

PACS numbers: 05.20.Dd, 05.40.Fb, 61.48.Gh, 61.72.Bb, 66.30.Pa, 68.43.Jk, 81.05.ue

Миграция двухатомных комплексов в структуре графена

А. С. Долгов, Ю. Л. Жабчик

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»,
ул. Чкалова, 17,
61070 Харьков, Украина

Рассматривается кинетика перемещений двухатомных образований в двумерной гексагональной структуре — однослойном графене. Используется схема с Hollow-позиционированием составляющих пары в условиях её неразрывности. Выбор варианта позиционирования связан с распространёнными представлениями об особенностях осаждения примесей на графене и предопределяет некоторое упрощение анализа и характера результатов. Размещение составляющих пары в двух соседних гексагонах в условиях сохранения связанности определяет ограниченный набор вариантов перескоков каждого из атомов, что, в свою очередь, задаёт картину перемещения пары, отличную от того, что имеет место для одиночных атомов. Описание общей картины перескоков выполнено в терминах непрерывных зависимостей для вероятностей нахождения частиц в тех или иных допустимых позициях. Техника анализа основывается на введении Фурье-сумм (производящих функций) для всех имеющихся позиций в структуре. Найденные зависимости для производящих функций удобны для определения средних характеристик развития процесса миграции (моментов функций распределения) и позволяют отслеживать изменение вероятностей заполнения всевозможных индивидуальных позиций. Записаны точные решения неограниченной совокупности уравнений для вероятностей заполнения произвольных позиций. Определяется эволюция во времени главных моментов распределения частиц. Выявлено сильное снижение подвижности объекта сравнительно с аналогичными индивидуальными характеристиками, что выглядит как непропорциональное подавление подвижности обоих составляющих. Асимптотические свойства объектов не зависят от особенностей первоначальной поляризации пар, однако сроки формирования асимптотических режимов чувствительны к соотношению индивидуальных характеристик. Обсуждаются альтернативные специальные случаи: идентичность составляющих и их большое различие. Общее снижение подвижности более выражено в случае совпадения (близости) индивидуальных характеристик. Средний квадрат смещения объекта от его первоначального размещения в

асимптотических условиях растёт пропорционально времени, что является признаком традиционного диффузионного перемещения. Однако весьма вероятные процессы образования и (или) разрушения связи между элементами ведут к существенному изменению общей подвижности примесного компонента, что определяет сходство особенностей процесса с картиной аномальной диффузии и может приобретать вид как субдиффузии, так и супердиффузии.

Розглядається кінетика переміщень двоатомних утворень у двовимірній гексагональній структурі — одношаровому графені. Використовується схема з порожнистим Hollow-позиціонуванням складових пари в умовах її нерозривності. Вибір варіанту позиціонування пов'язаний з поширеними уявленнями про особливості осадження домішок на графені і зумовлює деяке спрощення аналізу і характеру результатів. Розміщення складових пари у двох сусідніх гексагонах в умовах збереження зв'язаності визначає обмежений набір варіантів перескоків кожного з атомів, що, в свою чергу, задає картину переміщення пари, відмінну від тієї, що має місце для одиночних атомів. Опис загальної картини перескоків виконано в термінах безперервних залежностей для ймовірностей перебування частинок в тих чи інших допустимих позиціях. Техніка аналізу ґрунтується на введенні Фур'є-сум (твірних функцій) для всіх наявних позицій у структурі. Знайдені залежності для твірних функцій зручні для визначення середніх характеристик розвитку процесу міграції (моментів функцій розподілу) і уможливають відслідковувати зміну ймовірностей заповнення всіляких індивідуальних позицій. Записано точні розв'язки необмеженої сукупності рівнянь для ймовірностей заповнення довільних позицій. Визначається еволюція в часі головних моментів розподілу частинок. Виявлено сильне зниження рухливості об'єкта порівняно з аналогічними індивідуальними характеристиками, що виглядає як непропорційне пригнічення рухливості обох складових. Асимптотичні властивості об'єктів не залежать від особливостей первісної поляризації пар, однак терміни формування асимптотичних режимів чутливі до співвідношення індивідуальних характеристик. Обговорюються альтернативні спеціальні випадки: ідентичність складових і велика різниця їх. Загальне зниження рухливості більш виражене в разі збігу (близькості) індивідуальних характеристик. Середній квадрат зміщення об'єкта від його початкового розміщення в асимптотичних умовах росте пропорційно часу, що є ознакою традиційного дифузійного переміщення. Однак дуже ймовірні процеси утворення і (або) руйнування зв'язку між елементами ведуть до істотної зміни загальної рухливості домішкового компонента, що визначає схожість особливостей процесу з картиною аномальної дифузії і може набувати вигляду як субдифузії, так і супердифузії.

The kinetics of diatomic-formations' movements in two-dimensional hexagonal structure, which is a single-layer graphene, is considered. The pattern of Hollow-positioning of the pair components under the continuity conditions is used. The choice of positioning type is conditioned by widespread conceptions of features of impurity sedimentation on the graphene and predetermines some simplification of the analysis and nature of results. Placement of the pair components in two contiguous hexagons in the conditions of cohesive-

ness preservation defines a limited set of jumps' variants for each atom that, in turn, specifies a pattern of pair movement, which is different from that one for single atoms. The description of the general jumps' pattern is performed in terms of continuous dependences for probabilities of finding of particles in one or another admissible positions. The technique of the analysis is based on the introduction of Fourier sums (generating functions) for all available positions in the structure. The found dependences for generating functions are convenient for definition of mean characteristics of development of the migration process (the moments of distribution functions) and allow monitoring the probabilities' change for filling of various individual positions. Exact solutions of unlimited set of the equations for probabilities of filling of any positions are written down. The evolution in time of the main moments of particles' distribution is defined. Strong decrease in mobility of the object as compared with similar individual characteristics is revealed, and it looks as disproportionate suppression of mobility of both components. Asymptotic properties of the objects do not depend on features of initial polarization of pairs; however, terms of formation of asymptotic modes are sensitive to a ratio of individual characteristics. Alternative special cases are discussed. They are identity of components and their great distinction. The general decrease in mobility is more expressed in case of coincidence (proximity) of individual characteristics. The average square of shift of the object from its initial placement grows in proportion to time in asymptotic conditions that is an indication of traditional diffusive movement. However, quite probable processes of formation and (or) destruction of binding between elements lead to essential change of the general mobility of the impurity component that determines similarity of process features to a pattern of abnormal diffusion and can take a form of both subdiffusion and superdiffusion.

Ключевые слова: графен, примесь, двухатомный комплекс, миграция, Фурье-сумма.

(Получено 2 июня 2014 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Открытие графена [1, 2] явилось толчком к изучению как свойств самого этого объекта, так и к анализу явлений относительно общего характера в применении к графену. Одно из таких направлений определяет проблема наличия и роли примесных атомов, ассоциированных со структурой графена. Эксперименты [3, 4] указывают на значительное изменение некоторых характеристик структуры, из числа наиболее важных, например, проводимости — при весьма умеренных уровнях примесного загрязнения. Сходные явления наблюдаются и в родственных наноструктурах [5, 6].

Выполнены исследования, определяющие природу и особенности соединения примесных атомов с решёткой графена [7, 8 и др.]. Также обсуждается вопрос о двухатомных примесях на графене [9].

Ввиду существенной роли примесей, даже весьма редких, особое

значение приобретает вопрос об их относительном размещении, что, в свою очередь, требует анализа закономерностей перераспределения этих частиц. При этом возникает необходимость явного учёта позиционирования примесных атомов относительно узлов гексагональной матрицы. В работе [10] принималось представление о парном соединении примесей с атомами графена (Тор-модель), что является, например, признаком формирования структуры графана [11]. Однако, это не единственная форма позиционирования допирующихся атомов, согласующаяся с симметрией структуры. В опубликованных работах определённное предпочтение отдаётся, пожалуй, Hollow-модели, что, впрочем, определяет более простую форму относительного размещения и миграции. В применении к одночастичной миграции эта схема использовалась в построениях [12]. В настоящей работе изучается миграционный процесс для связанных двухатомных образований (димер, псевдомолекула), где обе составляющие пары размещаются внутри примыкающих гексагонов.

2. МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Принимается, что рассматриваемый двухатомный комплекс (молекула) позиционируется в двух соседних гексагонах, так что каждый из двух связанных атомов находится в окружении шести регулярных атомов. При этом возможное отличие межатомного удаления в комплексе от расстояния между центрами шестиугольников считается относительно небольшим, что в качественном анализе позволяет исключить из обсуждения последствия микронапряжений в окрестности субъекта миграции.

В условиях сохранения целостности связанного образования (в течение срока его существования) количество вариантов перескоков для каждого из составляющих пары существенно сокращается, а те скачки, которые остаются, не связаны с изменением удалений между атомами. Появлению любого возможного размещения комплекса в пределах структуры предшествуют четыре неидентичных размещения, равно как и исчезновение размещения происходит в результате одного из четырёх возможных вариантов перескоков — по два для каждого из атомов.

Ограничиваемся допущением о макроскопически одномерной картине миграции, что соответствует, например, ситуации с поступлением частиц в рассматриваемую структуру через линейную границу с неким резервуаром.

3. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Положение комплекса может быть задано одним числом — разме-

щение атома « a » — с дополнительным указанием о характере соседства атома « b ». Принимая, что направление изменения распределения частиц, т.е. удаления от условной границы структуры, нормально к сторонам гексагонов, и обозначая позиции в этом направлении целочисленным номером « n », приходим к уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\varphi_2(n)}{dt} = \\ \quad = 2v_a\varphi_1(n+1) + 2v_b\varphi_1(n) - 2(v_a + v_b)\varphi_2(n), \\ \frac{d\varphi_1(n+1)}{dt} = \\ \quad = v_a(\varphi_2(n) + \varphi_{-1}(n+3)) + v_b(\varphi_{-1}(n+1) + \varphi_2(n+1)) - 2(v_a + v_b)\varphi_1(n+1), \\ \frac{d\varphi_{-1}(n+2)}{dt} = \\ \quad = v_a(\varphi_1(n) + \varphi_{-2}(n+3)) + v_b(\varphi_{-2}(n+2) + \varphi_1(n+2)) - 2(v_a + v_b)\varphi_{-1}(n+2), \\ \frac{d\varphi_{-2}(n+1)}{dt} = \\ \quad = 2v_a\varphi_{-1}(n) + 2v_b\varphi_{-1}(n+1) - 2(v_a + v_b)\varphi_{-2}(n+1), \end{array} \right. \quad (1)$$

где φ — символ вероятности соответствующего размещения обсуждаемого образования; v_a, v_b — вероятности перескоков соответствующих атомов в расчёте на единицу времени; индексы величин φ означают отличие номера позиции атома « b » от размещения атома « a ».

Неограниченная совокупность величин $\varphi_k(m)$ охватывается набором Фурье-сумм (производящих функций) вида

$$G_k = \sum_m \varphi_k(m) e^{ims}.$$

Математический эквивалент уравнений (1) таков

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG_2}{dt} = 2v_a e^{-is} G_1 + 2v_b G_1 - 2(v_a + v_b) G_2, \\ \frac{dG_1}{dt} = v_a e^{is} G_2 + v_a e^{-2is} G_{-1} + v_b G_{-1} + v_b G_2 - 2(v_a + v_b) G_1, \\ \frac{dG_{-1}}{dt} = v_a e^{2is} G_1 + v_a e^{-is} G_{-2} + v_b G_{-2} + v_b G_1 - 2(v_a + v_b) G_{-1}, \\ \frac{dG_{-2}}{dt} = 2v_a e^{is} G_{-1} + 2v_b G_{-1} - 2(v_a + v_b) G_{-2}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Уравнения (2) — замкнутая система линейных дифференциальных

уравнений. Представляя искомые функции в виде

$$G_k(t) = g_k \exp(\omega t), \quad \omega = \omega(s), \quad (3)$$

получаем систему алгебраических уравнений, откуда находится характеристическое соотношение для выражений ω и соответствия между множителями g_k . Получается:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_2 = 2 \frac{v_a e^{-is} + v_b}{P} g_1, \\ g_{-2} = 2 \frac{v_a e^{is} + v_b}{P} g_{-1}, \\ g_{-1} = \frac{P - 2 \frac{v_a^2 + 2v_a v_b \cos s + v_b^2}{P}}{v_a e^{-2is} + v_b} g_1. \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{v_a^2 + 2v_a v_b \cos 2s + v_b^2} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{1}{4} (v_a^2 + 2v_a v_b \cos 2s + v_b^2) + 2(v_a^2 + 2v_a v_b \cos s + v_b^2)}; \\ \omega &= P - 2(v_a - v_b). \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения (3)–(5) в некоторых показательных случаях приобретают особую прозрачность.

4. ВАРИАНТ ОДИНАКОВЫХ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПОДВИЖНОСТЕЙ

Если $v_a = v_b = v$, что может приблизительно выполняться в ряде случаев, приобретая безусловный характер для димеров из двух одинаковых атомов, то значения величины P (5) таковы

$$P = \pm 2v(1 + \cos s); \quad \pm 2v.$$

С учётом этого выражение для G_2 , соответствующее начальному условию $\varphi_k(n, 0) = \delta_{n0} \delta_{k2}$ (начальная поляризация), запишем так:

$$G_2(t) = \frac{e^{-2v(1-\cos s)t} + e^{-2v(3-\cos s)t} + (1 + \cos s)e^{-2vt} + (1 + \cos s)e^{-6vt}}{4 + 2\cos s}. \quad (6)$$

Видим, что 3 последних слагаемых в числителе (6) существенны только в сроки, сопоставимые с v^{-1} , т.е. средним временем между очередными скачками. В более поздние времена определяющая

роль принадлежит первому из записанных слагаемых (6). Можно убедиться, что указанная составляющая сохраняет свой вид и играет ту же роль и при иных формах начального ориентирования пары (это обстоятельство, впрочем, интуитивно выглядит несомненным).

Значение G_2 при $s = 0$, определяющее количество состояний с исходной ориентацией, изменяется от единицы в начальный момент до $1/6$ в асимптотическом режиме. Последнее означает равномерное распределение по возможным ориентациям пары.

Важная макроскопическая характеристика распределения — средний квадрат смещения находится по правилу

$$\overline{n^2} = - \frac{\partial^2 G}{\partial s^2} \Big|_{s \rightarrow 0}, \quad (7)$$

которое нужно распространить на все варианты взаимной ориентации партнёров. В асимптотическом режиме получается

$$\overline{n^2} = 2vt. \quad (8)$$

Линейное возрастание среднего квадрата смещения во времени — общее свойство линейной диффузии. Качественно это — та же зависимость, что и для одноатомной миграции в обсуждаемой структуре. Однако в последнем случае при сохранении той же индивидуальной подвижности величина $\overline{n^2} = 12vt$, т.е. больше, нежели (8), в 6 раз.

5. БОЛЬШОЕ РАЗЛИЧИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПОДВИЖНОСТЕЙ

Если $v_a \gg v_b$, то согласно (4), (5) для искомой функции G_2 имеем:

$$\begin{aligned} G_2 = & \frac{1}{6} \left[1 + \frac{4}{9} \frac{v_b}{v_a} (\cos s - \cos 2s) \right] \exp \left[- \left(2 - \frac{2}{3} \cos 2s - \frac{4}{3} \cos s \right) v_b t \right] + \\ & + \frac{1}{6} \left[1 + \frac{4}{9} \frac{v_b}{v_a} (\cos s - \cos 2s) \right] \exp \left[- \left(4v_a + v_b \left(2 + \frac{2}{3} \cos 2s + \frac{4}{3} \cos s \right) \right) t \right] + \\ & + \frac{1}{3} \left[1 + \frac{2}{9} \frac{v_b}{v_a} (\cos 2s - \cos s) \right] \left\{ \exp \left[- \left(v_a + v_b \left(2 + \frac{1}{3} \cos 2s - \frac{4}{3} \cos s \right) \right) t \right] + \right. \\ & \left. + \exp \left[- \left(3v_a + v_b \left(2 - \frac{1}{3} \cos 2s + \frac{4}{3} \cos s \right) \right) t \right] \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Как и в предыдущем случае, значение $G_2(s \rightarrow 0, t)$ изменяется во

времени от единицы до одной шестой и последние 3 слагаемых G_2 затухают за сроки порядка времени существования неизменного размещения, что по порядку величины совпадает со сроком хаотизации первично резко поляризованного распределения. В асимптотических выражениях значение v_a не присутствует. Роль атома «а» проявляется в форме процесса. Среднеквадратичное удаление находится тем же приёмом, что и выше (формула (7)), что даёт (при $v_a t \gg 1$)

$$\overline{n^2} = 4v_b t. \quad (10)$$

Картина изменения заполнения узлов для определённых удалений, т.е. совокупность функций $\varphi_k(n, t)$, находится операцией

$$\varphi_k(n) = \frac{1}{(2\pi)} \int_{-\pi}^{+\pi} G_k e^{-ins} ds,$$

что для величины φ_2 , согласно (9), в асимптотическом режиме и в пренебрежении заведомо малыми поправками, сводится к выражению

$$\varphi_2(n) = \frac{1}{12\pi} e^{-2v_b t} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{\left(\frac{2}{3} \cos 2s + \frac{4}{3} \cos s\right) v_b t} \cos ns ds. \quad (11)$$

При немалых значениях $v_b t$ (это условие может соответствовать относительно поздним этапам асимптотического режима) определяющий вклад в результат интегрирования (11) принадлежит значениям s , близким к нулю. Заменяя косинусы соответствующими квадратичными выражениями и распространяя интегрирование на бесконечность, получаем:

$$\varphi_2(n) \approx \frac{1}{12} \sqrt{\frac{1}{2\pi v_b t}} e^{-\frac{n^2}{8v_b t}}. \quad (12)$$

Максимум величины φ_2 достигается в момент времени $n^2/(4v_b)$, причём само максимальное значение понижается пропорционально n^{-1} .

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Следует отметить, что специальная форма рассмотрения, трактующая развитие процесса миграции как макроскопически одномерный, не влечёт за собой качественных изменений общей картины. Как приёмы анализа, так и особенности результативных соотношений обобщаются и на формы распределений общего вида. Напри-

мер, в варианте $v_a = v_b$ — асимптотическая форма функции G_2 такова

$$G_2 = \frac{1}{4 + 2 \cos(s_a + s_b)} e^{-2v[1 - \cos(s_a + s_b)]t},$$

что есть достаточно очевидное обобщение асимптотической составляющей (6).

Условия $v_a \approx v_b$ и $v_a \gg v_b$ охватывают практически весь возможный диапазон соотношений индивидуальных подвижностей атомов-участников процесса переноса. Во всех случаях обнаруживается сильное замедление макроскопической подвижности пары связанных атомов сравнительно с аналогичными величинами для свободных атомов (формулы (8), (10)).

Прямой корреляции эффекта с уменьшением количества вариантов перескоков, обусловленного требованием сохранения связанного состояния, не выявляется. При этом эффект подавления подвижности более выражен в случае близости параметров атомов, образующих пару. Получается, что объединение равных партнёров приводит к непропорциональному подавлению подвижности обоих.

Если же индивидуальные характеристики партнёров существенно различаются, то длительность этапа релаксационного уничтожения возможного первоначального неравновесия задаётся подвижностью «быстрого» партнёра, а последующее пространственное перераспределение связано только со свойствами «медленного атома», но вследствие отягощения присутствием партнёра, хотя и индивидуально быстрого, происходит намного медленнее, нежели было бы для свободных атомов.

Установленные тенденции соответствуют связанному состоянию атомов. Это состояние может быть частью процесса более общего вида, предполагающего ограниченность сроков существования двухатомного комплекса, т.е. возможность распада или (и) генерации пар. Такие особенности могут существенно изменить общую картину, причём возможны несколько качественно неидентичных вариантов развития процесса перераспределения частиц.

Пусть, например, двухатомные молекулы вводятся в рассматриваемую среду в соответствии с вышеизложенной схемой. Развитие процесса связано с расползанием начального сгустка, которое сопровождается также распадом некоторых комплексов на составляющие, подвижность которых, как показано выше, во много раз превосходит таковую для связанных пар. Таким образом, наблюдаемый перенос усиливается вместе с увеличением количества изолированных атомов, что, в свою очередь, ускоряет процесс расползания и снижения концентрации, уменьшая тем самым вероятности столкновения частиц и возможной регенерации пар. Критерий

диффузионной подвижности, обозначаемый выше как $\overline{n^2}$, для принятых моделей увеличивается при этом во много раз. Такое развитие переноса квалифицируется как супердиффузия, объект внимания ряда исследователей (например [13]).

Вариант введения свободных атомов (диссоциированная субстанция), которые могут образовывать связанные состояния, определяет другой тип аномальной диффузии — субдиффузию, что в последнее время также вызывает значительный интерес ([14] и др.).

В работе [15] и других, связанных с [15] публикациях, интерес к поверхностной миграции димеров обусловлен предположением о существовании возбуждённого состояния пары. При этом принимается, что безизлучательный переход к основному состоянию является актом активизации диффузионной подвижности. Следует отметить, что указанные выше вероятные последствия разрыва и воссоздания пар весьма сходны с ролью упомянутого фактора.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено рассмотрение особенностей миграции простейшего составного объекта в пределах двумерной гексагональной сетки. Выявленное значительное снижение подвижности диффузионной компоненты вследствие образования комплексов — предпосылка как количественных, так и качественных перестроек в общей картине процесса.

Использованная формальная техника допускает применение к иным, нежели здесь, объектам и другим особенностям изучаемых процессов.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. К. Geim and K. S. Novoselov, *Nat. Mater.*, **6**, No. 3: 183 (2007).
2. А. В. Елецкий, И. М. Искандарова, А. А. Книжник, Д. Н. Красиков, *Успехи физ. наук*, **181**, № 3: 233 (2011).
3. Т. О. Wehling, K. S. Novoselov, S. V. Morozov, E. E. Vdovin, M. I. Katsnelson, A. K. Geim, and A. I. Lichtenstein, *Nano Lett.*, **8**: 173 (2008).
4. B. Huang, Z. Li, Z. Liu, G. Zhou, S. Hao, J. Wu, B.-L. Gu, and W. Duan, *Phys. Chem. C*, **112**: 13442 (2008).
5. А. П. Попов, И. В. Бажин, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **6**, вып. 4: 1083 (2008).
6. А. В. Долбин, В. Б. Есельсон, В. Г. Гаврилко, В. Г. Манжелый, Н. А. Винников, С. Н. Попов, Б. Сундквист, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **7**, вып. 1: 121 (2009).
7. V. V. Cheianov, O. Syljuesen, B. L. Altshuler, and V. Fal'ko, *Phys. Rev. B*, **80**: 233409 (2009).
8. С. Ю. Давыдов, Г. И. Сабирова, *Физика твердого тела*, **53**, № 3: 608 (2011).

9. С. Ю. Давыдов, *Физика твердого тела*, **54**, № 8: 1619 (2012).
10. А. С. Долгов, Ю. Л. Жабчик, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **11**, вып. 2: 281 (2013).
11. D. C. Elias, R. R. Nair, T. M. G. Mohiuddin, S. V. Morozov, P. Blake, M. P. Halsall, A. C. Ferrari, D. W. Boukhvalov, M. I. Katsnelson, A. K. Geim, and K. S. Novoselov, *Science*, **323**: 5914 (2009).
12. А. С. Долгов, Ю. Л. Жабчик, *Ж. нано-электрон. физ.*, **4**, № 3: 03021 (2012).
13. В. П. Шкилев, *ЖЭТФ*, **134**, № 5(11): 1040 (2008).
14. О. А. Дворецкая, П. С. Кондратенко, Л. В. Матвеев, *ЖЭТФ*, **137**, № 1: 67 (2010).
15. V. I. Emel'yanov and A. I. Mikaberidze, *Phys. Rev. B*, **72**: 235407 (2005).

REFERENCES

1. A. K. Geim and K. S. Novoselov, *Nat. Mater.*, **6**, No. 3: 183 (2007).
2. A. V. Eleckij, I. M. Iskandarova, A. A. Knizhnik, and D. N. Krasikov, *Uspekhi Fiz. Nauk*, **181**, No. 3: 233 (2011) (in Russian).
3. T. O. Wehling, K. S. Novoselov, S. V. Morozov, E. E. Vdovin, M. I. Katsnelson, A. K. Geim, and A. I. Lichtenstein, *Nano Lett.*, **8**: 173 (2008).
4. B. Huang, Z. Li, Z. Liu, G. Zhou, S. Hao, J. Wu, B.-L. Gu, and W. Duan, *Phys. Chem. C*, **112**: 13442 (2008).
5. A. P. Popov and I. V. Bazhin, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **6**, No. 4: 1083 (2008) (in Russian).
6. A. V. Dolbin, V. B. Esel'son, V. G. Gavrilko, V. G. Manzhelij, N. A. Vinnikov, S. N. Popov, and B. Sundkvist, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **7**, No. 1: 121 (2009) (in Russian).
7. V. V. Cheianov, O. Syljuesen, B. L. Altshuler, and V. Fal'ko, *Phys. Rev. B*, **80**: 233409 (2009).
8. S. Yu. Davydov and G. I. Sabirova, *Fizika Tverdogo Tela*, **53**: No. 3: 608 (2011) (in Russian).
9. S. Yu. Davydov, *Fizika Tverdogo Tela*, **54**, No. 8: 1619 (2012) (in Russian).
10. A. S. Dolgov and Yu. L. Zhabchyk, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **11**, No. 2: 281 (2013) (in Russian).
11. D. C. Elias, R. R. Nair, T. M. G. Mohiuddin, S. V. Morozov, P. Blake, M. P. Halsall, A. C. Ferrari, D. W. Boukhvalov, M. I. Katsnelson, A. K. Geim, and K. S. Novoselov, *Science*, **323**: 5914 (2009).
12. A. S. Dolgov and Yu. L. Zhabchyk, *J. Nano-Electron. Phys.*, **4**, No. 3: 03021 (2012) (in Russian).
13. V. P. Shkilev, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **134**, No. 5(11): 1040 (2008) (in Russian).
14. O. A. Dvoreckaja, P. S. Kondratenko, and L. V. Matveev, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **137**, No. 1: 67 (2010) (in Russian).
15. V. I. Emel'yanov and A. I. Mikaberidze, *Phys. Rev. B*, **72**: 235407 (2005).