлит, 2002. 448 с.
3. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. Москва: Физматлит, 2001. 704 с.
4. Гузь А.Н., Немиш Ю.Н. Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред. Киев: Вища шк., 1989. 52 с.

5. Лила Д.М. К методу возмущений в задаче об упругопластической неустойчивости вращающегося диска. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2017. № 9. С. 48—54.
6. Лила Д.М., Мартынюк А.А. О потере устойчивости вращающегося упруго-пластического кругового диска. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2011. № 1. С. 44—51.
7. Лила Д.М. Эксцентричная форма потери устойчивости вращающегося упруго-пластического диска. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2011. № 2. С. 49—53.
8. Lila D.M., Martynyuk A.A. Development of instability in a rotating elastoplastic annular disk. *Int. Appl. Mech.* 2012. **48**, № 2. P. 224—233.
9. Лила Д.М. Упругопластическая неустойчивость вращающегося тонкого диска. *Прикл. проблеми мех. і мат.* 2016. № 14. С. 92—98.

Поступило в редакцию 29.11.2017

REFERENCES

1. Ivlev, D. D. & Ershov, L. V. (1978). Perturbation Method in the Theory of Elastoplastic Bodies. Moscow: Nauka (in Russian).
2. Ivlev, D. D. (2002). Mechanics of Plastic Media, Vol. 2: General Problems. Rigid-Plastic and Elastoplastic State of Bodies. Hardening. Deformation Theories. Complex Media. Moscow: Fizmatlit (in Russian).
3. Ishlinskii, A. Yu. & Ivlev, D. D. (2001). Mathematical Theory of Plasticity. Moscow: Fizmatlit (in Russian).
4. Guz', A. N. & Nemish, Yu. N. (1989). Method of Perturbation of the Shape of the Boundary in Continuum Mechanics. Kyiv: Vyshcha Shkola (in Russian).
5. Lila, D. M. (2017). On the method of perturbations in the problem of elastoplastic instability of a rotating disk. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., No. 9, pp. 48-54 (in Russian).
6. Lila, D. M. & Martynyuk, A. A. (2011). About the stability loss of a rotating elastoplastic circular disc. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., No. 1, pp. 44-51 (in Russian).
7. Lila, D. M. (2011). Eccentric form of stability loss of a rotating elastoplastic disc. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., No. 2, pp. 49-53 (in Russian).
8. Lila, D. M. & Martynyuk, A. A. (2012). Development of instability in a rotating elastoplastic annular disk. Int. Appl. Mech., 48, No. 2, pp. 224-233.
9. Lila, D. M. (2016). Elasto-plastic instability of thin rotating disc. Appl. Probl. Mech. Math., No. 14, pp. 92-98 (in Russian).

Received 29.11.2017

Д.М. Лила

Черкаський національний університет ім. Богдана Хмельницького
E-mail: dim_l@ukr.net

ДРУГЕ НАБЛИЖЕННЯ ЗА МАЛИМ ПАРАМЕТРОМ ДО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ
ПРО ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНУ НЕСТІЙКІСТЬ ДИСКА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ

При дослідженні можливої втрати стійкості суцільного кругового тонкого диска, що обертається, характеристичне рівняння одержано як друге наближення за малим параметром на основі умови текучості Сен-Венана. Знайдено критичну кутову швидкість.

Ключові слова: *пружно-пластична задача, метод збурення форми межі, диск, що обертається, втрата стійкості, критична кутова швидкість.*

D.M. Lila

Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy
E-mail: dim_l@ukr.net

THE SECOND APPROXIMATION IN A SMALL PARAMETER TO A SOLUTION
OF THE PROBLEM OF ELASTOPLASTIC INSTABILITY OF A ROTATING DISK

We have proposed a way of the investigation of the possible loss of stability by a rotating thin circular disk by the method of small parameter on the basis of Saint-Venant's yield condition. We have obtained a characteristic equation for the critical radius of the plastic zone as the second approximation. We also have found the critical angular rotational velocity.

Keywords: *elastoplastic problem, boundary shape perturbation method, rotating disk, stability loss, critical angular velocity.*