

Ю. Н. Шевченко, А. З. Галишин, М. Е. Бабешко

ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ
СОСТАВНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ
ПРИ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МАТЕРИАЛА

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина;
e-mail: plast@inmech.kiev.ua*

Abstract. A technique is developed for the numerical analysis of thermoviscoelastoplastic deformation of thin composed shells with allowance for damageability of material and propagation of the damage front. An example of analysis of two-layer cylindrical shell, that is deformed in conditions of convective heat exchange with surroundings and is loaded by internal pressure and tensile forces, is given. The numerical data are presented and analyzed.

Key words: thermoviscoelastoplasticity, shell of revolution, damageability of material, damage front.

Введение.

В энергетическом машиностроении широко применяются конструкции, работающие в условиях термосилового нагружения. Исследованию процессов накопления повреждений и разрушения таких конструкций посвящены работы [1 – 3, 6 – 28 и др.]. В процессе эксплуатации в элементах конструкций возникают упругие, пластические деформации и деформации ползучести. Развитие неупругих деформаций приводит к возникновению дефектов материала в виде микропор и микротрещин, развитие которых в конечном итоге приводит к разрушению конструкции. Если разрушение конструкции, вызванное пластическими деформациями, происходит мгновенно и зависит только от уровня внешней нагрузки, то вызванная деформациями ползучести поврежденность материала даже при постоянной нагрузке развивается во времени. При этом наблюдается распространение во времени фронта разрушения, который разделяет разрушенную и неразрушенную области материала конструкции.

Идея исследования фронта разрушения предложена Л.М. Качановым в работе [6], в которой скорость распространения фронта разрушения по нормали к фронту разрушения следует определять путем интегрирования уравнения относительно параметра повреждаемости (сплошности). Эта идея использована в [7, 8, 15 и др.] при аналитическом решении задач для объектов канонической формы: цилиндров, дисков, пластин. Данный подход практически не пригоден при численном решении краевых задач для объектов сложной геометрии, так как стадия распространения разрушения начинается в дискретных точках, что в значительной степени затрудняет определение направления нормали к фронту разрушения. Поэтому авторы работ [1, 2, 7, 8, 16, 19 и др.] для определения фронта разрушения при численном решении задачи исключают из работы элементы тела, в которых параметр повреждаемости достигает критического значения ω^* . Такой подход естественным образом соответствует возникновению дефекта в теле в виде микротрещины. Поэтому в настоящей работе этот подход ис-

пользуется для исследования распространения фронта разрушения в составных оболочках вращения, находящихся в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой при термовязкопластическом деформировании. Прочность составной оболочки оцениваем на основе известных критериев прочности.

§1. Постановка задачи.

Рассмотрим тонкую оболочку вращения, составленную из последовательно соединенных звеньев с различной формой меридиана. В пределах одного звена оболочка состоит из N изотропных слоев с переменной вдоль меридиана толщиной и физико-механическими свойствами материалов, зависящими от температуры. Предполагаем, что слои собраны без натяга и деформируются без проскальзывания и отрыва. Положение произвольной точки оболочки определим в системе криволинейных ортогональных координат s, θ, ζ , где s ($s_a \leq s \leq s_b$) – меридиональная координата; θ – окружная координата; ζ ($\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_N$) – координата, направленная по нормали к координатной поверхности $\zeta = 0$. Координаты ζ_0 и ζ_N соответствуют внутренней и наружной поверхностям оболочки, а координаты ζ_k ($k = 1, \dots, N-1$) – поверхностям контакта смежных слоев. Рассматриваем тонкие оболочки, для которых можно пренебречь величинами ζk_s и ζk_θ по сравнению с единицей, где k_s и k_θ – главные кривизны координатной поверхности оболочки. Также предполагаем, что напряжениями $\sigma_{\zeta\zeta}$ можно пренебречь по сравнению с другими нормальными напряжениями.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ оболочка находится в естественном недеформированном состоянии при температуре $T = T_0$, а затем подвергается воздействию нагрузок, вызывающих осесимметричное напряженно-деформированное состояние (НДС) и кручение, а также нагреву путем конвективного теплообмена с окружающей средой. Предполагаем, что в процессе нагружения в оболочке возникают пластические деформации и деформации ползучести. Задачу решаем в геометрически линейной, квазистатической постановке в рамках гипотез прямолинейного элемента [5]. Процесс нагружения разбиваем на ряд малых этапов по времени так, чтобы наилучшим образом описать историю и скорость его протекания. На каждом k -м этапе нагружения задачу термовязкопластичности решаем методом последовательных приближений. На меридиональное сечение оболочки наносим сетку, в узлах которой определяем значения температуры и компонент НДС. Для решения задачи воспользуемся статическими и геометрическими уравнениями теории тонких слоистых оболочек. В качестве определяющих уравнений примем уравнения теории деформирования по траекториям малой кривизны. В случае термовязкоупругопластического деформирования оболочек вращения с учетом повреждаемости материала эти уравнения приведены в [3]; там же изложена методика решения начально-краевой задачи.

При фиксированном значении температуры скорость деформации одноосной ползучести описывается формулой

$$\frac{d\varepsilon_c}{dt} = \frac{Am\sigma_e^n t^{m-1}}{(1-\omega)^p}, \quad (1.1)$$

где σ_e – эквивалентное напряжение; ω – параметр повреждаемости; A, n, m, p – коэффициенты, определяемые из экспериментальных кривых ползучести. Примем, что в начальный момент времени $t = 0$ – $\omega = 0$, а в конце стадии скрытого разрушения при $t = t^*$ – $\omega = 1$.

Параметр ω является функционалом процесса нагружения [11]

$$\omega = \omega[\sigma_e(t), T(t), t] \quad (1.2)$$

и определяется из кинетического уравнения Ю.Н. Работнова [10]

$$\frac{d\omega}{dt} = C \left(\frac{\sigma_e}{1-\omega} \right)^Q, \quad (1.3)$$

где C и Q – коэффициенты, зависящие от температуры.

Предполагается, что при сжатии ($\sigma_0 < 0$) в элементе тела повреждения вследствие ползучести не накапливаются. Эквивалентное напряжение определяем критерием длительной прочности [11]

$$\sigma_e = \chi(\tau_{\text{oct}} - \sigma_{\text{max}}) + \sigma_{\text{max}}, \quad (1.4)$$

где τ_{oct} – октаэдрическое касательное напряжение; σ_{max} – максимальное главное нормальное напряжение. Параметр χ является функцией интенсивности касательных напряжений S и температуры T . Он определяется из условия совпадения кривых длительной прочности при одноосном растяжении и чистом кручении. При отсутствии экспериментальных данных при кручении, а также для материалов, не обладающих реологическими свойствами, в качестве эквивалентного будем выбирать напряжение, определяемое критерием Сдобырева

$$\sigma_e = (S\sqrt{3} + \sigma_{\text{max}}) / 2. \quad (1.5)$$

Параметр ω в каждом элементе тела определяем в процессе решения краевой задачи путем численного интегрирования уравнения (1.3). Решение задачи на стадии скрытого разрушения происходит до момента t^* , когда этот параметр достигает критического значения ω^* .

§2. Разрешающая система уравнений.

В выбранной системе координат с учетом принятых допущений уравнения связи между напряжениями и деформациями имеют вид

$$\vec{\sigma} = [B] \vec{\varepsilon} - \vec{\sigma}^{(d)}; \quad \vec{\sigma} = \{\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{s\theta}, \sigma_{s\zeta}, \sigma_{\theta\zeta}\}^T; \quad (2.1)$$

$$\vec{\varepsilon} = \{\varepsilon_{ss}, \varepsilon_{\theta\theta}, 2\varepsilon_{s\theta}, 2\varepsilon_{s\zeta}, 2\varepsilon_{\theta\zeta}\}^T; \quad \vec{\sigma}^{(d)} = [B] \left\{ \vec{\varepsilon}^n + (T - T_0) \vec{\alpha}_T \right\},$$

где символ « T » в верхнем индексе относится к операции транспонирования. Величинами $[B]$, $\vec{\sigma}^{(d)}$, $\vec{\varepsilon}^n$, $\vec{\alpha}_T$ обозначены, соответственно, матрица жесткости и векторы дополнительных напряжений, необратимых деформаций и коэффициентов линейного температурного расширения. Физические уравнения в усилиях и моментах приведены в [3].

Совокупность статических, геометрических и физических соотношений позволяет на каждом этапе нагружения решение задачи термовязкопластичности свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = P(s) \vec{Y} + \vec{f}(s) \quad (2.2)$$

относительно решающих функций

$$\vec{Y} = \left\{ \vec{N}, \vec{u} \right\}^T; \quad \vec{N} = r \{N_s, N_{s\theta}, M_s, M_{s\theta}, Q_s\}^T; \quad \vec{u} = \{u, v, \psi_s, \psi_\theta, w\}^T, \quad (2.3)$$

где $P(s)$ – матрица системы; $\vec{f}(s)$ – вектор свободных членов; N_s, Q_s, M_s – нормальное, перерезывающее усилия и изгибающий момент, действующие в сечении $s = \text{const}$; $N_{s\theta}, M_{s\theta}$ – сдвиговое усилие и крутящий момент, действующие в этом сечении; u, v – перемещения точек координатной поверхности в направлениях s и θ ; w – прогиб; ψ_s и ψ_θ – полные углы поворота прямолинейного элемента. Граничные условия кратко представим в виде

$$[G]\vec{Y} = \vec{g}, \quad (2.4)$$

где $[G]$ и \vec{g} – заданные матрица и вектор граничных условий. В каждом приближении произвольного этапа нагружения краевую задачу (2.1) – (2.4) решаем путем сведения ее к ряду задач Коши, для интегрирования которых применяем метод Рунге – Кутты с дискретной ортогонализацией по С.К. Годунову.

§3. Алгоритм решения задачи.

Алгоритм решения задачи термовязкопластичности с учетом повреждаемости материала на стадии скрытого разрушения изложен в [3]. В этой работе критерием достижения предельного состояния оболочки принято условие достижения параметром повреждаемости предельного значения ω^* хотя бы в одной точке оболочки. Параметр ω в каждой точке определялся путем численного интегрирования кинетического уравнения (1.3) по явной разностной схеме во времени.

В отличие от этого в настоящей работе будем отслеживать продвижение фронта разрушения, исключая из оболочки точки, в которых параметр повреждаемости достигает критического значения, т.е. при выполнении условия $\omega \geq \omega^*$. Для этого в данных точках будем полагать модуль упругости равным нулю. Прочность оболочки оцениваем по критерию (1.4) или (1.5). Параметр повреждаемости определяем по неявной разностной схеме во времени. Для этого производную в уравнении (1.3) пред-

ставляем в виде $\frac{\omega - \tilde{\omega}}{\Delta t}$, где $\omega = \omega(t + \Delta t)$; $\tilde{\omega} = \omega(t)$; Δt – длительность этапа нагружения. Правую часть уравнения (1.3) отнесем к моменту времени $t + \Delta t$. Тогда получим нелинейное уравнение относительно параметра ω в таком виде:

$$\omega = \tilde{\omega} + \Delta t C \left(\frac{\sigma_e}{1 - \omega} \right)^Q. \quad (3.1)$$

Это уравнение в каждом l -ом приближении произвольного m -го этапа нагружения решаем методом простой итерации по схеме

$$\omega^{(k+1)} = \tilde{\omega} + \Delta t C \left(\frac{\sigma_e}{1 - \omega^{(k)}} \right)^Q \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (3.2)$$

где k – номер итерации. Для определенности будем различать понятия «приближения», по которым решаем физически нелинейную задачу термовязкопластичности, и «итерации», фигурирующие в формуле (3.2). В качестве начальной итерации $\omega^{(0)}$ в l -ом приближении примем значение ω , полученное в $(l-1)$ -ом приближении. Итерационный процесс заканчиваем, если $|\omega^{(k+1)} - \omega^{(k)}| < \kappa \omega^{(k+1)}$, где κ – малое, наперед заданное число.

Количество итераций, необходимых для сходимости итерационного процесса, зависит от степени нелинейности. Это обстоятельство позволяет сформулировать условия для автоматического выбора шага интегрирования по времени Δt : если на $(m-1)$ -ом этапе нагружения максимальное по всем элементам оболочки количество итераций n окажется меньше некоторого числа n_1 , то на следующем m -ом этапе шаг Δt увеличивается вдвое. Если на m -ом этапе количество итераций n окажется больше числа n_2 , то следует вернуться к предыдущему $(m-1)$ -му этапу, шаг Δt уменьшить вдвое и повторить расчет. Если же на $(m-1)$ -ом этапе количество итераций $n_1 \leq n \leq n_2$, то на m -ом этапе шаг не меняется. Числа n_1 и n_2 зависят от свойств материала и определяются эмпирически. Описанная процедура автоматического выбора шага крайне необходима при приближении к моменту t^* , когда параметр ω имеет асимптотический характер.

Для обеспечения сходимости результатов, кроме описанного выше, шаг Δt будем также уменьшать вдвое в следующих случаях: а) когда на произвольном этапе количество последовательных приближений N решения задачи термовязкопластичности будет превышать заданное число N^* ; б) когда приращение деформации ползучести $\Delta \varepsilon_c$ на этапе превысит заданное число $\Delta \varepsilon_c^*$; в) когда параметр ω превысит заданное критическое значение ω^* . Если ситуация, приведенная в последнем случае, в отдельной точке оболочки повторяется на двух этапах кряду и при этом $\omega^* \leq \omega \leq 1$, то принимаем, что в этой точке процесс скрытого разрушения завершен. Для обеспечения точности результатов шаг Δt будем ограничивать сверху: $\Delta t \leq \Delta t_{\max}$.

При неизотермических процессах нагружения необходимо знать распределение температуры. Температурное поле слоистой оболочки будем определять в результате решения нестационарной задачи теплопроводности по методике, описанной в работе [4].

§4. Пример расчета.

В качестве примера исследуем термовязкоупругопластическое деформирование и распространение фронта разрушения в бесконечно длинной двухслойной цилиндрической оболочке, находящейся в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой под действием поверхностной нагрузки q_c , растягивающего усилия N_s^* . Оболочка имеет радиус срединной поверхности $R=0,1$ и составлена из двух слоев с толщиной $h_1 = h_2 = 0,005$. Здесь и далее линейные размеры представлены в м; напряжения – в ГПа, время – в час; температура – в К; коэффициент температуропроводности – в $\frac{\text{м}^2}{\text{час}}$; теплопроводности – в $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; линейного температурного расширения – в К^{-1} ; теплоотдачи – в $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$. Внутренний слой изготовлен из жаропрочного керамического материала (карбид тантала). Этот материал обладает пластическими свойствами, но практически не проявляет реологических свойств. Диаграммы деформирования этого материала приведены в таблице; коэффициент Пуассона – $\nu=0,17$, линейного температурного расширения $\alpha_T \cdot 10^6 = 12$, температуропроводности – $a = 0,0158$ и теплопроводности – $\lambda = 19,5$. Внешний слой изготовлен из сплава ЭИ-437. Его механические свойства приведены в работе [3] (там предполагается, что в диапазоне температур от 293 до 573 деформации ползучести в материале не возникают). Теплофизические свойства этого материала характеризуются следующими величинами: $a = 0,031$; $\lambda = 22,2$.

В процессе нагружения величины q_ζ и N_s^* изменяются во времени: $q_\zeta = q_{\zeta 0} f(t)$; $N_s^* = \frac{q_\zeta R}{2}$; $f(t) = 1 - \exp(-50t)$; $q_{\zeta 0} = 0,06$. Для решения задачи граничные условия зададим следующими: при $s = s_a$ – $Q_s = 0$; $u = v = 0$; $\psi_s = \psi_\theta = 0$; при $s = s_b$ – $N_s = N_s^*$; $N_{\theta s} = 0$; $M_{\theta s} = 0$; $Q_s = 0$; $\psi_s = 0$. Начальная температура оболочки $T_0 = 293$. Коэффициент теплоотдачи и температура окружающей среды на внутренней поверхности оболочки – $\alpha_1 = 1000$; $\Theta_1 = 1100$, а на внешней – $\alpha_2 = 200$, $\Theta_2 = 293$. Граничные контуры $s = s_a$ и $s = s_b$ теплоизолированы ($\alpha = 0$).

Для решения задачи рассмотрим участок оболочки с длиной направляющей $L = 0,0005$. На меридиональное сечение нанесем равномерную сетку, которая состоит из 21 точки по толщине каждого слоя и трех точек вдоль направляющей. Решение будем искать при следующих значениях параметров сходимости: $n_1 = 2$; $n_2 = 6$; $N^* = 100$; $\Delta \varepsilon_c^* = 0,0005$; $\omega^* = 0,6$; $\Delta t_{\max} = 1$. Начальное значение шага по времени – $\Delta t_0 = 0,0001$, точность решения задачи термовязкопластичности и точность решения уравнения повреждаемости – $\delta = \kappa = 0,001$. Используемые параметры обеспечивают сходимость полученных результатов.

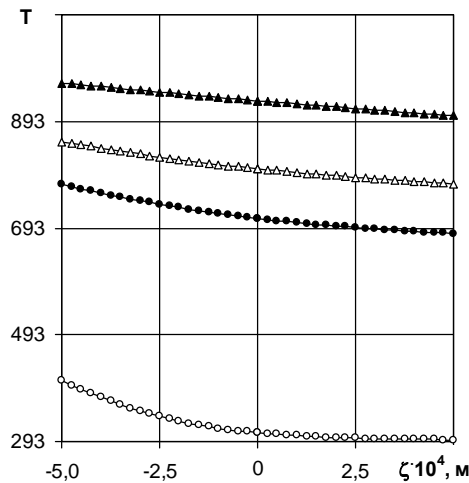


Рис. 1

При решении задачи теплопроводности обнаружено, что температура в оболочке практически устанавливается в момент времени $t = 0,2$. Ее значения на внутренней, срединной и внешней поверхностях в этот момент равны, соответственно, 965,1; 931,4; 903,2. Распределение температуры по толщине оболочки в разные моменты времени показано на рис. 1. Кривые расположены в порядке возрастания и соответствуют моментам времени $t = 0,0005; 0,01; 0,015; 0,2$. На рис. 2 для тех же моментов времени изображено изменение окружных напряжений по толщине оболочки. Видно, что в начальные моменты времени в окрестности внутренней поверхности возникают большие градиенты температуры, которые приводят к возникновению области пластических деформаций. Эта область постепенно увеличивается со временем и, начиная с момента $t = 0,0013$, переходит в область разгрузки. В момент времени $t = 0,002$ пластические деформации возникают и на внешней поверхности внутреннего слоя оболочки. Первые пластические деформации в наружном слое возникают на наружной поверхности оболочки в момент $t = 0,0027$, постепенно распространяясь вглубь

оболочки. При $t = 0,01$ пластические деформации возникают в каждой точке по толщине. Начиная с этого момента времени, область разгрузки в окрестности внутренней поверхности оболочки начинает уменьшаться и исчезает в момент $t = 0,0165$. Первые деформации ползучести возникли на внешней поверхности оболочки в момент времени $t = 0,0475$, постепенно распространяясь внутрь наружного слоя. Их рост привел к возникновению разгрузки в этом слое. В момент времени, соответствующий концу стадии скрытого разрушения, максимальные пластические деформации $\Gamma_p^{\max} = 0,31\%$ возникли в точке наружной поверхности внутреннего слоя, а максимальные деформации ползучести $\Gamma_c^{\max} = 0,24\%$ – в точке внутренней поверхности внешнего слоя. В этой точке в момент времени $t_1^* = 666,474$ началось распространение фронта разрушения. По мере его продвижения вглубь наружного слоя уменьшалась площадь поперечного сечения неразрушенной части оболочки, что привело к росту напряжений в этой части. Распространение фронта разрушения продолжалось до момента времени $t_2^* = 669,570$, в который, согласно критерию Сдобырева (1.5), произошло разрушение в точке внутренней поверхности оболочки. В момент t_2^* разрушенная область занимала четыре точки по толщине наружного слоя.

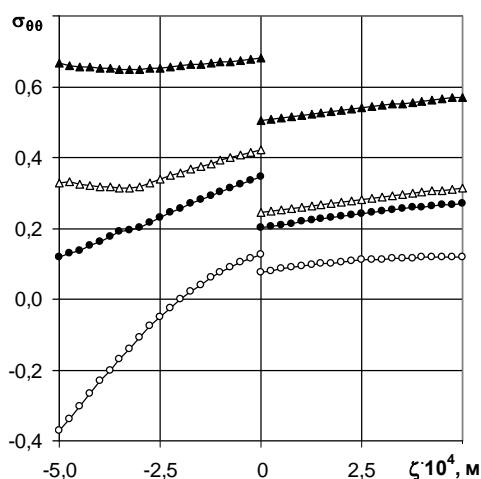


Рис. 2

Дальнейшее исследование распространения фронта разрушения оказалось невозможным, так как на следующем этапе нагружения расчетные мгновенные деформации ε^* превысили максимальное значение, приведенное в таблице.

ε^* , %	σ при различных температурах T	
	273	2773
0	0	0
0,04	0,156	0,156
0,10	0,330	0,200
0,20	0,580	0,220
2,00	2,080	0,260

Из полученных результатов следует, что время распространения фронта разрушения в рассматриваемой задаче составило менее полпроцента от общего времени нагружения. Кинетика распространения фронта разрушения проиллюстрирована на рис. 3, где изображено распределение окружных напряжений по толщине оболочки в раз-

ные моменты времени. Кривые, обозначенные светлыми кружочками, соответствуют разрушенной области, которая возникает в одной точке по толщине наружного слоя, темными кружочками – в двух точках, светлыми треугольниками – в трех, а темными треугольниками – в четырех точках. Следует отметить, что по мере продвижения фронта разрушения шаг интегрирования Δt существенно уменьшался: при $t = t_2^*$ он равнялся $\Delta t = 0,15 \cdot 10^{-10}$. Это подтверждает целесообразность использования приведенной выше схемы интегрирования уравнения (1.3).

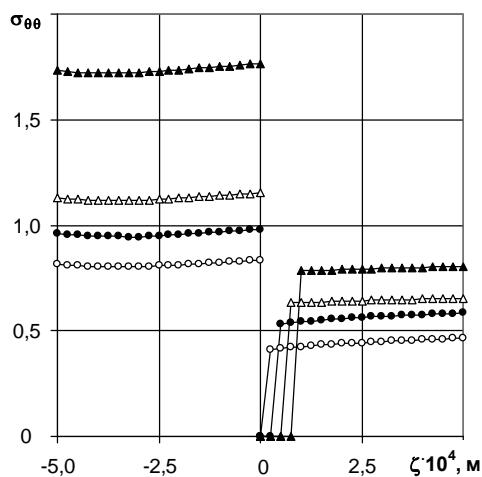


Рис. 3

Проведены также расчеты оболочки при других уровнях нагрузки: $q_{\zeta 0} = 0,05$ и $q_{\zeta 0} = 0,07$. Оказалось, что разрушение в этих двух случаях имеет такой же характер, как и в предыдущем. В первом случае получено, что $t_2^* = 12833,9$; время распространения фронта разрушения составило 0,28 % от общего; разрушение вследствие ползучести произошло в четырех точках по толщине. Во втором случае $t_2^* = 359,117$; время распространения фронта разрушения составило 0,54% от общего; разрушение произошло в трех точках.

Заключение.

В настоящей работе предложена методика численного определения термовязкопластического состояния составных тонких оболочек вращения с учетом распространения фронта разрушения и анализом прочности на основе известных критериев. Результаты расчета тонкостенной двухслойной оболочки при различных уровнях нагрузок свидетельствуют, что учет второй стадии разрушения не приводит к существенному увеличению ресурса оболочки, но позволяет уточнить место разрушения.

РЕЗЮМЕ. Викладено методику чисельного дослідження термов'язкопружнопластичного деформування тонких складених оболонок з урахуванням пошкоджуваності матеріалу й поширення фронту руйнування. Розроблено процедуру автоматичного вибору кроку для інтегрування кінетичного рівняння пошкоджуваності. Наведено приклад розрахунку двошарової циліндричної оболонки, яка перебуває в умовах конвективного теплообміну з навколишнім середовищем і навантажена внутрішнім тиском і розтягуючим зусиллям.

1. Анищенко Г.О., Морачковский О.К. Обзор решений задач ползучести и разрушения елочных замковых соединений лопаток ГТД // Вісн. нац. техн. ун-ту «Харківський політехнічний інститут». Зб. наук. праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2007. – № 38. – С. 8 – 13.
2. Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Андрієвський В.П. Решение пространственных задач термовязкопластичности на основе ПМКЭ // Прикл. механика. – 2009. – 45, №12. – С.60 – 75.
3. Галишин А.З. Осесимметричное термовязкоупругопластическое состояние тонких слоистых оболочек с учетом повреждаемости материала // Прикл. механика. – 2008. – 44, № 4. – С. 87 – 100.
4. Галишин А.З., Стебляк П.А., Шевченко Ю.Н. Определение нестационарных температурных полей в тонких слоистых оболочках вращения при осесимметричном нагреве // Зб. наук. праць Дніпродзержин. держ. техн. ун-т: (технічні науки). Тематичний випуск: Математичні проблеми технічної механіки / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2012. – Вип. 2 (19). – С. 3 – 12.
5. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. – К.: Наук. думка, 1981. – 544 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-ти т.; Т.4).
6. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312с.
7. Логинов О. А. Распространение фронта разрушения в толстостенной трубе в условиях ползучести // Надежность и прочность машиностроительных конструкций. – Куйбышев, 1988. – С. 61 – 67.
8. Никитенко А.Ф. Оценка времени распространения фронта разрушения в элементах конструкций // Пробл. прочности. – 2007. – № 6. – С. 13–24.
9. Пискунов С.О., Гуляр О.І., Максим'юк Ю.В. Алгоритм розв'язання геометрично нелінійної задачі в'язкопружнопластичного деформування двовимірних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. зб. / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.:КНУБА.– 2009. – Вип. 83. – С. 25 – 42.
10. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752с.
11. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г., Брайковская Н.С., Захаров С.М. Исследование процессов разрушения элемента тела в результате повреждаемости материала при ползучести // Прикл. механика – 1994. – 30, № 4. – С.21 – 30;
12. Altenbach H., Altenbach J., Zolochovsky A. A generalized constitutive equation for creep of polymers at multiaxial loading // Mech. Comp. Mat. – 1995. – 31, N6. – P. 511 – 518.
13. Betten J. Creep Mechanics. – Berlin: Springer-Verlag, 2002. – 320p.
14. Betten J., Sklepuss S, Zolochovsky A. A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression // Eng. Fract. Mech. – 1998. – N59. – P. 623 – 641.
15. Boyle J.T. , Spence J. Stress analysis for creep. – London: Butterworth and Co. Publisher Ltd, 1983. – 250p.
16. Chen G.G., Hsu T.R. The role of plastic strains in creep crack growth // Eng. Fract. Mech. – 1991. – 39, N3. – P. 493 – 506.
17. Galishin A., Zolochovsky A., Kühhorn A., Springmann M. Transversal Shear Effect in Moderately Thick Shells from Materials with Characteristics Dependent on the Kind of Stress State under Creep-Damage Conditions: Numerical Modeling // Techn. Mech. – 2009. – 29, N1. – P. 48 – 59.
18. Hayhurst D.R. Creep rupture under multi-axial states of stress // J. Mech. Phys. Solids – 1972. – 20. – P. 381 – 390.
19. Hayhurst D.R. The Prediction of Creep-Rupture Times of Rotating Disks Using Biaxial Damage Relationships // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1973. – N4. – P. 915 – 920.
20. Kawai M. Constitutive modeling of creep and damage behaviors of the non-Mises type for a class of polycrystalline metals // Int. J. Damage Mech. – 2002. – N11. – P. 223 – 246.
21. Khoroshun L.P., Nazarenko L.V. Deformation and Damage of Composites with Anisotropic Components (Review) // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N4. – P. 388 – 455.
22. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Coupled Processes of Deformation and Long-Term Damage of Physically Nonlinear Laminated Materials // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N6. – P. 650 – 657.
23. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation and Long-Term Damage of Physically Nonlinear Fibrous Materials // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N1. – P. 58 – 67.
24. Shin C., Moran B., Nakamura T. Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body // Int. J. Fract. – 1986. – 30. – P. 79 – 102.
25. Odqvist F.K.G. Mathematical theory of creep and creep rupture. – Oxford: Oxford University Press, 1974. – 320p.
26. Zolochovsky A., Galishin A., Sklepuss S., Voyiadjis G.Z. Analysis of creep deformation and creep damage in thin-walled branched shells from materials with different behavior in tension and compression // Int. J. Solids and Struct. – 2007. – 44. – P. 5075 – 5100.
27. Zolochovsky A., Galishin A., Kühhorn A., Springmann M. Transversal Shear Effect in Moderately Thick Shells from Materials with Characteristics Dependent on the Kind of Stress State under Creep-Damage Conditions: Theoretical Framework // Techn. Mech. – 2009. – 29, N1. – P. 38 – 47.
28. Zolochovsky A., Sklepuss S., Galishin A., Kühhorn A., Kober M. A Comparison between the 3D and the Kirchhoff-Love Solutions for Cylinders under Creep-Damage Conditions // Techn. Mech. – 2014. – 34, N2. – P. 104 – 113.

Поступила 27.12.2013

Утверждена в печать 26.05.2015