УДК 629.13

В. С. СЕНЬКИН, С. В. СЮТКИНА-ДОРОНИНА

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВАРИАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМОГО РАКЕТНОГО ОБЪЕКТА НА ДАЛЬНОСТЬ ПОЛЁТА

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: sutkina-ne@mail.ru

Сформулирована задача исследования параметрической чувствительности целевого функционала – дальности полёта – как одного из показателей эффективности управляемого ракетного объекта (УРО) к отклонениям проектных параметров, параметров траектории, отдельных требований тактико-технического задания и конструктивных факторов (далее исследуемых параметров) от номинальных значений. Проведены исследования и сделана оценка влияния вариаций исследуемых параметров на целевой функционал, определены диапазоны, в которых эти вариации не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения целевой задачи. Предложенная классификация исследуемых параметров по степени их влияния на целевой функционал позволяет выработать требования к точности реализации этих параметров на конкретном варианте УРО. Методика оценки параметрической чувствительности может использоваться при разработке методов оптимизации, применяемых на начальном этапе проектирования объектов ракетно-космической техники.

Сформульовано задачу дослідження параметричної чутливості цільового функціоналу – дальності польоту – як одного з показників ефективності керованого ракетного об’єкта (КРО) щодо відхилень проектних параметрів, параметрів траєкторії, окремих вимог тактико-технічного завдання і конструктивних факторів (далі досліджуваних параметрів) від номінальних значень. Проведено дослідження та зроблено оцінку впливу варіацій досліджуваних параметрів на цільовий функціонал, визначені діапазони, в яких ці варіації не роблять істотного впливу на ефективність виконання цільового завдання. Запропонована класифікація параметрів, які досліджуються за ступенем їх впливу на цільовий функціонал, що дозволяє виробити вимоги до точності реалізації цих параметрів для конкретного варіанту КРО. Методика оцінки параметричної чутливості може використовуватися при розробці методів оптимізації, що застосовуються на початковому етапі проектування об’єктів ракетно-космічної техніки.

The problem of the study of the parametric sensitivity of the target-oriented functional – the flight distance – as one of the efficiency factors of the controlled rocket to the deviation of the design and trajectory parameters, the certain requirements of tactical and technical specifications and the design factors (hereafter referred to as ”the investigated parameters”) from their nominal values is formulated. Studies have been made, and the effects of variations in the investigated parameters on the target-oriented functional have been evaluated. The ranges in which these variations do not exert a considerable influence on the efficiency of the target-oriented task realization have been determined. The proposed classification of the investigated parameters according to the extent of their influence on the target –oriented functional can develop the requirements for an accuracy of these parameters using a concrete example of the controlled rocket object. The developed method of the assessment of the parametric sensitivity can be used to develop the efficient methods of the optimization applicable to the initial design of products of rocket and space technology.

Ключевые слова: *управляемый ракетный объект, маршевый ракетный двигатель на твёрдом топливе, начальный этап проектирования, проектные параметры, параметрическая чувствительность целевого функционала, вариации параметров, допустимые диапазоны вариаций исследуемых параметров.*

Введение Проектирование и создание управляемых ракетных объектов (УРО) связано с большими затратами материальных, финансовых и технических ресурсов. Необходимость учета этих факторов при создании УРО существенно осложняет принятие рациональных проектных решений, особенно на начальном этапе проектирования. Следует отметить, что нерациональные решения, принятые на этом этапе, приводят к росту затрат на разработку и изготовление УРО, к увеличению его сроков создания и, в конечном итоге, к снижению эффективности выполнения УРО целевых задач. С учетом вышеизложенного, проведение на начальном этапе проектирования УРО исследований чувствительности показателей эффективности (в частности, целевого функционала, характеризующего качество проектирования) к возможным отклонениям проектных параметров УРО, параметров траектории и отдельных требований тактико-технического задания (ТТЗ) от их номинальных значений является актуальным. Такие исследования позволяют оценить влияние на показатели эффективности УРО погрешностей в реализации исследуемых параметров, а также обеспечивают проектанта дополнительной информацией, используемой при принятии рационального проектного решения.

Вопросам разработки сложных технических систем (СТС), к которым можно отнести управляемые ракетные объекты, уделяется большое внимание в зарубежной научной и технической литературе [1 – 8]. Математические модели, используемые в процессе проектирования СТС [2], помимо структуры и основных переменных состояния характеризуются некоторой совокупностью вспомогательных независимых величин, называемых параметрами. В процессе эксплуатации эти параметры могут отличаться от номинальных значений, что неизбежно приводит к отклонению режима функционирования СТС от расчётного. Количественную оценку степени влияния вариаций параметров на эффективность работы СТС можно получить, используя методы исследования параметрической чувствительности [2].

Следует отметить, что методы теории чувствительности широко используются при исследованиях СТС различного назначения. Так в [5], для ракетных двигателей, работающих на твёрдом топливе (РДТТ), описан метод предварительной оценки чувствительности процесса горения твёрдого ракетного топлива (ТРТ) к вариациям давления в камере сгорания РДТТ, начальной температуры ТРТ, состава ТРТ и продуктов сгорания, скорости потока, геометрии заряда. Такие исследования, проведенные на начальном этапе проектирования, позволили выявить факторы, влияющие на устойчивость работы проектируемого двигателя.

В [6] приведено описание программного комплекса «ИЧАС» для исследования чувствительности аэроупругих систем, который позволяет решить задачу оценки чувствительности колебаний этих систем к вариациям массовых и жесткостных параметров.

Методы теории чувствительности нашли применение при решении задач проектирования силовых конструкций из композиционных материалов [7]. Использование этих методов позволило определить такие сочетания свойств композитной конструкции, которые соответствуют наилучшим из доступных значений эксплуатационным характеристикам.

В [8] приведено изложение современной теории чувствительности для конечномерных задач оптимизации, дана оценка количественного анализа влияния параметрических возмущений на поведение критерия в области оптимального значения, рассмотрена возможность применения некоторых приложений излагаемой теории к обоснованию численных методов решения задач оптимизации СТС. Такого рода исследования необходимы для того, чтобы обеспечить надежное функционирование СТС, а также минимальное расхождение между фактическим и номинальным состоянием системы, вызванное влиянием возмущающих факторов.

В настоящей статье, применительно к одноступенчатому УРО с маршевым РДТТ, проведено исследование параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям вектора исследуемых параметров

$\overline{p} = (p_j)\ j = \overline{1, n}$, в состав компонентов которого входят: проектные параметры УРО; параметры траектории; а также параметры, характеризующие отдельные требования ТТЗ.

Постановка задачи. Под чувствительностью понимается оценка способности исследуемого объекта реагировать определенным образом на малое воздействие, а также количественная характеристика этой способности [9].

На начальном этапе проектирования УРО целесообразно использование математического аппарата теории параметрической чувствительности, который позволяет оценить чувствительность целевого функционала к вариациям исследуемых параметров. В этом случае возможные вариации этих параметров, как правило, ограничены по модулю [9]. Практический интерес при этом представляет определение допустимых диапазонов, внутри которых вариации исследуемых параметров не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения конкретной целевой задачи.

В качестве целевого функционала рассматривалась дальность полёта $L = L(\overline{p})$ (один из показателей эффективности УРО), на которую может быть доставлена заданная масса полезного груза m_{pg}. Целевой функционал зависит от вектора исследуемых параметров $\overline{p}$, оценка влияния вариаций которого на целевой функционал и является предметом дальнейших исследований.

В состав проектных параметров УРО включены: коэффициент начальной тяговооруженности ν_n, относительная конечная масса μ_k, давление в камере сгорания маршевого РДТТ p_k, диаметр среза сопла D_a, угол полураствора на срезе сопла β_a.

Предполагается, что УРО осуществляет движение в плотных слоях атмосферы по аэробаллистической траектории, которая состоит из нескольких участков. Каждый участок траектории характеризуется параметрами, которые оптимизируются совместно с проектными параметрами УРО. При этом в качестве оптимизируемых параметров траектории рассматривались: угол тангажа φ_{AUT} и угол атаки α_{AUT} в конце активного участка траектории (АУТ); продолжительность полёта $t_{PUT\,2}$ на втором пассивном участке траектории (ПУТ) и угол атаки $\alpha_{PUT\,2}$ в конце этого участка; угол атаки $\alpha_{PUT\,3}$ и высота полёта $H_{PUT\,3}$ в конце третьего ПУТ; продолжительность полёта на четвёртом ПУТ траектории $t_{PUT\,4}$.

В качестве параметров, отражающих отдельные требования ТТЗ к управляемому ракетному объекту, рассматривались: продолжительность вертикального участка полёта t_{vert}, величина скоростного напора Q_{mp} на максимальной высоте $H_{\max}$ на первом ПУТ, угол тангажа при подлёте к цели φ_c.

Проектные параметры ν_n, μ_k и величина скоростного напора Q_{mp} определяются известными соотношениями [10, 11]:

$$\nu_n = \frac{m_0 \cdot g_0}{P}, \qquad \mu_k = \frac{m_k}{m_0}, \qquad Q_{mp} = \frac{\rho(H_{\max}) \cdot V^2}{2}, \tag{1}$$

где m_0 и m_k – начальная и конечная массы УРО; g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли; P – тяга маршевого РДТТ в пустоте после выхода последнего на основной режим работы, $\rho(H_{\max})$ – плотность атмосферы на максимальной высоте полёта $H_{\max}$, V – скорость полёта УРО.

При движении УРО по аэробаллистической траектории рассматривалась следующая схема полёта:

– вертикальный участок движения УРО, окончание которого определялось продолжительностью полёта на этом участке t_{vert} (одно из требований ТТЗ);

– участок разворота (активный участок траектории с работающим маршевым РДТТ), на котором программа изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ и параметры траектории в конце участка (угол тангажа φ_{AUT} и угол атаки α_{AUT}) подбирались из условия обеспечения максимальной дальности полёта;

– первый ПУТ, на котором программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ определялась из условия обеспечения на максимальной высоте $H_{\max}$ требуемого значения скоростного напора Q_{mp}, при котором могла быть осуществлена управляемость УРО в этой точке траектории (одно из требований ТТЗ);

– второй ПУТ, на котором программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ выбиралась из условия обеспечения в конце этого участка угла атаки $\alpha_{PUT\,2}$ за время $t_{PUT\,2}$;

– третий ПУТ, на котором программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ определялась таким образом, чтобы обеспечить в конце этого участка выход на угол атаки $\alpha_{PUT\,3}$ и высоту полёта $H_{PUT\,3}$;

– четвёртый ПУТ, на котором программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ и продолжительность полёта на этом участке $t_{PUT\,4}$ подбирались таким образом, чтобы обеспечить в конце этого участка выход на требуемый угол тангажа при подлёте к цели φ_c (одно из требований ТТЗ);

– пятый ПУТ, на котором программа изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_c$ принята независимой от времени, а продолжительность полёта на этом участке $t_{PUT\,5}$ в случае максимизации дальности полёта УРО выбиралась минимальной.

Программы изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ на всех участках полёта формировались полиномами вида

$$\varphi_{np}(t) = \sum_{i=0}^{n} A_i \cdot t^i \,, \qquad (2)$$

коэффициенты которых A_i определялись из условия обеспечения максимума целевого функционала $L = L(\overline{p})$ и выполнения указанных выше требований ТТЗ.

На вертикальном участке движения программа управления углом тангажа задавалась соотношением

$$\varphi_{np} = \varphi_{vert} = \frac{\pi}{2}.$$

На участке разворота (активный участок траектории) программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ задавалась кубической параболой ($n = 3$ в соотношении (2)) с учётом следующих условий и ограничений.

В конце участка разворота, при $t = t_{AUT}$, условия для выбора программы управления были приняты следующими:

$$\varphi = \varphi_{AUT}; \qquad \alpha = \alpha_{AUT}. \tag{3}$$

Коэффициенты $A_i, i = \overline{0,3}$ в (2) определялись в результате решения следующей системы линейных относительно коэффициентов A_i уравнений:

$$\begin{cases} A_0 + A_1 \cdot t_{vert} + A_2 \cdot t_{vert}^2 = \varphi_{vert} - A_3 \cdot t_{vert}^3; \\ A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot t_{vert} = -3 \cdot A_3 \cdot \cdot t_{vert}^2; \\ A_0 + A_1 \cdot t_{AUT} + A_2 \cdot t_{AUT}^2 = \varphi_{AUT} - A_3 \cdot t_{AUT}^3. \end{cases}$$

Приведенные соотношения дают возможность определить три коэффициента из четырёх. Четвёртый коэффициент (пусть это будет A_3) подбирался таким образом, чтобы в конце АУТ в результате интегрирования уравнений движения и решения краевой задачи обеспечивался угол атаки $\alpha = \alpha_{AUT}$.

После окончания работы маршевого РДТТ на первом ПУТ программа изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ определялась по соотношению (2), которое при $n = 1$ представляет собой линейную зависимость от времени. При этом коэффициенты A_i, характеризующие программу, подбирались таким образом, чтобы обеспечить на максимальной высоте полёта минимально допустимое значение скоростного напора

$$Q = Q_{mp}. \tag{4}$$

В этом случае коэффициенты A_i в соотношении (2) определялись по формулам:

$$\begin{aligned} A_0 &= \varphi_{AUT} - A_1 \cdot t_{AUT}; \\ A_2 &= A_3 = 0{,}0, \end{aligned} \tag{5}$$

в которых коэффициент A_1 подбирался из условия обеспечения выполнения условия (4) в конце первого ПУТ на высоте $H = H_{\max}$. С учётом изложенного выше угол тангажа φ_{PUT1} в конце первого ПУТ вычислялся по зависимости

$$\varphi_{PUT1} = \varphi_{AUT} + A_1 \cdot (t_{k1} - t_{AUT}) = \varphi_{AUT} + A_1 \cdot t_{PUT1},$$

где t_{k1}, t_{PUT1} – время окончания и продолжительность полёта на первом ПУТ.

Программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ на втором ПУТ задавалась также линейной зависимостью от времени. Коэффициенты A_i в (2) подбирались таким образом, чтобы обеспечить в конце этого участка выход на заданный угол атаки

$\alpha_{PUT\,2}$ за время полёта на этом участке $t_{PUT\,2}$, при этом программа $\varphi = \varphi_{пр}(t)$ определялась с учетом следующих условий:

– в начале второго ПУТ при $t = t_{k1}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_{PUT\,1}$;

– в конце второго ПУТ при $t = t_{k2} = t_{k1} + t_{PUT\,2}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_{PUT\,2}$.

Коэффициенты A_i, входящие в соотношение (2), определялись по формулам:

$$A_0 = \varphi_{PUT\,1} - A_1 \cdot t_{k1}; \quad A_2 = A_3 = 0{,}0. \qquad (6)$$

В (6) коэффициент A_1 подбирался таким образом, чтобы обеспечить в конце второго пассивного участка выполнение условия равенства угла атаки $\alpha = \alpha_{PUT\,2}$, а угол тангажа $\varphi_{PUT\,2}$ в конце второго ПУТ вычислялся по зависимости

$$\varphi_{PUT\,2} = \varphi_{PUT\,1} + A_1 \cdot (t_{k2} - t_{k1}) = \varphi_{PUT\,1} + A_1 \cdot t_{PUT\,2}.$$

Программа изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{пр}(t)$ на третьем ПУТ подбиралась таким образом, чтобы обеспечить в конце этого участка выход на заданный угол атаки $\alpha_{PUT\,3}$, а окончание полёта на этом участке определялось временем достижения УРО заданной высоты $H_{PUT\,3}$. Программа $\varphi = \varphi_{пр}(t)$ определялась с учетом следующих условий:

– в начале третьего ПУТ при $t = t_{k2}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_{PUT\,2}$;

– в конце третьего ПУТ при $t = t_{k3} = t_{k2} + t_{PUT3}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_{PUT\,3}$.

В этом случае коэффициенты A_i в соотношении (2) определялись по формулам:

$$A_0 = \varphi_{PUT\,2} - A_1 \cdot t_{k2}; \quad A_2 = A_3 = 0{,}0. \qquad (7)$$

В (7) коэффициент A_1 подбирался таким образом, чтобы обеспечить в конце третьего ПУТ на высоте $H = H_{PUT\,3}$ выполнение условия равенства угла атаки $\alpha = \alpha_{PUT\,3}$, а угол тангажа φ_{PUT3} в конце третьего ПУТ вычислялся по зависимости

$$\varphi_{PUT\,3} = \varphi_{PUT\,2} + A_1 \cdot (t_{k3} - t_{k2}) = \varphi_{PUT\,2} + A_1 \cdot t_{PUT3}.$$

На четвёртом ПУТ программа изменения угла тангажа подбиралась таким образом, чтобы обеспечить в конце этого участка выход на заданный угол тангажа при подлёте к цели φ_c, при этом продолжительность полёта на этом участке $t_{PUT\,4}$ являлась оптимизируемым параметром траектории. В начале четвёртого ПУТ при $t = t_{k3}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_{PUT\,3}$, а в конце этого участка траектории при $t = t_{k4} = t_{k3} + t_{PUT\,4}$ угол тангажа принимался равным $\varphi = \varphi_c$. Программа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ на четвёртом ПУТ задавалась линейной зависимостью от времени ($n = 1$ в соотношении (2)), а коэффициенты A_i определялись из следующих условий.

$$A_0 = \varphi_{PUT\,3} - A_1 \cdot t_{k3}; \quad A_2 = A_3 = 0{,}0. \qquad (8)$$

В (8) коэффициент A_1 подбирался таким образом, чтобы обеспечить в конце четвёртого ПУТ выполнение условия равенства угла подлёта к цели $\varphi = \varphi_c$.

Программа изменения угла тангажа на пятом ПУТ, как уже указывалось ранее, принималась независимой от времени и определялась соотношением

$$\varphi_{np} = \varphi_c .$$

Программы изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ на каждом участке полёта, проектные параметры УРО и параметры траектории выбирались из условия обеспечения максимального расстояния $L = L_{\max}$, на которое осуществляется доставка заданной массы полезного груза m_{pg}.

В процессе оптимизации проектных параметров УРО и параметров траектории использовалась система дифференциальных уравнений движения центра масс и кинематические соотношения в проекциях на оси земной системы координат [12]:

$$\begin{cases} m \cdot \dfrac{dV_{x3}}{dt} = N_{x3} + G_{x3} - m \cdot j_{cx3}; \\ m \cdot \dfrac{dV_{y3}}{dt} = N_{y3} + G_{y3} - m \cdot j_{cy3}; \\ m \cdot \dfrac{dV_{z3}}{dt} = N_{z3} + G_{z3} - m \cdot j_{zx3}; \\ \dfrac{dm}{dt} = -\dot{m}_c(t); \\ \dfrac{dx_3}{dt} = V_{x3}; \\ \dfrac{dy_3}{dt} = V_{y3}; \\ \dfrac{dz_3}{dt} = V_{z3}, \end{cases}$$

где m – текущее значение массы УРО; V_{x3}, V_{y3}, V_{z3} – проекции вектора скорости движения УРО; N_{x3}, N_{y3}, N_{z3} – проекции суммы аэродинамической силы и силы тяги маршевого РДТТ, действующих на УРО; G_{x3}, G_{y3}, G_{z3} –

проекции силы земного притяжения; $j_{cx3}, j_{cy3}, j_{cz3}$ – проекции ускорения Кориолиса; $\dot{m}_c(t)$ – массовый секундный расход продуктов сгорания маршевого РДТТ.

Соотношения для определения действующих на УРО сил и ускорений в зависимости от программ изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ на различных участках траектории и кинематических параметров движения в проекциях на оси земной системы координат приведены в [12].

Исследование параметрической чувствительности целевого функционала проводилось в предположении малости отклонения вектора $\overline{p}$ от номинального значения $\overline{p}_{nom}$, что дало возможность использовать для оценки чувствительности первые производные целевого функционала $L = L(\overline{p})$ по исследуемым параметрам p_j в окрестности номинальной точки

$$\Delta L = \left(L - L_{nom}\right) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial L}{\partial p_j} \cdot \Delta p_j , \tag{9}$$

где ΔL – реакция целевого функционала на отклонения (вариации) исследуемых параметров Δp_j, $j = \overline{1, n}$ от номинальных значений; L_{nom} – расстояние, на которое доставляется масса полезного груза m_{pg} при номинальном значении вектора исследуемых параметров $\overline{p}_{nom}$.

Максимально возможная реакция $\Delta L_{\max}$ целевого функционала на отклонения проектных параметров от номинальных значений определялась соотношением

$$\Delta L_{\max} = \left|L - L_{nom}\right| = \sum_{j=1}^{n} \left|\frac{\partial L}{\partial p_j}\right| \cdot \left|\Delta p_j\right| . \tag{10}$$

Если предположить, что $\Delta L_{\max}$ – максимально допустимое отклонение расстояния L от номинального значения L_{nom}, то, задаваясь конкретной величиной $\Delta L_{\max}$ и используя математический аппарат теории параметрической чувствительности [9], можно определить требования к точности реализации исследуемых параметров для конкретного варианта УРО и допустимые диапазоны их изменения.

Влияние вариации исследуемого параметра p_j (с использованием принципа равноправности его воздействия на целевой функционал [13]) и допустимое значение вариации Δp_j определялись соотношениями:

$$\Delta L_j = \frac{\Delta L_{\max}}{n} = \left|\frac{\partial L}{\partial p_j}\right| \cdot \left|\Delta p_j\right| , \tag{11}$$

$$\Delta p_j = \frac{\Delta L_j}{\left|\dfrac{\partial L}{\partial p_j}\right|} . \tag{12}$$

Нижняя p_j^n и верхняя p_j^v границы допустимого диапазона изменения проектного параметра p_j вычислялись по формулам:

$$\begin{cases} p_j^n = p_{nom\ j} - \Delta p_j, \\ p_j^v = p_{nom\ j} + \Delta p_j. \end{cases} \quad (13)$$

Входящие в (9) – (12) значения частных производных определялись численным дифференцированием с использованием алгоритма, реализующего расчет целевого функционала на компьютере. При вычислении частной производной в номинальной точке использовалась параболическая аппроксимация сечения функциональной поверхности в направлении изменения исследуемого параметра p_j [14]

$$L(p_j) = \sum_{i=0}^{2} A_i \cdot p_j^i, \quad (14)$$

где коэффициенты A_i определялись в результате решения линейной системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{2} A_i \cdot p_{1\ j}^i = L(p_{1\ j}), \\ \sum_{i=0}^{2} A_i \cdot p_{nom\ j}^i = L_{nom}, \\ \sum_{i=0}^{2} A_i \cdot p_{2\ j}^i = L(p_{2\ j}), \end{cases} \quad (15)$$

где $p_{1\ j}, p_{nom\ j}, p_{2\ j}$ – значения j-го параметра, при которых вычислены, соответственно, значения целевого функционала L.

Частная производная целевого функционала по j-му параметру, при полученных в результате решения системы уравнений (15) коэффициентах, определялась соотношением

$$\frac{\partial L}{\partial p_j} = A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot p_{nom\ j}. \quad (16)$$

Если номинальное значение j-го параметра находилось в окрестности оптимальной точки, то есть в рассматриваемом случае (при максимизации целевого функционала) выполнялось условие

$$L(p_{1\ j}) < L_{nom} > L(p_{2\ j}), \quad (17)$$

допустимый диапазон изменения проектного параметра p_j определялся в результате решения квадратного уравнения [14]

$$\sum_{i=0}^{2} A_i \cdot p_j^i = L_{nom} - \Delta L_j. \quad (18)$$

При этом p_j^n – нижней границе допустимого диапазона изменения параметра p_j – соответствовал меньший, а p_j^v – верхней границе – больший корень уравнения (18).

Допустимая вариация параметра p_j выбиралась наименьшей из следующих соотношений:

$$\begin{cases} \Delta p_{j\,1} = p_{nom\ j} - p_j^n, \\ \Delta p_{j\,2} = p_j^v - p_{nom\ j}. \end{cases} \tag{19}$$

Если условие (17) не выполнялось, то дважды решалось уравнение (18) (один раз со знаком « + », а второй раз со знаком « – » в правой части). Для каждого решения из двух корней уравнения выбирался корректный корень (наиболее близкий к номинальному значению исследуемого параметра). Выбранные таким образом корни уравнения (18) определяли нижнюю и верхнюю границы диапазона изменения исследуемого параметра p_j, а допустимая вариация параметра p_j выбиралась наименьшей из соотношений (19).

Предложенный подход к определению допустимых вариаций исследуемых параметров и диапазонов их изменения позволил учесть нелинейную зависимость целевого функционала от вектора $\overline{p}$ и является более корректным [14], чем непосредственное использование соотношений (12), (13).

В соответствии с (1), проектные параметры УРО ν_n и μ_k зависят от стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО, а также от тяги в пустоте маршевого РДТТ P. Используя рассмотренный выше подход, для определенных по (18), (19) допустимых вариаций проектных параметров ν_n и μ_k можно определить допустимые вариации и диапазоны изменения конструктивных факторов (стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО), а также тяги РДТТ в пустоте P [14, 15].

Максимально возможная реакция $\Delta\mu_k^{\max}$ проектного параметра μ_k на отклонения стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО, а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [9, 14, 15]) могут быть получены по следующим соотношениям:

$$\Delta\mu_k^{\max} = \left|\mu_k - \mu_k^{nom}\right| = \left|\frac{1}{m_0^{nom}} \cdot \Delta m_k\right| + \left|\frac{m_k^{nom}}{\left(m_0^{nom}\right)^2} \cdot \Delta m_0\right|, \tag{20}$$

$$\Delta m_k = \frac{\Delta\mu_k^{\max}}{2} \cdot m_0^{nom}, \tag{21}$$

$$\begin{cases} m_k^v = m_k^{nom} + \Delta m_k, \\ m_k^n = m_k^{nom} - \Delta m_k, \end{cases} \tag{22}$$

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta\mu_k^{\max}}{2 \cdot m_k^{nom}} \cdot \left(m_0^{nom}\right)^2 , \tag{23}$$

$$\begin{cases} m_0^{v} = m_0^{nom} + \Delta m_0 , \\ m_0^{n} = m_0^{nom} - \Delta m_0 , \end{cases} \tag{24}$$

где $\Delta\mu_k^{\max}$ – допустимое приращение относительной конечной массы УРО, определенное с использованием соотношений (14) – (19); μ_k^{nom} – номинальное значение проектного параметра μ_k; $\Delta m_0 , \Delta m_k$ – допустимые вариации начальной и конечной масс УРО; $m_0^n , m_0^v , m_k^n , m_k^v$ – нижние и верхние границы диапазонов изменения начальной m_0 и конечной m_k масс УРО соответственно.

Коэффициент «$\frac{1}{2}$» в (21), (23) указывает на равноправность влияния вариаций двух факторов (стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО) на допустимую вариацию проектного параметра μ_k.

Максимально возможная реакция $\Delta\nu_n^{\max}$ проектного параметра ν_n на отклонения стартовой массы m_0 и тяги РДТТ в пустоте P, а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [14, 15]) могут быть определены из следующих соотношений:

$$\Delta\nu_n^{\max} = \left|\nu_n - \nu_n^{nom}\right| = \left|\frac{g_0}{P_{nom}} \cdot \Delta m_0\right| + \left|\frac{m_0^{nom} \cdot g_0}{\left(P_{nom}\right)^2} \cdot \Delta P\right|, \tag{25}$$

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta\nu_n^{\max} \cdot P_{nom}}{2 \cdot g_0} , \tag{26}$$

$$\begin{cases} m_0^{v} = m_0^{nom} + \Delta m_0 , \\ m_0^{n} = m_0^{nom} - \Delta m_0 , \end{cases} \tag{27}$$

$$\Delta P = \frac{\Delta\nu_n^{\max} \cdot \left(P_{nom}\right)^2}{2 \cdot m_0^{nom} \cdot g_0} , \tag{28}$$

$$\begin{cases} P^{v} = P_{nom} + \Delta P, \\ P^{n} = P_{nom} - \Delta P, \end{cases} \tag{29}$$

где $\Delta\nu_n^{\max}$ – допустимое приращение коэффициента начальной тяговооруженности УРО, определяемое с использованием соотношений (14) – (19); ν_n^{nom}, P_{nom} – номинальные значения коэффициента начальной тяговооруженности ν_n и пустотной тяги РДТТ P соответственно; ΔP – допустимая вариация тяги РДТТ; P^n и P^v – нижняя и верхняя границы диапазона изменения P.

Из двух вариаций начальной массы УРО Δm_0, вычисленных по (23) и (26), выбиралась минимальная вариация, значение которой использовалось для определения допустимых вариаций других исследуемых параметров. В частности, если Δm_0, рассчитанное по (23), получалось меньше Δm_0, рассчитанного по (26), то допустимая вариация тяги ΔP определялась по формуле [14, 15]

$$\Delta P = \frac{\left(\Delta \nu_n - \dfrac{g_0}{P_{nom}} \cdot \Delta m_0\right) \cdot \left(P_{nom}\right)^2}{m_0^{nom} \cdot g_0}, \tag{30}$$

а допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k – по соотношению (21).

Если вариация Δm_0, рассчитанная по (23), получалась больше вариации Δm_0, рассчитанной по (26), то допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k вычислялась по соотношению

$$\Delta m_k = \left(\Delta \mu_k - \frac{m_k^{nom}}{\left(m_0^{nom}\right)^2} \cdot \Delta m_0\right) \cdot m_0^{nom}, \tag{31}$$

а допустимая вариация тяги РДТТ ΔP – по соотношению (28).

Метод решения. Решение задачи исследования параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям исследуемых параметров проводилось в два этапа [14, 15].

На первом этапе осуществлялась оптимизация проектных параметров УРО и оптимизируемых параметров аэробаллистической траектории, значения которых в дальнейшем вносились в состав номинального вектора исследуемых параметров $\bar{p}_{nom}$.

На втором этапе с использованием соотношений (9) – (31) проводилось исследование параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям вектора $\bar{p}$, определялись допустимые вариации исследуемых параметров и диапазоны их изменения.

Обобщенный алгоритм решения задачи исследования параметрической чувствительности на втором этапе реализуется следующим образом.

1. Производятся расчеты целевого функционала для номинального значения вектора $\bar{p}_{nom}$ и для каждого из исследуемых параметров УРО слева $L(p_{1\,j})$ и справа $L(p_{2\,j})$ от номинальной точки.

2. С использованием соотношений (15) – (19) определяются допустимые вариации и диапазоны варьирования вектора проектных параметров $\bar{p}$.

3. По соотношениям (21) – (24) и (26) – (29) вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения стартовой и конечной масс, а также пустотной тяги РДТТ.

4. Производится сравнение допустимых вариаций стартовых масс, рассчитанных по соотношению (23) $(\Delta m_0)_{23}$ и соотношению (26) $(\Delta m_0)_{26}$.

Если $(\Delta m_0)_{23} < (\Delta m_0)_{26}$, то допустимая вариация тяги РДТТ ΔP определяется по (30), а допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k – по соотношению (21).

Если $(\Delta m_0)_{23} > (\Delta m_0)_{26}$, то допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k вычисляется по (31), а допустимая вариация пустотной тяги РДТТ ΔP – по соотношению (28).

В результате расчетов определяются допустимые диапазоны изменения исследуемых параметров, а также таких характеристик УРО, как стартовая и конечная массы УРО.

Иллюстративный пример. По приведенным соотношениям и алгоритму проведено исследование параметрической чувствительности целевого функционала (расстояния $L = L(\bar{p})$, на которое доставляется масса полезного груза) к вариациям исследуемых параметров $\bar{p}$ для одноступенчатого УРО со стартовой массой $m_0 = 2000{,}0$ кг и массой полезного груза m_{pg} = 600 кг. Максимально допустимое отклонение расстояния $\Delta L_{\max}$ было принято равным 5 км. В качестве силовой установки УРО используется РДТТ.

Таблица 1

Параметры	Размерность	Номинальное значение	Допустимый диапазон		Допустимая вариация	% от номинала
Оптимизируемые проектные параметры УРО						
ν_n	-	0,16	0,1597	0,1603	0,0003	0,169
μ_k	-	0,3569	0,3565	0,3573	0,0004	0,102
p_k	кгс/см^2	73,74	72,0956	75,3844	1,6444	2,230
D_a	м	0,42	0,4174	0,4226	0,0026	0,621
β_a	град.	9,0	8,6648	9,2470	0,2470	2,745
Оптимизируемые параметры аэробаллистической траектории						
φ_{AUT}	град.	29,35	28,9211	30,0908	0,4289	1,461
α_{AUT}	град.	-1,11	-1,2188	-1,0012	0,1088	9,802
$\alpha_{PUT\,2}$	град.	15,0	14,2706	15,7294	0,7294	4,863
$t_{PUT\,2}$	с	45,45	42,6367	48,2633	2,8133	6,190
$\alpha_{PUT\,3}$	град.	15,0	14,1438	15,8562	0,8562	5,708
$H_{PUT\,3}$	км	11,42	10,1545	12,6029	1,1829	10,359
$t_{PUT\,4}$	с	56,0	53,5845	58,4155	2,4155	4,313
Параметры, характеризующие требования ТТЗ, а также другие исследуемые факторы						
t_{vert}	с	3,0	2,8197	3,1803	0,1803	6,009
Q_{mp}	кгс/м^2	100,0	98,4917	101,5083	1,5083	1,508
φ_c	град.	-90,0	-93,6232	86,3768	3,6232	4,026
m_0	кг	2000,0	1999,0	2001,0	1,0	0,05
m_k	кг	710,2	709,8	710,6	0,36	0,05
P	кгс	12500,0	12489,5	12510,5	10,5	0,08

В таблице 1 приведены:

– полученные в результате оптимизации номинальные значения проектных параметров УРО и параметров траектории,

– параметры, характеризующие отдельные требования ТТЗ;

– результаты исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям исследуемых параметров.

Выводы. Как показали результаты исследований, приведенные в таблице 1, целевой функционал наиболее чувствителен к вариациям следующих исследуемых параметров и факторов: ν_n, μ_k, m_0, m_k, P, допустимый процент отклонения которых от номинального значения составляет менее 0,2 %. При изготовлении УРО к этим параметрам и факторам должны предъявляться повышенные требования к точности их реализации.

К остальным проектным параметрам УРО, таким как p_k, β_a и параметрам траектории, таким как α_{AUT}, $\alpha_{PUT\,2}$, $t_{PUT\,2}$, $\alpha_{PUT\,3}$, $H_{PUT\,3}$, $t_{PUT\,4}$, t_{vert} целевой функционал менее чувствителен (для них допустимый процент отклонения от номинальных значений составляет более 4 %), что дает определенную свободу при реализации этих параметров на конкретном УРО.

Следует обратить внимание на реализацию на конкретном УРО таких параметров и факторов, как диаметр среза сопла D_a, угол тангажа в конце АУТ φ_{AUT}, скоростной напор на максимальной высоте Q_{mp}, допустимые вариации которых занимают промежуточное положение между первой и второй группами исследуемых параметров.

Предложенная методика оценки параметрической чувствительности может быть применена для выявления исследуемых параметров и факторов, сильно и слабо влияющих на целевой функционал, что может быть использовано при разработке эффективных методов решения задач начального этапа проектирования УРО. Кроме того, результаты оценки параметрической чувствительности целевого функционала позволяют выработать при создании УРО требования к точности реализации проектных параметров, параметров траектории, параметров, характеризующих требования ТТЗ, и некоторых конструктивных факторов.

Проведение исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям перечисленных выше параметров и конструктивных факторов целесообразно включать как один из необходимых элементов в начальный этап проектирования УРО различных классов.

1. *Tewari* Ashish. Advanced control of aircraft, spacecraft and rockets. Kanpur: John Wiley & Sons, 2011. 456 p.
2. *Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.* Вклад ленинградских ученых в развитие теории чувствительности систем управления. Труды СПИИРАН. 2013. Вып. 2 (25). С. 13 – 41.
3. *Боде Г.* Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью: пер. с англ. и ред. А. А. Колосова. М.: Гос. изд-во иностр. лит., 1948. 641 с.
4. *Быховский М. Л.* Основы динамической точности электрических и механических цепей. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 157 с.
5. *Алемасов В. Е., Дерегалин А. Ф., Тишин А. П.* Теория ракетных двигателей: учебник для вузов под общ. ред. *Глушко В. П.* М.: Машиностроение, 1980. 535 с.
6. *Георгиев А. Ф.* Методика оценки влияния вариаций массовых и жесткостных параметров летательного аппарата на его аэроупругие характеристики: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. 22 с.
7. *Смердов А. А.* Разработка методов проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники: автореф. дис. … док. техн. наук. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. 410 с.
8. *Измайлов А. Ф.* Чувствительность в оптимизации. М.: Физматлит, 2006. 248 с.

9. *Томович Р., Вукобратович М.* Общая теория чувствительности. М., 1972. 240 с.
10. *Сенькин В. С.* Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта. Техническая механика. 2000. № 1. С. 46 – 50.
11. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса. Техническая механика. 2009. № 1. С. 80 – 88.
12 *Лебедев А. А., Герасюта Н. Ф.* Баллистика ракет. М.: Машиностроение, 1970. 244 с.
13. *Петренко А. И.* Основы автоматизации проектирования. Киев: Техника, 1982. 295 с.
14 Сенькин В. С. Исследование чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров ракеты-носителя. Техническая механика. 2010. № 4. С. 97 – 108.
15. *Сенькин В. С., Сюткина-Доронина С. В.* Исследование чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров управляемого ракетного объекта. Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 3. С. 9 – 17.

Получено 20.11.2016,
в окончательном варианте 02.12.2016