УДК 629.78.533.6.013:621.45

Н . Д. КОВАЛЕНКО, Е. Л. ТОКАРЕВА

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИИ КАМЕРЫ ЖИДКОСТНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРАВЛЕНИЯ ВЕКТОРОМ ТЯГИ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: tokel@ukr.net

Проведена оценка влияния жесткости конструкции камеры жидкостного ракетного двигателя с соплом большой степени расширения на характеристики управления вектором тяги. Разработана упрощенная математическая модель. В рамках разработанной модели оценено влияние амплитудно-частотных характеристик качающейся камеры двигателя при вынужденных гармонических колебаниях. Показано, что рассматриваемая камера сгорания выглядит достаточно жесткой, чтобы не создавать заметных помех управлению вектором тяги при частоте качания 10 Гц и менее, но есть возможность существенного влияния на этот процесс жесткости привода качания и жесткости выходной части раструба неохлаждаемой части сопла двигателя.

Проведено оцінку впливу жорсткості конструкції камери рідинного ракетного двигуна з соплом великого ступеню розширення на характеристики управління вектором тяги. Розроблено спрощену математичну модель. В рамках розробленої моделі оцінено вплив амплітудно-частотних характеристик камери двигуна, що хитається, при вимушених гармонійних коливаннях. Показано, що така камера згоряння виглядає досить жорсткою, щоб не створювати помітних перешкод управлінню вектором тяги при частоті коливання 10 Гц і менш, але є можливість істотного впливу на цей процес жорсткості приводу гойдання і жорсткості вихідної частини розтруба неохолоджуваної частини сопла двигуна.

The effects of structural rigidity of the liquid rocket engine chamber with a high-expansion nozzle on the characteristics of the thrust-vector control are assessed. A simplified mathematical model is developed. For the model developed the effects of the amplitude-frequency characteristics of the swinging combustion chamber of an engine are estimated under forced harmonic vibrations. It is shown that the chamber of combustion under consideration can appear as a reasonably rigid chamber without inducing a significant interference for thrust vector control at swinging frequency of 10 Hz or less. However, there is a possibility of a significant effect of rigidity of the swinging drive and that of the outlet of an uncooled section mouth for the engine nozzle on the above process.

Ключевые слова: *жидкостной ракетный двигатель, камера сгорания, качание, управление вектором тяги, жесткость конструкции*.

Введение. Ракетный двигатель как исполнительный орган системы управления полетом (ИОСУП) ракеты решает задачи управления и стабилизации ракеты в полете. Регулированием вектора тяги двигательной установки относительно продольной оси ракеты создаются управляющие усилия по каналам тангаж и рыскание. Подавляющее большинство ИОСУП регулируют вектор тяги управлением сверхзвуковым потоком газа, вытекающим из сопла ракетного двигателя [1]. Газодинамическое регулирование вектора тяги ракетных двигателей обеспечивается несимметричной инжекцией в сверхзвуковую часть сопла компонентов топлива или продуктов их сгорания. Механическое регулирование вектора тяги ракетных двигателей основано на повороте (качании) камеры двигателя или двигателя в целом [2 – 4].

Решение современных и перспективных задач ракетно-космической техники требует разработки новых и совершенствования существующих схем регулирования вектора тяги двигательной установки верхних космических ступеней «бывших боевых» ракет [5, 6]. К перспективным схемам относятся бифункциональные системы управления вектором тяги жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) [7, 8], которые совмещают газодинамическую и механическую систему управления вектором тяги (СУВТ) и позволяют оптималь-

© Н. Д. Коваленко, Е. Л. Токарева, 2016

но решать задачу управления верхней космической ступенью ракеты с большой массовой асимметрией на всех этапах полета. Исследование влияния жесткости конструкции качающейся камеры на боковую составляющую вектора тяги и работоспособность СУВТ не теряет своей актуальности.

При качании камеры сгорания ЖРД с соплом большой степени расширения предполагается, что при небольших углах качания обеспечиваются достаточно высокие (порядка 10 Гц) частоты изменения вектора тяги. Конструкция камеры двигателя с длинной высотной сверхзвуковой частью сопла специально не отрабатывалась при таких динамических режимах. Моделирование динамики конструкции камеры с таким соплом при ее несимметричном нагружении представляет собой достаточно сложную задачу теории длинных оболочек с существенно уменьшающейся жесткостью. Целью настоящего исследования является инженерная оценка влияния жесткости конструкции камеры двигателя на характеристики управления вектором тяги. Для этого разработана математическая модель, предназначенная для предварительного анализа влияния жесткости конструкции качающейся камеры на боковую составляющую вектора тяги.

Расчетная схема. Камера двигателя показана на рисунке 1 и представляет собой паяно-сварную конструкцию с прямоугольными элементами связи между внутренней и наружной оболочками. От смесительной головки камеры (сечение 1 на рис. 1) до входного коллектора горючего (патрубок с буквой «Г» на рис. 1) оболочка камеры представляет собой систему тонкостенных одноходовых оребренных каналов (сечение А – А на рис. 1) с дополнительным теплозащитным покрытием огневой стенки (сечения Б – Б на рис. 1) в камере сгорания и около минимального сечения сопла камеры (сечение 3 на рис. 1). От входного патрубка горючего до среза охлаждаемой части сопла (сечение 6 на рис. 1) оболочка камеры – система еще более тонкостенных одноходовых или двухходовых трубчатых каналов (сечения В – В на рис. 1), по которым компоненты топлива («Г» на рис. 1 – горючее, «О» – окислитель), охлаждая конструкцию двигателя, поступают в камеру сгорания. Движение компонентов топлива на рисунке показано стрелками. Реальные конструкции камер космических ступеней ракет-носителей могут иметь неохлаждаемую часть сопла в виде тонкостенного раструба, который на рисунке показан штриховой линией.

Если камеру двигателя рассматривать как тонкостенный стержень, распределение изгибной жесткости вдоль камеры сгорания по характерным сечениям 1 – 6, показанным на рисунке 1, можно оценить по приближенным данным, приведенным в табл. 1 [8, 9].

Таблица 1 – Изменение жесткости камеры двигателя

Номер сечения на рис. 1	1	2	3	4	5	6
Расстояние z от головки камеры сгорания до сечения, м	0	0,18	0,286	0,346	0,353	1,34
Диаметр D сечения, м	0,18	0,18	0,076	0,157	0,16	0,8
Жесткость на изгиб EI_x, Н·м·10^5	12	14	1,7	12,5	4,6	340

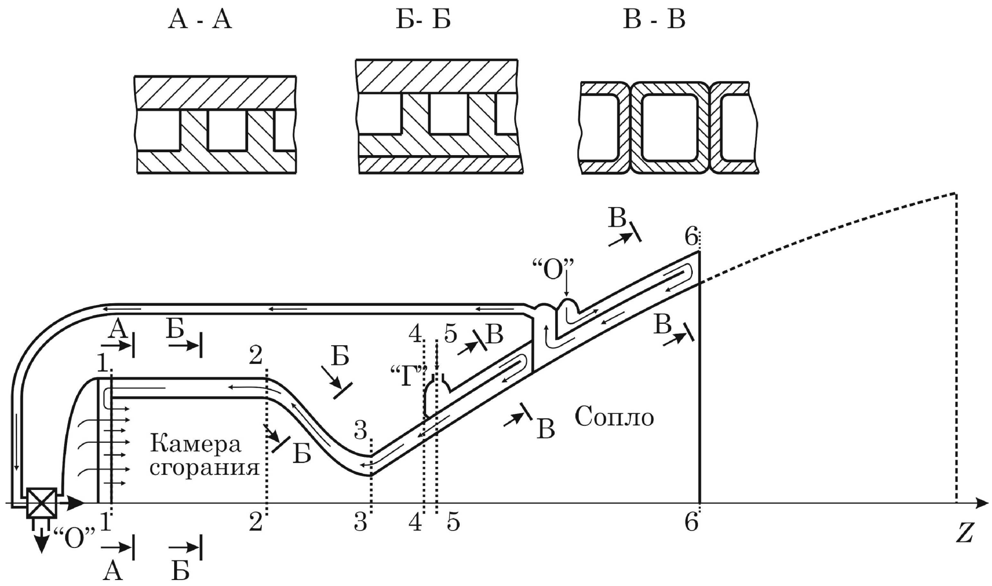

Рис. 1

Из приведенных данных видно, что конструкция наиболее податлива на изгиб в области минимального сечения сопла (z = 0,28 – 0,3 м), а также в сечении, где начинается трубчатая часть камеры с толщиной стенок трубок 0,3 мм (z = 0,3 м). С ростом диаметра жесткость трубчатой камеры быстро увеличивается и на срезе охлаждаемой части сопла на два порядка превышает значение в сечении z = 0,35 м.

Резкое понижение жесткости в области минимального сечения сопла позволяет рассматривать в первом приближении остальные части конструкции камеры сгорания как жесткие в отношении поперечных колебаний. Существует теоретическая возможность локальной деформации менее жесткой трубчатой части сверхзвукового сопла при некоторых формах колебаний, однако ее анализ представляет интерес более с точки зрения прочности конструкции, чем со стороны влияния на управление вектором тяги. Действительно, существенная деформация приведет, скорее всего, к разрушению камеры, а незначительные деформации не внесут заметного вклада в боковые управляющие усилия.

Кроме области минимального сечения, следует учесть в модели конечную жесткость привода качания, которая может оказать еще большее влияние на характеристики управления вектором тяги. Поэтому для предварительных оценок представляется целесообразным использовать простую схему, показанную на рисунке 2.

На рисунке модельная механическая система состоит из двух жестких стержней с сосредоточенными массами, соединенных упругим шарниром *Ш2* (жесткость c_2). Один из стержней присоединен через упругий шарнир *Ш1* (жесткость c_1) к основанию, которое может совершать заданное вращательное движение (качание). Другой стержень нагружен постоянной по абсолютной величине следящей силой P, направленной вдоль его оси к шарниру *Ш2*.

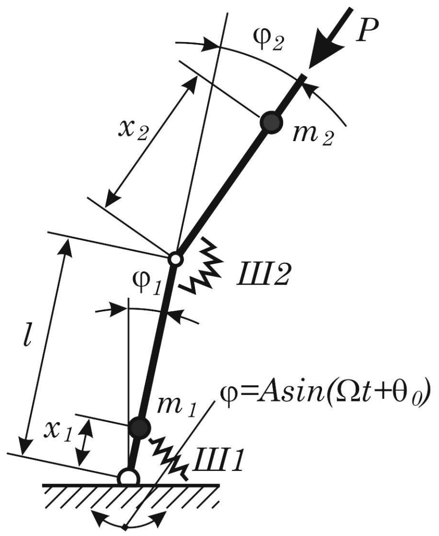

Рис. 2

Длина стержня, моделирующего дозвуковую часть камеры сгорания, равна l, а его масса m_1 сосредоточена на расстоянии x_1 от шарнира *Ш1*. Масса m_2 второго стержня, моделирующего сверхзвуковую часть сопла, сосредоточена на расстоянии x_2 от шарнира *Ш2*. Угол φ_1 отсчитывается от мгновенного направления недеформированной упругой оси камеры при том же заданном движении основания. Угол φ_2 – это острый угол между осями стержней. Угловое положение φ недеформированной упругой оси в инерциальной системе координат считается заданной функцией времени t, например

$$\varphi(t) = A\sin(\Omega t + \theta_0). \qquad (1)$$

Вывод уравнений движения. Для вывода уравнений движения описанной выше системы с двумя степенями свободы воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода, записанными для случая движения в подвижной системе отсчета [11]. В качестве лагранжевых координат возьмем углы φ_1 и φ_2. Если предположить что система отсчета, связанная с корпусом ракеты, является ньютоновой, а начало подвижной системы отсчета поместить в центр шарнира Ш1, то угол φ между соответствующими осями двух систем отсчета определяется уравнением (1).

Функция Лагранжа L в подвижной системе имеет вид [11]

$$L = T + (\omega \cdot \eta) - V', \qquad (2)$$

$$V' = V + M(\mathrm{R} \cdot \mathrm{f}) - \frac{1}{2} I \omega^2,$$

где T – кажущаяся кинетическая энергия относительно подвижной системы; η – вектор кажущегося момента количества движения, то есть момента количества движения, как его оценил бы наблюдатель, связанный с подвижной системой отсчета; V – потенциальная энергия; M – полная масса системы; I – момент инерции всей системы в рассматриваемый момент времени относительно оси, проходящей через начало подвижной системы отсчета в направлении вектора угловой скорости подвижной системы ω; R – радиус-вектор центра масс системы; f – ускорение точки, соответствующей началу подвижной системы отсчета.

С учетом малости углов φ_1 и φ_2, для величин, входящих в формулу (1), имеем

$$T = \frac{1}{2}\left\{m_1(x_1\dot\varphi_1)^2 + m_2\left[(l + x_2)\dot\varphi_1 + x_2\dot\varphi_2\right]^2\right\};$$

$$f = 0;$$

$$V = \frac{1}{2}\left(c_1\varphi_1^2 + c_2\varphi_2^2\right);$$

$$I = m_1x_1^2 + m_2(l + x_2)^2;$$

$$(\omega \cdot \eta) = \omega\left\{m_1x_1^2\dot\varphi_1 + m_2(l + x_2)\left[(l + x_2)\dot\varphi_1 + x_2\dot\varphi_2\right]\right\}.$$

Из выражения для виртуальной работы $\delta A = -Pl\varphi_2\delta\varphi_1$ определяем обобщенные силы $Q_1 = -Pl\varphi_2, \quad Q_2 = 0.$

Формула для функции Лагранжа (2) принимает вид

$$L = \frac{1}{2}\left\{m_1(x_1\dot\varphi_1)^2 + m_2\left[(l + x_2)\dot\varphi_1 + x_2\dot\varphi_2\right]^2\right\} +$$
$$+ \omega\left\{m_1x_1^2\dot\varphi_1 + m_2(l + x_2)\left[(l + x_2)\dot\varphi_1 + x_2\dot\varphi_2\right]\right\} -$$
$$- \frac{1}{2}\left(c_1\varphi_1^2 + c_2\varphi_2^2\right) + \frac{\omega^2}{2}\left[m_1x_1^2 + m_2(l + x_2)^2\right].$$

Уравнения движения

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial\varphi_i} - Q_i = 0, \quad i = 1,2$$

после преобразований принимают вид

$$\left.\begin{aligned}\ddot\varphi_1 &= -\ddot\varphi(t) + a_{11}\varphi_1 + a_{12}\varphi_2;\\ \ddot\varphi_2 &= \qquad\quad + a_{21}\varphi_1 + a_{22}\varphi_2,\end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

где

$$a_{11} = -\frac{c_1}{m_1x_1^2}; \quad a_{12} = \frac{c_2\xi_2 - Pl}{m_1x_1^2}; \quad a_{21} = -\xi_2a_{11}; \quad a_{22} = -\frac{c_2}{m_2x_2^2} - \xi_2a_{12};$$

$$\xi_2 = \frac{l + x_2}{x_2}.$$

Решение уравнений движения. Если вынужденное движение задано гармонической функцией (1), то

$$\ddot\varphi = -A\Omega^2\sin(\Omega t + \theta_0), \tag{4}$$

а начальные условия могут быть заданы в виде

$$t = 0; \quad \theta_0 = \frac{\pi}{2}; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad \dot\varphi_1 = \dot\varphi_2 = 0. \tag{5}$$

Полное решение системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка (3) будет суммой общего и частного решений [12].

Частное решение неоднородной системы в случае гармонического вынужденного движения (1) имеет вид

$$\varphi_{11} = A_1 \sin(\Omega t + \theta_0); \quad \varphi_{21} = A_2 \sin(\Omega t + \theta_0), \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} &A_1 = -A\Omega^2 (a_{22} + \Omega^2)/D; \quad A_2 = A\Omega^2 a_{21}/D; \\ &D = (a_{11} + \Omega^2)(a_{22} + \Omega^2) - a_{12}a_{21}. \end{aligned} \tag{7}$$

Анализ знаков коэффициентов биквадратного характеристического уравнения однородной системы

$$s^4 - (a_{11} + a_{22})s^2 + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0 \tag{8}$$

показывает, что уравнение (8) имеет четыре различных мнимых корня

$$s_i = \pm i \sqrt{\frac{1}{2}\left| a_{11} + a_{22} \pm \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}} \right|}. \tag{9}$$

Решение однородной системы записывается в виде [12]

$$\varphi_{10} = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i e^{s_i t}; \quad \varphi_{20} = \sum_{i=1}^{4} \beta_i e^{s_i t}, \tag{10}$$

где коэффициенты $\alpha_i, \beta_i, i = 1,...,4,$ связаны соотношениями

$$\alpha_i (a_{11} - s_i^2) + \beta_i a_{12} = 0; \quad \alpha_i a_{21} + \beta_i (a_{22} - s_i^2) = 0. \tag{11}$$

В момент времени $t = 0$ из (5), (6) и (10) следует

$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i + A_1 = 0; \quad \sum_{i=1}^{4} \beta_i + A_2 = 0; \quad \sum_{i=1}^{4} \alpha_i s_i = 0; \quad \sum_{i=1}^{4} \beta_i s_i = 0,$$

а после подстановки β_i из первого равенства (11)

$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i = -A_1; \sum_{i=1}^{4} \alpha_i s_i^2 = -a_{11}A_1 - a_{12}A_2; \sum_{i=1}^{4} \alpha_i s_i = 0; \sum_{i=1}^{4} \alpha_i s_i^3 = 0. \tag{12}$$

С учетом того, что $s_2 = -s_1, s_4 = -s_3$, из третьего и четвертого уравнений (12) получаем, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_1^*/2, \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_2^*/2$, а из первого и второго уравнений определяются значения α_1^* и α_2^*:

$$\alpha_1^* = \frac{-(a_{11} - s_3^2)A_1 - a_{12}A_2}{a_{11} + a_{22}}; \quad \alpha_2^* = \frac{(a_{11} - s_1^2)A_1 + a_{12}A_2}{a_{11} + a_{22}}. \tag{13}$$

Для коэффициентов второго уравнения (10) получаем значения β_1^* и β_2^*:

$$\beta_1^* = \frac{-\left(a_{22} - s_3^2\right)A_2 - a_{21}A_1}{a_{11} + a_{22}}; \quad \beta_2^* = \frac{\left(a_{22} - s_1^2\right)A_2 + a_{21}A_1}{a_{11} + a_{22}}. \qquad (14)$$

Используя полученные результаты и преобразуя выражения (10) с помощью формулы Эйлера [11], имеем окончательно

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{10} + \varphi_{11} = \alpha_1^* \cos|s_1|t + \alpha_2^* \cos|s_3|t + A_1 \cos\Omega t; \\ \varphi_2 &= \varphi_{20} + \varphi_{21} = \beta_1^* \cos|s_1|t + \beta_2^* \cos|s_3|t + A_2 \cos\Omega t, \end{aligned} \qquad (15)$$

где собственные числа s_i $(i = 1,3)$ даны формулами (9), коэффициенты α_j^* и β_j^* $(j = 1,2)$ – формулами (13) и (14), а коэффициенты A_1 и A_2 – формулами (7).

Для оценки качества управления вектором тяги в рамках выбранной модели можно использовать функцию рассогласования между расчетным управляющим боковым усилием для жесткой системы $P_{б0} = (P_O + P)\sin\varphi$ и для упругой системы $P_б = P_O \sin(\varphi + \varphi_1) + P\sin(\varphi + \varphi_1 + \varphi_2)$. Здесь через P_O обозначена тяга очкового сопла (сопла без сверхзвуковой части), а через P – тяга сверхзвуковой части, рассматриваемая в настоящей модели как следящая сила. В силу малости углов разность $P_б - P_{б0}$ можно приближенно представить в виде

$$\Delta P_б = \left(P_O + P\right)\varphi_1 + P\varphi_2 = A\left(P_O + P\right)\left(\overline{\varphi}_1 + K\overline{\varphi}_2\right) = A\left(P_O + P\right)\delta P_б,$$

где $K = P/\left(P_O + P\right)$ – постоянное отношение тяги сверхзвуковой части сопла к тяге камеры сгорания; $\overline{\varphi}_1 = \varphi_1 / A, \overline{\varphi}_2 = \varphi_2 / A$ – угловые деформации в шарнирах Ш1 и Ш2, отнесенные к амплитуде угла качания жесткой камеры.

Легко видеть, что относительное рассогласование $\delta P_б$ как функция времени имеет ту же форму, что и деформации φ_1 и φ_2:

$$\delta P_б = \gamma_1 \cos|s_1|t + \gamma_2 \cos|s_3|t + A_P \cos\Omega t. \qquad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \left(\alpha_1^* + K\beta_1^*\right)/A, \\ \gamma_2 &= \left(\alpha_2^* + K\beta_2^*\right)/A, \\ A_P &= \left(A_1 + KA_2\right)/A. \end{aligned} \qquad (17)$$

Как видно из соотношений (7), (13) и (14), коэффициенты в формулах (17) не зависят от амплитуды угла качания A, но являются функциями частоты качания Ω.

Оценка параметров модели и анализ результатов. Жесткость пружины в шарнире *Ш2*, эквивалентная жесткости на изгиб участка упругого стержня между определенными сечениями и для сечений $z = z_1$ и $z = z_2$, определяется по формуле

$$c_2 = 1 \Bigg/ \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{EI_x(z)}, \qquad (18)$$

где $EI_x(z)$ – жесткость на изгиб, переменная вдоль упругой оси стержня.

С достаточной степенью точности можно принять, что контур меридионального сечения срединной поверхности стенки камеры на участке дозвуковой части камеры сгорания в окрестности минимального сечения (часть контура между сечениями 2 и 3 на рис. 1) представляет собой окружность с радиусом ρ, вдвое превышающим радиус минимального сечения контура R_0 (сечение 3 на рис. 1). Поместив начало оси z в центр минимального сечения с направлением в сторону дозвуковой части камеры и считая приведенный модуль упругости E и толщину стенки камеры h_0 постоянными на рассматриваемом участке, вычислим интеграл в выражении (17), определяя статический момент I_x по формуле

$$I_x = \frac{\pi h_0}{\cos\phi}\left[R_0 + \rho(1-\cos\phi)\right]^3 = \frac{I_{x0}}{\overline{R}_0^3 \cos\phi}\left(\overline{R}_0 + 1 - \cos\phi\right)^3,$$

где $I_{x0} = \pi h_0 R_0^3$ – статический момент в минимальном сечении; $\overline{R}_0 = R_0/\rho$ – относительная ордината контура в минимальном сечении; ϕ – угол дуги окружности участка контура от минимального до текущего сечения, изменяющийся от 0 до $\pi/4$. Для текущего сечения $z = \rho\sin\phi$, так что $dz = \rho\cos\phi\, d\phi$ и искомый интеграл (18) запишется в виде

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{EI_x(z)} = \frac{\rho\overline{R}_0^3}{EI_{x0}} \int_0^{\phi_2=\pi/4} \frac{\cos^2\phi\, d\phi}{\left(\overline{R}_0 + 1 - \cos\phi\right)^3} = \frac{\rho\overline{R}_0^3}{EI_{x0}} J.$$

После подстановки $t = \mathrm{tg}\frac{\phi}{2}$ интеграл J приводится к виду

$$J = \frac{2}{\left(\overline{R}_0 + 2\right)^3} \int_0^{t_2=\sqrt{2}-1} \frac{\left(1-t^2\right)^2 dt}{\left(a^2+t^2\right)^3},$$

где $a^2 = \overline{R}_0 \big/ \left(\overline{R}_0 + 2\right)$, и берется в явном виде

$$J = 2\left(\frac{a^2}{\overline{R}_0}\right)^3 \left[\frac{3a^4 - 2a^2 + 3}{8a^5}\mathrm{arctg}\frac{t_2}{a} + \frac{\left(a^2+1\right)\left(3-5a^2\right)t_2}{8a^4\left(a^2+t_2^2\right)} + \frac{\left(a^2+1\right)^2 t_2}{4a^2\left(a^2+t_2^2\right)^2}\right].$$

Теперь, преобразовав выражение (17) к виду

$$c_2 = \frac{\overline{z}}{J}\frac{EI_{x0}}{z_2 - z_1} = K_C \frac{EI_{x0}}{z_2 - z_1},$$

где $\overline{z} = (z_2 - z_1)/\rho = \sin\phi_2 = \sqrt{2}/2$, можно оценить величину коэффициента K_C. При значениях параметров $\overline{R}_0 = 0{,}5;\ a^2 = 0{,}2\ u\ t_2 = \sqrt{2} - 1$ величина коэффициента K_C составляет примерно 1,58. Во столько раз при $\overline{R}_0 = 0{,}5$ эквивалентная жесткость участка тонкостенного стержня в форме тороидального сегмента с углом 45° превышает эквивалентную жесткость цилиндрического участка с такими же наименьшим диаметром и длиной [13], так что для $EI_{x0} \cong 1{,}7 \cdot 10^5$ Н·м² и длины участка $z_2 - z_1 = 0{,}057$ м жесткость c_2 шарнира *Ш2* будет около $4{,}7 \cdot 10^6$ Н·м/рад.

Ввиду отсутствия информации о приводе качания, необходимой для оценки эквивалентной жесткости c_1 пружины в шарнире *Ш1*, этот параметр будет варьироваться для оценки влияния жесткости привода на качество управления вектором тяги. Для типичного ЖРД с качающейся камерой сгорания: $l = 0{,}3$ м; $x_1 = 0{,}1$ м; $m_1 = 8$ кг; $x_2 = 0{,}5$ м; $m_2 = 16$ кг; $P = 30000$ Н при $K = 0{,}4$. При этих параметрах коэффициенты a_{ij} системы (3) будут равны:

$$a_{11} = -12{,}5\, c_1;$$

$$a_{12} = \left(\frac{c_2 \xi_2}{m_1 x_1^2} = 9{,}4 \cdot 10^7 \right) - \left(\frac{Pl}{m_1 x_1^2} = 1{,}125 \cdot 10^5 \right) = 9{,}38875 \cdot 10^7;$$

$$a_{21} = 20\, c_1;$$

$$a_{22} = -1{,}51395 \cdot 10^8.$$

Из приведенной структуры коэффициента a_{12} видно, что при существующей жесткости на изгиб области минимального сечения сопла влиянием следящей силы на движение системы можно пренебречь.

Определим параметры решения (15) и (16) при максимальной частоте вынужденных колебаний 10 Гц ($\Omega = 20\pi \approx 62{,}83$ рад/с, $\Omega^2 \approx 3948$) и амплитуде $A = 1$. Коэффициенты a_{11} и a_{21} зададим для трех значений c_1: $c_1 = 0{,}1\, c_2$; $c_1 = c_2$ и $c_1 = 10\, c_2$, то есть $a_{11} = -(5{,}875 \cdot 10^6;\ 5{,}875 \cdot 10^7;\ 5{,}875 \cdot 10^8)$ и $a_{21} = (9{,}4 \cdot 10^6;\ 9{,}4 \cdot 10^7;\ 9{,}4 \cdot 10^8)$. Если пренебречь величиной Ω^2 в выражениях амплитуд частного решения (7) по сравнению с коэффициентами a_{11} и a_{22}, то получим приближенные формулы, проясняющие влияние отдельных параметров на амплитуды колебаний с частотой вынужденного движения:

$$A_1 \approx \Omega^2 \frac{m_1 x_1^2}{c_1} \left(1 + \xi_2^2 \frac{m_2 x_2^2}{m_1 x_1^2} \right); \quad A_2 \approx \Omega^2 \xi_2 \frac{m_2 x_2^2}{c_2}.$$

Параметры точного решения приведены в таблице 2.

Таблица 2

Параметр	Значение		
Жесткость пружины *Ш1* c_1, Н·м/рад	$4{,}7 \cdot 10^5$	$4{,}7 \cdot 10^6$	$4{,}7 \cdot 10^7$
Амплитуда составляющей изменения угла φ_1 с частотой вынужденного движения Ω, A_1, рад	$9{,}51 \cdot 10^{-2}$	$8{,}76 \cdot 10^{-3}$	$8{,}69 \cdot 10^{-4}$
Амплитуда составляющей изменения угла φ_2 с частотой вынужденного движения Ω, A_2, рад	$5{,}91 \cdot 10^{-3}$	$5{,}44 \cdot 10^{-3}$	$5{,}40 \cdot 10^{-3}$
s_1^2	$-4{,}39 \cdot 10^4$	$-3{,}29 \cdot 10^5$	$-9{,}35 \cdot 10^5$
s_3^2	$-1{,}57 \cdot 10^8$	$-2{,}10 \cdot 10^8$	$-7{,}38 \cdot 10^8$

Параметр	Значение		
Амплитуда составляющей изменения угла φ_1 с частотой $\|s_1\|$, α_1^*, рад	$9{,}51 \cdot 10^{-2}$	$8{,}73 \cdot 10^{-3}$	$8{,}63 \cdot 10^{-4}$
Амплитуда составляющей изменения угла φ_1 с частотой $\|s_2\|$, α_2^*, рад	$9{,}31 \cdot 10^{-7}$	$5{,}23 \cdot 10^{-6}$	$4{,}25 \cdot 10^{-6}$
Амплитуда составляющей изменения угла φ_2 с частотой $\|s_1\|$, β_1^*, рад	$5{,}91 \cdot 10^{-3}$	$5{,}43 \cdot 10^{-3}$	$5{,}39 \cdot 10^{-3}$
Амплитуда составляющей изменения угла φ_2 с частотой $\|s_2\|$, β_2^*, рад	$-1{,}50 \cdot 10^{-6}$	$-8{,}42 \cdot 10^{-6}$	$-6{,}81 \cdot 10^{-6}$
Амплитуда составляющей отклонения боковой силы с частотой $\|s_1\|$, γ_1, %	9,74	1,09	0,30
Амплитуда составляющей отклонения боковой силы с частотой $\|s_2\|$, γ_2, %	$3{,}31 \cdot 10^{-5}$	$1{,}86 \cdot 10^{-4}$	$1{,}52 \cdot 10^{-4}$
Амплитуда составляющей отклонения боковой силы с частотой вынужденного движения Ω, A_P, %	9,75	1,09	0,30

Из анализа табл. 2 следует, что, с точки зрения упрощенной модели, рассматриваемая качающаяся камера сгорания выглядит достаточно жесткой, чтобы не создавать заметных помех управлению вектором тяги при частоте качания 10 Гц и менее. Вместе с тем, модель указывает на возможность существенного влияния жесткости привода качания на управление вектором тяги. Так, в случае, если эквивалентная жесткость привода окажется на порядок меньше эквивалентной жесткости камеры сгорания, отклонение создаваемого бокового усилия от расчетного будет около 20 процентов, причем половина этого отклонения придется на упругие колебания с частотой качания камеры, а другая половина – на собственные колебания с примерно втрое большей частотой (33 Гц в нашем примере).

Выводы. С помощью упрощенной модели, учитывающей лишь упругость области минимального сечения сопла и привода качания, выполнена приближенная теоретическая оценка динамических характеристик качающейся камеры сгорания ЖРД с точки зрения их влияния на управление вектором тяги. Показано, что в рамках этой модели рассматриваемая камера сгорания выглядит достаточно жесткой, чтобы не создавать заметных помех управлению вектором тяги при частоте качания 10 Гц и менее, но есть возможность существенного влияния на этот процесс жесткости привода качания и жесткости выходной части раструба неохлаждаемой часть сопла. Так, в случае, если эквивалентная жесткость привода окажется на порядок меньше эквивалентной жесткости камеры сгорания, отклонение создаваемого бокового усилия от расчетного будет около 20 процентов. Дальнейшие исследования влияния динамики качающейся камеры сгорания жидкостного ракетного двигателя на управление вектором тяги целесообразно продолжить с учетом жесткости неохлаждаемой части сопла ЖРД.

1 *Игдалов И. М., Кучма Л. Д., Поляков Н. В., Шептун Ю. Д.* Ракета как объект управления: под ред. *Конюхова С. Н.* Днепропетровск: Арт – Пресс, 2004. 544 с.

2 *Коваленко Н. Д., Стрельников Г. А., Коваленко Г. Н., Коваленко Т. А., Токарева Е. Л., Игнатьев А. Д., Сироткина Н. П.* Газодинамические системы регулирования вектора тяги жидкостных ракетных двигателей как исполнительные органы системы управления полетом верхних ступеней ракет. Техническая механика. 2013. № 4. С. 70 − 83.

3 *Коваленко Н. Д.* Ракетный двигатель как исполнительный орган системы управления полетом ракет. Днепропетровск : ИТМ НАН и НКА Украины, 2003. – 412 с.

4 Шестьдесят лет в ракетостроении и космонавтике: Под общей редакцией *Дегтярева А. В.* Днепропетровск : Арт-пресс, 2014. 540 с.

5 *Коваленко Т. А., Коваленко Н. Д., Шептун Ю. Д.* Сравнение органов управления космической ступени носителя. Вестник ДНУ. Ракетно-космическая техника. 2011. Т. 1. № 14. С. 64 –71.

6 Коваленко Н. Д., Стрельников Г. А., Шептун Ю. Д., Коваленко Г. Н., Игнатьев А. Д. Особенности отработки системы управления вектора тяги высотных ЖРД. Вестник ДНУ. Ракетно-космическая техника. 2008. № 14/1. С. 49 – 63.

7 *Коваленко Т. А., Сироткина Н. П., Коваленко Н. Д.* Бифункциональная система управления вектором тяги двигателя космической ступени ракеты-носителя. Техническая механіка. 2015. № 1. С. 42 – 54.

8 *Коваленко Т. А., Коваленко Г. Н., Сироткина Н. П.* Управление вектором тяги жидкостного ракетного двигателя космической ступени ракеты-носителя при возникновении массовой асимметрии. Техническая механіка. 2016. № 1. С. 21 – 32.

9 *Алфутов Н. А.* Основы расчета на устойчивость упругих систем. М. : Машиностроение, 1978. 305 с.

10 *Биргер И. А., Мавлютов Р. Р.* Сопротивление материалов. М. : Наука, 1986. 560 с.

11 Парс Л.А. Аналитическая динамика. М.: Наука, 1971. 636 с.

12 *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М. : Мир, 1975. 536 с.

13 *Фесик С. П.* Справочник по сопротивлению материалов. Киев. : Будівельник, 1982. 281 с.

Получено 24.11.2016,
в окончательном варианте 14.12.2016