Физика низких температур, 1999, т. 25, № 11, с. 1218–1223

Локализация фононов и затухание низкочастотного звука в слоистых кристаллах

Е. П. Чулкин

Физико-технический институт УрО РАН Россия, 426001, г. Ижевск, ул. Кирова, 132

А. П. Жернов, Т. Н. Кулагина

Российский научный центр «Курчатовский институт», Институт сверхпроводимости и физики твердого тела, Россия, 123182, г. Москва, пл. Курчатова, 1
E-mail: zhernov@kurm.polyn.kiae.su

Статья поступила в редакцию 9 марта 1999 г.

Показано, что в ангармонической слоистой решетке специфические интерференционные процессы, возникающие в режиме локализации, приводят к существенным перенормировкам обратного времени жизни фононов. Этот механизм может преобладать над стандартным ангармоническим механизмом. Обсуждается вопрос о коэффициенте затухания низкочастотного звука в диэлектрике с диагональным беспорядком.

Показано, що в ангармонічній шаруватій гратці специфічні інтерференційні процеси, що виникають в режимі локалізації, приводять до суттєвих перенормувань зворотнього часу життя фононів. Цей механізм може мати перевагу над стандартним ангармонійним механізмом. Обговорюється питання про коефіцієнт згасання низькочастотного звука в діелектрику з діагональним непорядком.

PACS: **63.20.–e**

Введение

Известно, что из-за сильной анизотропии межатомного взаимодействия колебательный спектр слоистого кристалла проявляет квазидвумерные свойства во всей области частотного спектра, за исключением особых точек и границ спектра [1,2]. При этом появление в таких системах тяжелых по массе дефектов не приводит к заметной перестройке спектра в области низких частот [3–5]. В результате при наличии примесей существенными могут оказаться эффекты, связанные со слабой локализацией фононных мод (см., например, [6–15]). В настоящей работе в рамках самосогласованной теории локализации фононов [8,9] мы анализируем влияние таких эффектов на частотное поведение коэффициента затухания низкочастотного звука.

Динамические свойства неупорядоченного слоистого кристалла описываются в модели тетрагональной решетки с изотопическими примесями замещения. В такой решетке существуют два типа акустических колебательных мод. Их отличительным признаком в случае мод первого типа (l-мод) является то, что соответствующие векторы смещений ориентированы параллельно слоям, в которых атомы сильно взаимодействуют. В случае мод второго типа векторы смещений перпендикулярны слоям. Подобные волны напоминают волны изгиба в невзаимодействующих слоях и их называют «изгибными колебаниями» (b-модами) (см., например, [1,2,13]).

Предполагается, что частоты звуковых волн удовлетворяют неравенству $\omega\tau_i(\omega_T) << 1$, где τ_i — время релаксации, обусловленное упругим примесным рассеянием и где $\omega_T \approx kT/\hbar = \beta^{-1}$ — характерная частота фононов. Простоты ради рассматривается случай, когда в неидеальном кристалле можно пренебречь стандартным ангармоническим взаимодействием тепловых фононов, т.е. выполняется условие $\tau_i^{-1}(\omega_T) >> \tau_N^{-1}$, где τ_i и τ_N — примесное время релаксации и время релаксации из-за нормальных ангармонических процессов соответственно.

Основные соотношения для массового оператора

Звук связан с упругостью кристаллической решетки. Его затухание определяется мнимой частью поляризационного оператора одночастичной решеточной гриновской функции, собранной на операторах динамических атомных смещений.

В импульсном представлении для гриновской функции моды j-й поляризации имеем

$$G_j^{(+)-1}(\mathbf{k},\,\omega) = \overline{G}_j^{(+)-1}(\mathbf{k},\,\omega) - \Pi^j(\mathbf{k},\,\omega)\;. \qquad (1)$$

Здесь $\overline{G}_j^{(+)}(\mathbf{k},\,\omega)$ — конфигурационно усредненная запаздывающая гриновская функция для гармонического кристалла с примесями; Π^j — поляризационный оператор. При этом

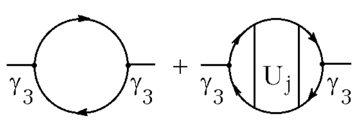
$$\overline{G}_j^{(+)}(\mathbf{k},\,\omega) = \left[\omega^2 - \omega_j^2(\mathbf{k}) - i\,\frac{\omega}{\tau_i^{(j)}(\omega)}\right]^{-1}\;, \qquad (2)$$

где время жизни для упругих процессов

$$\tau_i^{(j)}(\omega) = \left[\frac{\pi}{2}\,c\varepsilon^2\omega^2 g_j(\omega)\right]^{-1}\;; \qquad (3)$$

$\omega_j(\mathbf{k})$ — закон дисперсии j-й моды колебаний; $g_j(\omega)$ — спектральная функция парциальной плотности состояний колебательных мод. Кроме того, c — концентрация примесей; $\varepsilon = (M_d - M_0)/M_0$,

$$\Pi^j = \Pi_1^j + \Pi_2^j = \qquad (4)$$



где M_d и M_0 — массы атомов примеси и атома регулярной решетки, считается, что $M_d >> M_0$. Что касается поляризационного оператора Π^j, то в приближении кубического ангармонизма

В этом графическом соотношении Π_1^j описывает стандартное ангармонические взаимодействие между звуковыми фононами, Π_2^j — взаимодействие между звуковыми фононами и флуктуациями фононной плотности вблизи дефектов. В (4) линиям со стрелками соответствуют функции Грина $\overline{G}^{(+,-)}$, а вершина U_j возникает от суммирования «веерных» графиков и характеризует процессы обратного когерентного рассеяния фононов на дефектах (см., например, [11–14]). Вклады l- и b-мод в процессы ангармонического взаимодействия и в вершину U_j при вычислениях считаются независимыми.

Приведем теперь явные выражения для вершины U_j, когда выполнены условия

$$ql_j(\omega_1) << 1\;,\quad \omega\tau_i^{(j)} << 1\;,$$

$l_j(\omega_1) = v_j(\omega_1)\tau_i^{(j)}(\omega_1)$ — упругая длина свободного пробега; v_j — групповая скорость квазичастиц. В [13] было показано, что

$$U_j(\mathbf{k},\,\mathbf{k}';\,\omega,\,\omega_1) = $$

$$= \frac{\Gamma_j}{N}\left[1 - \frac{\Gamma_j}{N}\sum_{\mathbf{k}_1}\overline{G}^{+}_{(j)}(\mathbf{k}_1,\,\omega_1)\overline{G}^{-}_{(j)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q},\,\omega_1 - \omega)\right]^{-1}, \qquad (5)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} + \mathbf{k}'\;.$$

В (5) фигурирует величина $\Gamma_j = \omega_1[\pi\tau_i^{(j)}(\omega_1)g_j(\omega_1^2)]^{-1}$ — затравочная вершина, описывающая однократное упругое рассеяние низкочастотных фононов с квазиимпульсами $\mathbf{k}$ и $-\mathbf{k}$.

Отметим, что параметр ангармонического взаимодействия $\Phi_j^{(3)}$ в стандартном приближении имеет вид

$$\Phi_j^{(3)}(\mathbf{k},\,\mathbf{k}_1\,,\,\mathbf{k}_2) = -\,i\,\tilde{\gamma}_3\omega_j(\mathbf{k})\omega_j(\mathbf{k}_1)\omega_j(\mathbf{k}_2)\;,$$

$$\tilde{\gamma}_3 = \gamma_3/\sqrt{\gamma_\parallel^2\gamma_\perp}\;. \qquad (6)$$

Здесь $\gamma_\parallel$, $\gamma_\perp$ ($\gamma_\parallel >> \gamma_\perp$) и γ_3 — эффективные гармонические и ангармонические силовые постоянные.

С учетом (4)–(6) выражения для Π_1^j и Π_2^j могут быть представлены в форме

$$\Pi_1^j(\mathbf{k},\,\omega) \approx i\tilde{\gamma}_3^2\omega_j^2(\mathbf{k})\int_0^\infty\frac{d\omega_1}{2\pi}\int_0^\infty\frac{d\omega_2}{2\pi}\,\delta(\omega + \omega_2 - \omega_1)\,\times$$

$$\times\,2[n(\omega_2) - n(\omega_1)]\,\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2}\omega_j^2(\mathbf{k}_1)\omega_j^2)\mathbf{k}_2)\overline{G}_j^{(+)}(\mathbf{k}_1\,,\,\omega_1)\,\times$$

$$\times\,\overline{G}_j^{(-)}(\mathbf{k}_2\,,\,\omega_2)\,\Delta\,(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)\;, \qquad (7)$$

$$\Pi_2^j(\mathbf{k},\,\omega) \approx i\tilde{\gamma}_3^2\omega_j^2(\mathbf{k})\int_0^\infty\frac{d\omega_1}{2\pi}\int_0^\infty\frac{d\omega_2}{2\pi}\,\delta(\omega + \omega_2 - \omega_1)\,\times$$

$$\times\,2[n(\omega_2) - n(\omega_1)]\;F_j(\omega_1)\sum_{\mathbf{q}\le\mathbf{q}_c}U_j(\mathbf{q};\,\omega_1\,,\,\omega)\;. \qquad (8)$$

Величина F_j определяется как

$$F_j(\omega_1) = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}_1}\left[\omega_j^2(\mathbf{k}_1)\overline{G}_j^{(-)}(\mathbf{k}_1\,,\,\omega_1)\overline{G}_j^{(+)}(\mathbf{k}_1\,,\,\omega_1)\right]^2 , \tag{9}$$

где $n(\omega)$ — равновесная планковская функция распределения фононов. При написании (9) мы пренебрегли малыми слагаемыми $\mathbf{q}$ в аргументах функций Грина. В решетках с сильно анизотропным межатомным силовым взаимодействием суммирование по $\mathbf{q}$ в (8) ограничено сверху реально двумя малыми величинами $q_j^{(\|,\perp)} \approx \pi/l_{\|,\perp}^{(j)}(\omega_1)$ (при этом учитывается, что диффузия происходит на расстояниях больше длины упругого пробега). Если $a \approx b$, то длины пробега $l_{\|,\perp}^{(j)} = v_{\|,\perp}^{(j)}\tau_i^{(j)}(\omega_1)$. Если же параметры элементарной ячейки a и b сильно различаются, т.е. $a << b$, то может реализоваться ситуация, когда $q_j^{(\perp)} \approx \pi/b$.

Для того чтобы продвинуться дальше, надо определить частоты фононных мод. Как отмечалось во введении, решетка принимается тетрагональной с параметрами элементарной ячейки a и b. Предполагается, что эффективное взаимодействие между атомами в базисной плоскости xOy, обозначенной как (‖), много сильнее, чем вдоль оси $z(\perp)$. При этом взаимодействие вдоль оси z центральное. В такой ситуации имеем три характерных силовых параметра:

$$|\Phi_{xx}^{0\mathbf{s}_\perp}| << |\Phi_{zz}^{0\mathbf{s}_\perp}| << |\Phi_{zz}^{0\mathbf{s}_\|}| \,. \tag{10}$$

Этим силовым параметрам соответствуют три эффективные частоты: $\omega_\perp^2 << \omega_2^2 << \omega_\|^2$.

Учитывая взаимодействие только между ближайшими соседями, для l-моды имеем

$$\omega_l^2(\mathbf{k}) \approx v_\|^{(l)2}k_\|^2 + 2\omega_\perp^2\sin^2\left(\frac{bk_\perp}{2}\right), \tag{11}$$

где $v_\|^{(l)} \approx \omega_\| a/2$ — скорость звука l-моды. Для b-моды закон дисперсии определяется как

$$\omega_b^2(\mathbf{k}) \approx \omega_\perp^2 b^2 k_\|^2 + \left(\frac{\omega_\| a^2}{\pi}\right)^2 k_\|^4 + 2\omega_2^2\sin^2\left(\frac{bk_\perp}{2}\right) \tag{12}$$

(см. детали в [2], а также в [13]).

Ниже будем рассматривать сравнительно подробно только случай l-мод. Заметим, что для b-мод вычисления проводятся аналогичным образом. В заключительной части работы будут отмечены некоторые различия в качественном поведении коэффициентов поглощения звука для l- и b-мод.

Во-первых, можно показать, что в полюсном приближении вместо (9) имеем [11,12]

$$F_l(\omega_1) \approx \frac{\pi}{4}\, g_l(\omega_1)\tau_i^{(l)3}(\omega_1) \,, \tag{13}$$

где $g_l(\omega_1^2) = (\pi\omega_\|^2)^{-1}$ — парциальная плотность состояний.

Во-вторых, для вершинной части U_l в той области частот, где фононные моды ведут себя как квазидвумерные возбуждения, т.е. при $\omega_1^2 > 2\omega_\perp^2$, выполняется приближенное равенство вида [13]

$$U_l(\mathbf{q};\,\omega;\,\omega_1) \approx \frac{\omega_1}{\pi g_\|(\omega_1^2)\tau_i^{2(l)}(\omega_1)} \times \frac{1}{-\,i\omega + D_\|^{0(l)}(\omega_1)q_\|^2 + 2D_\perp^{0(l)}\sin^2(q_\perp b/2)} \,, \tag{14}$$

где

$$D_\|^{0(l)}(\omega_1) = \frac{v_\|^{(l)2}\tau_i^{(l)}(\omega_1)}{2} \,,\quad D_\perp^{0(l)}(\omega_1) = \frac{\omega_\perp^4\tau_i^{(l)}(\omega_1)}{4\omega_1^2} \tag{15}$$

— компоненты тензора коэффициента диффузии. Подразумевается, что $\omega \approx \omega_l(\mathbf{k})$.

Как известно, истинные и затравочные коэффициенты диффузии фононов $D_{\|,\perp}^{(j)}$ и $D_{\|,\perp}^{0(j)}$ связаны уравнениями вида

$$D_\| = D_\|^0 - \frac{a^2 b}{\pi g_\|(\omega_1)} \times \int d^3q\,\frac{D_\|}{-i\omega + D_\| q_\|^2 + 2D_\perp\sin^2(q_\perp b/2)} \,, \tag{16}$$

$$D_\perp = D_\perp^0 - \frac{a^2 b}{\pi g_\|(\omega_1)} \times \int d^3q\,\frac{D_\perp}{-i\omega + D_\| q_\|^2 + 2D_\perp\sin^2(q_\perp b/2)} \tag{17}$$

(подобные соотношения для случаев фононного газа в изотропной решетке и электронов в анизотропной системе ранее рассматривались в [9] и [16]).

Удобно ввести в рассмотрение факторы

$$\alpha_{\|,\perp}^{(l)}(\omega,\,\omega_1) \equiv D_{\|,\perp}^{(l)}(\omega,\,\omega_1)/D_{\|,\perp}^{0(l)}(\omega_1) \,. \tag{18}$$

Из (16) и (17) следует, что

$$\alpha_\| = \alpha_\perp = \alpha \,.$$

При этом $\alpha^{(l)}$ удовлетворяет соотношению

$$\alpha(\omega, \omega_1) = 1 - \frac{a^2 b}{g_\parallel(\omega_1)} \int\limits_{-\pi/b}^{\pi/b} \frac{d q_\perp}{2\pi} \int\limits_0^{\pi/l^{(j)}} \frac{d q_\parallel^2}{2\pi^2} J(\omega, q_\parallel, q_\perp) , \tag{19}$$

где

$$J(\omega, q_\parallel, q_\perp) = \frac{1}{-i\omega/\alpha + D_\parallel^{0(l)} q_\parallel^2 + 2D_\perp^{0(l)} \sin^2 (q_\perp b/2)} .$$

Можно показать, что

$$\alpha^{(l)}(\omega, \omega_1) \approx 1 - \frac{1}{\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1)} \ln \frac{2}{\tau_i^{(l)}(\omega_1) D_\perp^{0(l)}(\omega_1)} + \frac{1}{\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1)} \left(\frac{-2i\omega}{D_\perp^{(l)}(\omega_1)} \right)^{1/2} = \alpha_0^{(l)}(\omega_1) + \frac{1}{\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1)} \left(\frac{-2i\omega}{D_\perp^{(l)}(\omega_1)} \right)^{1/2} . \tag{20}$$

Принимая во внимание сказанное, определим мнимые части массового оператора Π^j в пределе низких частот. Подстановка (2) в (7) приводит для $\mathrm{Im}\,\Pi_1^j$ к соотношению

$$\mathrm{Im}\,\Pi_1^j(\mathbf{k}, \omega) \approx 2\tilde{\gamma}_3^2 \omega \omega_j^2(\mathbf{k}) \times \frac{1}{T} \sum_{\mathbf{k}_1} \omega_j^2(\mathbf{k}_1) n(\omega_j(\mathbf{k}_1))[n(\omega_j(\mathbf{k}_1)) + 1]\, \tau_i^{(j)}(\omega_j(\mathbf{k}_1)) . \tag{21}$$

В области предельно низких температур сумма в (21) расходится, как и в случае теплопроводности (которая возникает для этого же механизма рассеяния фононов). Конечное значение поглощения звука можем получить, если учтем ангармоническое затухание тепловых фононов и их рассеяние на границах образца. Соотношение (21) справедливо в интервале промежуточных температур, в котором длина пробега тепловых фононов чувствительна к дефектам [17]. Перейдем к величине $\mathrm{Im}\,\Pi_2^j$. Воспользуемся результатами работ [18,19], в которых предложено самосогласованное обобщение ряда максимально пересеченных диаграмм для неприводимой вершины U. Принимая во внимание сказанное, заменим затравочные коэффициенты диффузии D^0 на истинные D. После подстановки (9) в (8) с учетом (18) и проведения вычислений, аналогичных описанным в [13], получаем

$$\mathrm{Im}\,\Pi_2^j(\mathbf{k}, \omega) \approx \frac{\tilde{\gamma}_3^2 a^2 \omega \omega_j^2(\mathbf{k})}{2T} \int\limits_{\omega_j^0}^{\omega_j^*} \frac{d\omega_1}{2\pi} n(\omega_1)[n(\omega_1) + 1] \times \frac{\omega_1^2 \tau_i^{(j)}(\omega_1)}{D_\parallel^{(j)}(\omega, \omega_1)} \left[\ln \frac{2}{\tau_i^{(j)}(\omega_1) D_\perp^{0(j)}(\omega_1)} - \mathrm{Re} \left(\frac{-2i\omega}{\alpha_0 D_\perp^{0(j)}(\omega_1)} \right)^{1/2} \right] . \tag{22}$$

Фигурирующая здесь частота ω_j^0 разделяет области квазитрехмерного (малая область частот вблизи нуля) и квазидвумерного поведения колебательного спектра слоистой решетки. Что касается частоты ω_j^* ($\omega_j^* >> \omega_j^0$), то она определяет порог подвижности фононов и находится из условия обращения в нуль истинного коэффициента диффузии.

С использованием (20) вблизи порога подвижности имеем следующие соотношения для $\alpha^{(l)}$: если

$$(\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^{-1} << \alpha_0^{(l)} << 1 \tag{23}$$

или выполняются условия

$$\begin{gathered} \alpha_0^{(l)} << (\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^{-1} << 1 , \\ \omega << \alpha_0^{(l)3} D_\perp^{0j} (\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^2 , \end{gathered} \tag{24}$$

то

$$\alpha^{(l)} \approx \frac{2}{\omega_l^*} (\omega_l^* - \omega_1) . \tag{25}$$

Если справедливы неравенства вида

$$\begin{gathered} \alpha_0^{(l)} << (\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^{-1} << 1 , \\ \omega >> (\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^2 \alpha_0^3 D_\perp^{0(l)}(\omega_1) , \end{gathered} \tag{26}$$

то

$$\alpha^{(l)} \approx \left[\frac{2}{D_\perp^0(\omega_1)} \frac{-i\omega}{(\pi\omega_1 \tau_i^{(l)}(\omega_1))^2} \right]^{1/3} . \tag{27}$$

Несколько слов относительно изгибных мод. Подчеркнем, что все основные выражения (20)–(22) для продольных и изгибных мод имеют одинаковую структуру. Отличаются лишь представления для затравочных коэффициентов диффузии: согласно [13],

$$\left\{D_{\parallel}^{0(b)},\, D_{\perp}^{0(b)}\right\} \approx \left\{\frac{1}{g_b(\omega)}\,\frac{\pi\tau_i^{(b)}(\omega)}{4\omega_{\parallel}\omega_2}\times\left[\frac{16}{3}\,\frac{\omega_{\parallel}\omega a^2}{\pi^2},\frac{\omega_2^2 b^2\pi}{4}\right]\right\}; \tag{28}$$

плотность состояний описывается формулой $g_b(\omega_1) = \pi(8\omega_1\omega_{\parallel})^{-1}$. Кроме того, l- и b-моды определены в разных частотных интервалах: $2\omega_{\perp}^2 < \omega_1^2 < \omega_{\parallel}^2$ и $2\omega_2^2 < \omega_1^2 < \omega_{\parallel}^2$. Поэтому полученные выше результаты для l-мод, в том числе соотношения (25), (27), можно перенести на случай b-мод.

Коэффициент поглощения низкочастотного звука

Начнем со случая гармонической решетки. Рассмотрим дисперсионное уравнение для эффективной частоты $\tilde{\omega}_{\mathbf{k}}$ и затухания колебательных мод (индекс j опустим). Оно имеет следующий вид:

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{k}}^2 - \omega_{\mathbf{k}}^2 - i\,\frac{2\tilde{\omega}_{\mathbf{k}}}{\tau_i(\omega_{\mathbf{k}})} = 0\ .$$

Положим

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{k}}(\mathbf{k}\to 0) = v_{\parallel(\perp)}k^*,\ \mathbf{k}^* = \mathbf{k} + i\Delta\mathbf{k}\ .$$

Можно показать, что

$$\Delta k = \lim_{\omega\to 0}\ \frac{1}{v_{\parallel(\perp)}\tau_i(\omega)}\ , \tag{29}$$

v — групповая скорость фононов; τ_i — время жизни рэлеевского типа.

Коэффициент поглощения низкочастотных мод задается соотношением

$$\Gamma_0 = \mathrm{Im}\,|\mathbf{k}^*|\ ,$$

где $\mathbf{k}^*$ — комплексный волновой вектор распространяющейся через кристалл моды (см., например, [11]). Отметим, что по (29) фактор $\Gamma_0(=\Delta k)$ пропорционален $\omega^2 g_j(\omega)$. С учетом явного вида $g_j(\omega)$ (см. [13]) для продольных мод $\Gamma_0 \approx \omega^3$ и для изгибных мод $\Gamma_0 \approx \omega^2$. Фактор Γ_0 не зависит от температуры.

Перейдем к случаю ангармонического кристалла. Дисперсионное уравнение запишем в форме

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{k}}^2 - \omega_{\mathbf{k}}^2 - i\,\frac{2\omega}{\tau_i(\omega_{\mathbf{k}})} - i\ \mathrm{Im}\ \Pi_j(\omega(\mathbf{k})) = 0\ ,$$

где

$$\mathrm{Im}\ \Pi^j = \mathrm{Im}\ \Pi^j_{(1)} + \mathrm{Im}\ \Pi^j_{(2)}\ .$$

Индексами «1» и «2» отмечены вклады от стандартной и нестандартной диаграммы (4). Откуда для обратного времени релаксации приближенно имеем

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_i} + \frac{\mathrm{Im}\ \Pi^j}{2\omega_j(\mathbf{k})}\ .$$

Из последнего соотношения непосредственно следует, что в ангармонической решетке фактор $1/\tau$ зависит от температуры.

Рассмотрим температурную зависимость коэффициента затухания ультразвука

$$\overline{\Gamma}_j = \Gamma_{j,0} + \Delta\Gamma_j(T)$$

для моды j-поляризации. В соответствии с упомянутым выше имеем

$$\Delta\Gamma_j(T) \approx \frac{\mathrm{Im}\ \Pi^j(\omega(\mathbf{k}))}{2\omega_j(\mathbf{k})}\ ,\ \ \Delta\Gamma_j = \Delta\Gamma_j^{(1)} + \Delta\Gamma_j^{(2)}\ .$$

Проанализируем приведенное выражение для коэффициента поглощения звука в случае сильной локализации фононных мод. Воспользуемся соотношениями (20), (25) и (27), (28). Оказывается, если удовлетворяются неравенства $c\varepsilon^2 \ge 1$; $T \le 0{,}1\Theta_j$ (Θ_j — дебаевская температура) и $D_{\perp}^{0,j}(\omega)\tau_i^{(j)}(\omega) \le 0{,}1$, то для частот звука мегагерцевого диапазона $\Delta\Gamma_j^{(2)} \ge \Delta\Gamma_j^{(1)}$. Иными словами, температурное поведение коэффициента поглощения звука определяется процессами рассеяния на флуктуациях фононной плотности вблизи дефектов.

Отметим следующее обстоятельство. Пусть выполнено неравенство (26). Тогда если частота звука ω превосходит некоторую критическую величину $\omega_c = (\pi\omega_T\tau_i^{(j)}(\omega_T))^2\alpha_0^{(l)3}D_{\perp}^{0,j}(\omega_T)$, то ангармоническая часть коэффициента затухания для l- и b-мод вблизи порога подвижности зависит от частоты как $\Delta\Gamma_j \sim \omega^{5/3}$. (Если справедливо неравенство (24), то $\Delta\Gamma_j \sim \omega^2$.) Таким образом, из-за сильной локализации может измениться закон частотной зависимости для $\overline{\Gamma}_j$, который выполняется в случае гармонической решетки.

В приближении доминирующих фононов ($\omega_1 \approx T$) сравним $\Delta\Gamma_j^{(1)}$ и $\Delta\Gamma_j^{(2)}$. Можно показать (с использованием (21) и (22)), что при выполнении условия $D_{\perp}^0 << D_{\parallel}^0$ для продольных и изгибных мод имеем

$$\frac{\Delta\Gamma_j - \Delta\Gamma_j^{(1)}}{\Delta\Gamma_j^{(1)}} = \frac{\Delta\Gamma_j^{(2)}}{\Delta\Gamma_j^{(1)}} = \frac{1 - \alpha^j(\omega, \omega_T)}{\alpha^j(\omega, \omega_T)} .$$

При приближении частоты доминирующих фононов ω_T к пороговой частоте ω_j^* фактор $\Delta\Gamma$ обнаруживает неаналитическое поведение: $\Delta\Gamma_j \sim (\omega_j^* - \omega_T)^{-1}$.

Оценим вклад эффектов слабой локализации фононных мод в коэффициент поглощения звука. Для простоты ограничимся опять приближением доминирующих фононов. Полагая значение фактора α в (18) приблизительно равным единице, сравним $\Delta\Gamma_j^{(1)}$ и $\Delta\Gamma_j^{(2)}$. Используя (21), (22) и (28), находим

$$\frac{\Delta\Gamma_j^{(2)}}{\Delta\Gamma_j^{(1)}} \approx c\varepsilon^2 \left(\frac{T}{\Theta_j}\right)^2 \ln 2(\tau_i^{(j)}(\omega_T) D_\perp^0(\omega_T))^{-1} ,$$

т.е. вклад составляет всего несколько процентов $\Delta\Gamma_j^{(1)}$.

Подведем итоги. Рассмотрено влияние флуктуации фононной плотности на обратное время жизни $1/\tau$ в длинноволновом пределе для случая низких температур $T \le 0{,}1\Theta_j$. При определении массового оператора проанализированы процессы, связанные с кубическим ангармонизмом. Кроме того, учтено возникновение двухфононных когерентных состояний в режиме локализации. Показано, что специфические интерференционные процессы приводят к существенным перенормировкам. В рамках развитой теории обсуждены особенности температурного и частотного поведения обратной длины затухания ультразвука Γ.

Экспериментальные работы, к которым могла бы быть приложима развитая выше теория, нам не известны.

1. И. М. Лифшиц, *ЖЭТФ* **22**, 475 (1952).
2. А. М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).
3. Е. С. Сыркин, С. Б. Феодосьев, *ФНТ* **5**, 1069 (1979).
4. М. А. Иванов, Ю. В. Скрипник, *ФТТ* **32**, 2965 (1990).
5. М. А. Иванов, А. М. Косевич, Е. С. Сыркин, И. А. Господарев, Ю. В. Скрипник, С. Б. Феодосьев, *ФНТ* **19**, 434 (1993).
6. T. R. Kirkpatrik, *Phys. Rev.* **B31**, 5746 (1985).
7. E. Akkermans and R. Maynard, *Phys. Rev.* **B32**, 7860 (1985).
8. Qian-Jin Chu and Zhao-Oing Zhag, *Phys. Rev.* **B38**, 4906 (1988).
9. H. Bottger and M. Theuerkauf, *Phys. Status Solidi* (b) **150**, 73 (1988).
10. M. P. van Albada, M. B. van der Mark, and A. Lagendik, in: *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media*, P. Shjeng (ed.), World Scientific, Singapore (1989).
11. А. П. Жернов, Е. П. Чулкин, *ЖЭТФ* **109**, 602 (1996).
12. A. P Zhernov and E. P. Chulkin, *Phys. Status Solidi* (b) **193**, 67 (1996).
13. А. П. Жернов, Е. П. Чулкин, *ФТТ* **40**, 132 (1998).
14. А. П. Жернов, Е. П. Чулкин, *ЖЭТФ* **113**, 930 (1998).
15. Ю. А. Барабаненков, М. Ю. Барабаненков, *ЖЭТФ* **113**, 432 (1998).
16. V. N. Prigodin and Yu. A. Firsov, *J. Phys.* **C17**, L979 (1984).
17. Р. Берман, *Теплопроводность твердых тел*, Мир, Москва (1979).
18. D. Volfhardt and P. Wolfle, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 842 (1980).
19. D. Volfhardt and P. Wolfle, *Phys. Rev.* **B22**, 4666 (1980).

Phonon localization and low frequency sound attenuation in layered crystals

E. P. Chulkin, A. P. Zhernov, and T. N. Kulagina

It is shown that the specific interference processes developing under localization condition in the anharmonic layered lattice induce important renormalization of the inverse phonon lifetime. This mechanism can prevail over the standard anharmonic one. The coefficient of low frequency sound attenuation in a dielectric with diagonal disorder is discussed.