

Связывание звуковых и слабозатухающих электромагнитных мод в металлах

Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, О. Ф. Панченко

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail: tsymbal@host.dipt.donetsk.ua*

Статья поступила в редакцию 3 марта 1999 г.

Представлены результаты детального теоретического анализа связывания слабозатухающих электромагнитных и звуковых волн в металлах. Установлено принципиальное различие характеров связывания мод, распространяющихся в одном (геликон-фононный резонанс) или встречных (доплерон-фононный резонанс) направлениях. В первом случае дисперсионные кривые расщепляются, тогда как во втором — действительно связываются. В результате в бесстолкновительном пределе в спектре связанных мод возникает щель, причем обе моды являются звукоподобными. Показано, что в случае доплерон-фононного резонанса необходимо учитывать как индукционное, так и деформационное взаимодействие электронов с решеткой.

Надано результати детального теоретичного аналізу зв'язування слабозатухаючих електромагнітних та звукових хвиль в металах. Встановлено принципову різницю характерів зв'язування мод, що розповсюджуються в одному (гелікон-фононний резонанс) або зустрічних (доплерон-фононний резонанс) напрямках. В першому випадку дисперсійні криві розщеплюються, тоді як у другому — дійсно зв'язуються. Внаслідок в безіткневому режимі в спектрі зв'язаних мод з'являється щілина, причому обидві моди є звукоподібними. Показано, що у випадку доплерон-фононного резонансу необхідно враховувати як індукційну, так і деформаційну взаємодію електронів з ґраткою.

PACS: 72.55.+s, 72.15.Nj

*Неистовому зачинателю
Борису Иеремиевичу Веркину
посвящается*

Введение

Проблема распространения и связывания коллективных возбуждений в конденсированных средах, в частности в металлах, представляет собой одну из наиболее интересных и важных проблем физики твердого тела. Рассматривая ее в целом, можно выделить два характерных случая. Во-первых, связывание коллективных мод, являющихся возбуждениями различных подсистем металла. Заметим, однако, что такая система является уже общей для всех связанных подсистем металла. Поэтому принадлежность какой-либо моды к той или иной подсистеме становится, вообще говоря, условной. В окрестности же точек вырождения мод их идентификация вообще может оказаться невозможной. Под модой здесь мы подразумеваем

некое возбуждение, характеризующееся волновым вектором \mathbf{k} . Примером такого рода связывания являются эффекты, рассматриваемые в настоящей работе. Непосредственная цель работы — изучение специфики взаимодействия ультразвуковых и слабозатухающих электромагнитных мод в нормальных металлах, помещенных во внешнее магнитное поле \mathbf{H} . Хотя термин «взаимодействие мод» часто используется, взаимодействуют не моды, а подсистемы металла, в данном случае — ионная и электронная. Наглядно это проявляется при возбуждении колебаний в какой-либо одной из них. В результате взаимодействия обязательно возникают колебания в связанной с ней подсистеме. В настоящей работе мы не будем обсуждать этот аспект проблемы, а ограничимся анализом дисперсионного уравнения связанных

ультразвуковых и электромагнитных волн, не затрагивая вопроса о возбуждении этих волн в металле. Второй случай — это связывание мод, являющихся коллективными возбуждениями одной и той же подсистемы металла. Естественно, что при этом уже нельзя говорить о каком-либо взаимодействии. Однако в обоих случаях, независимо от типа связанных мод, существуют общие закономерности, характеризующие проблему связывания вообще. Это хорошо иллюстрируется проведенным нами сравнительным анализом системы мод, возникающей при связывании как электромагнитных мод со звуковыми, так и электромагнитных мод друг с другом.

В интересующем нас диапазоне частот и полей, ограниченном неравенством

$$\omega \leq \nu \ll \omega_c, \quad (1)$$

в металлах могут распространяться слабозатухающие электромагнитные волны двух типов: геликоны [1–3], существующие только в некомпенсированных металлах, и доплероны [4–8], обнаруженные к настоящему времени во многих как компенсированных, так и некомпенсированных металлах. В (1) ω — частота волны; ν — частота релаксации электронов; $\omega_c = eH/mc$ — циклотронная частота.

Геликоны и доплероны являются относительно «медленными» волнами, и их спектры могут пересекаться со спектрами поперечных звуковых мод в интервалах полей и частот, достижимых в реальном эксперименте. Геликон-фононный резонанс (ГФР), предсказанный в [9,10] (см., однако, [11]) и обнаруженный экспериментально в [12], исследовался впоследствии различными группами авторов (см., например, [13,14], а также обзоры [15,16]). Естественно, что одно и то же дисперсионное уравнение описывает спектр и затухание связанных мод как при ГФР, так и при доплерон-фононном резонансе (ДФР). Однако в случае ГФР это уравнение можно существенно упростить. Обусловлено это тем, что геликон-фононное взаимодействие достаточно корректно рассматривается в рамках локального предела. Вследствие этого характер геликон-фононного связывания практически не зависит от деталей энергетического спектра электронов и определяется в основном индукционным взаимодействием электронов с решеткой [14]. Простота теории ГФР приводит к тому, что из эксперимента нельзя получить какую-либо принципиально новую информацию, помимо той,

которая подтверждает справедливость этой теории. Это и является, по-видимому, одной из причин малого числа экспериментальных исследований эффекта. Наряду с [12] можно упомянуть еще о магнитоакустических исследованиях ГФР в калии [17,18] и индии [19]. Вторая причина обусловлена ограничением области резонансных полей снизу вследствие доплер-сдвинутого циклотронного резонанса (ДСЦР). В результате эта область, как правило, оказывается труднодостижимой в реальном эксперименте. В особенности это касается металлов с относительно большими скоростями звука и разностями концентраций электронов и дырок [20].

Существование доплеронов связано с фермиевским вырождением электронов проводимости в металлах и ДСЦР, приводящим к сильной пространственной дисперсии проводимости металла. Уже нельзя пренебрегать нелокальными эффектами и, как следствие, деформационным взаимодействием электронов с решеткой. Все это существенно усложняет анализ связывания в случае ДФР.

Впервые предсказанный и обнаруженный в кадмии [21] ДФР впоследствии наблюдался и в других металлах (см., например, [22] и цитируемую там литературу). Эти экспериментальные результаты использовались в основном для построения спектров доплеронов и расчета нелокальной проводимости металла. Особенности же самого взаимодействия до сих пор мало изучены. Следует отметить только работу [23], в которой была сделана попытка теоретического анализа ДФР в кадмии, и [20] по исследованию амплитудно-частотной зависимости ДФР в вольфраме. Однако полученные в этих работах результаты имеют частный характер. Так, в [23] авторы использовали очень упрощенную модель металла и ограничились анализом взаимодействия в пределах сильной связи доплеронов со звуком. Такое упрощение задачи привело к тому, что рассчитанная зависимость коэффициента поглощения звука от магнитного поля даже качественно не согласуется с полученной в эксперименте [21,22]. В работе же [20], хотя это и было обосновано, дисперсионное уравнение решалось только в пределе слабой связи доплеронов со звуком.

Доплероны по своим свойствам можно разделить на две принципиально различные группы. К первой относятся доплероны с совпадающими по направлению фазовыми v_{ph} и групповыми v_{gr} скоростями. Ко второй —

доплероны с противоположно направленными скоростями \mathbf{v}_{ph} и \mathbf{v}_{gr} . В [24] мы рассмотрели связывание доплеронной моды второй группы с геликоном, и оказалось, что при этом спектр связанных мод кардинальным образом отличается от спектра, возникающего, например, при ГФР. В настоящей работе нас также интересует случай связывания доплеронной и звуковой мод, распространяющихся навстречу друг другу. Основной целью работы является установление общих закономерностей такого процесса и осуществление сравнительного качественного и количественного анализ спектров связанных мод в случае ДФР и ГФР. В работе использовалась достаточно простая, но реалистическая модель некомпенсированного металла. Дисперсионное уравнение связанных мод решалось численно с помощью метода Мюллера (обобщенный метод секущих) с дефляцией [25]. Для выяснения физического смысла полученных результатов мы использовали приближенное, но достаточно точное решение этого уравнения.

Дисперсионное уравнение и модель металла

1. Уравнения теории упругости и Максвелла, дополненные материальными соотношениями, являются полной системой уравнений, описывающей упругие и электромагнитные колебания в металлах (см., например, [14,26], а также обзоры [15,16,27]). Для монохроматических плоских волн (\mathbf{u} , $\mathbf{E} \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$; \mathbf{u} — вектор смещений решетки; \mathbf{E} — электрическое поле) эти уравнения имеют вид

$$\sum_{\beta,\gamma,\delta} \lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} k_{\beta} k_{\gamma} u_{\delta} - \rho \omega^2 u_{\alpha} = f_{\alpha}, \quad (2)$$

$$-\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E} = (4\pi i \omega / c^2) \mathbf{j}, \quad (3)$$

$$\mathbf{f} = \hat{G}\mathbf{E} + \hat{L}\mathbf{u}, \quad \mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E} + \hat{g}\mathbf{u}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{k} — волновой вектор; ρ — плотность материала; $\lambda_{\alpha\beta\gamma\delta}$ — тензор модулей упругости; \mathbf{f} — объемная плотность силы, действующей со стороны электронов на решетку; \mathbf{j} — полная плотность тока; \hat{G} , \hat{L} , $\hat{\sigma}$, \hat{g} — материальные тензоры; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — x, y, z . Уравнения (2)–(4) написаны без учета эффекта Стюарта–Толмена, роль которого в сильном магнитном поле H пренебрежимо мала.

Ограничим наше рассмотрение анализом связывания в геометрии $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \hat{z}$, где \hat{z} — ось симметрии по крайней мере третьего порядка.

Тогда в (2)–(4) можно разделить продольные и поперечные колебания. Запишем дисперсионное уравнение связанных ультразвуковых и электромагнитных волн для поперечных циркулярно-поляризованных компонент, $\Psi_{\pm} = \Psi_x \pm i\Psi_y$ (\pm — поляризация; $\Psi = u, E$):

$$(k^2 c^2 - 4\pi i \omega \sigma_{\pm})(k^2 v_s^2 - \omega^2 - L_{\pm} / \rho) = (4\pi i \omega / \rho) g_{\pm} G_{\pm}. \quad (5)$$

Для $\Phi = \sigma, L, g, G$; $\Phi_{\pm} = \Phi_{xx} \pm i\Phi_{yx}$; $v_s = (\lambda_{xzzx} / \rho)^{1/2}$ — скорость поперечной звуковой волны. Из (2)–(5) видно, что характер взаимодействия электромагнитных и звуковых волн определяется тензорами \hat{g} и \hat{G} . При «выключении» взаимодействия, т.е. при $g_{\pm} G_{\pm} \rightarrow 0$, из (5) получаем известные уравнения:

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma_{\pm}(k), \quad (6)$$

$$k^2 v_s^2 = \omega^2 + L_{\pm}(k) / \rho, \quad (7)$$

описывающие спектр электромагнитных волн и спектр звука, перенормированный электрон-фононным взаимодействием.

Материальные тензоры \hat{g} , \hat{G} и \hat{L} являются линейными комбинациями электроакустических коэффициентов, точные выражения для которых были получены Конторовичем [27,28]. Далее будем полагать, что поверхность Ферми (ПФ) металла аксиально-симметрична относительно оси \hat{z} . Тогда в пренебрежении эффектом Стюарта–Толмена

$$\sigma_{\pm} = e^2 \langle v_{\pm} v_{\pm}^* \rangle, \quad (8)$$

$$g_{\pm} = \mp \frac{\omega e^2 H}{c} \langle v_{\pm}^* \left(v_{\pm} \pm \frac{ck}{eH} \Lambda_{\pm} \right) \rangle, \quad (9)$$

$$G_{\pm} = \mp i \frac{e^2 H}{c} \langle \left(v_{\pm} \pm \frac{ck}{eH} \Lambda_{\pm} \right)^* v_{\pm} \rangle, \quad (10)$$

$$L_{\pm} = i\omega \left[\frac{eH}{c} \right]^2 \langle \left| v_{\pm} \pm \frac{ck}{eH} \Lambda_{\pm} \right|^2 \rangle. \quad (11)$$

Здесь \mathbf{v} — скорость электрона ($v_{\pm} = v_x \pm i v_y$); $\hat{\Lambda}$ — тензор деформационного потенциала ($\Lambda_{\pm} = \Lambda_{xz} \pm i\Lambda_{yz}$); звездочка «*» — знак комплексного сопряжения, а угловые скобки обозначают интегрирование по ПФ (FS):

$$\langle \Psi \rangle = i \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_{FS} \frac{\Psi |m| dp_z}{\omega + i v \pm \omega_c - kv_z}. \quad (12)$$

2. Конкретизируем вид тензора деформационного потенциала. В отличие от детально исследованного для большинства металлов невозмущенного закона дисперсии, об этой характеристике электрона известно пока еще не так много. Обусловлено это, в первую очередь, сложностью микроскопической теории деформационного взаимодействия. Поэтому наиболее приемлемое решение — аппроксимация тензора моделями, достаточно адекватно описывающими эксперимент. При этом модель должна быть, с одной стороны, «физической», а с другой — относительно простой, так как конечная цель нашего анализа — вычисление интегралов (8)–(11) и решение уравнения (5). В определенной мере этим требованиям удовлетворяет тензор, соответствующий изотропному закону дисперсии:

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \lambda_0 m \left(\frac{1}{3} v^2 \delta_{\alpha\beta} - v_\alpha v_\beta \right). \quad (13)$$

Для свободных электронов $\lambda_0 = 1$. Следовательно, λ_0 — параметр, величина которого определяет степень отклонения от квадратичного закона дисперсии.

Подставляя (13) в (9)–(11), находим

$$g_{\pm}(k) = -i\omega G_{\pm}(k) = \mp \frac{\omega H}{c} [(1 - \lambda) \sigma_{\pm}(k) + \lambda \sigma_{\pm}(0)], \quad (14)$$

$$L_{\pm}(k) = i\omega \left[\frac{H}{c} \right]^2 [(1 - \lambda)^2 \sigma_{\pm}(k) + \lambda(2 - \lambda) \sigma_{\pm}(0)]. \quad (15)$$

Здесь $\lambda = \lambda_0(1 \pm i\gamma)$, где $\gamma = (v - i\omega)/\omega_c$. Соотношения (14), (15) получены в предположении, что циклотронная масса m , ее знак, v и λ_0 постоянны для всех носителей.

3. Аппроксимируем ПФ однолистной электронной поверхностью типа «гофрированный цилиндр» [6,20,24], аксиально-симметричной относительно оси \hat{z} :

$$S(p_z) = S_0 + S_1 \cos(\pi p_z / p_0), \quad |p_z| \leq p_0, \quad (16)$$

где $S(p_z)$ — площадь сечения ПФ плоскостью $p_z = \text{const}$; $S_0, S_1 \leq S_0$ и $p_0 > 0$ — параметры модели. Учитывая, что $v_{\pm} v_{\pm}^* = S(p_z)/\pi m^2$ и $v_z = -(\partial S / \partial p_z) / 2\pi m$, из (8) получаем

$$\sigma_{\pm} = \pm i(Nec/H) [(1 \pm i\gamma)^2 - (kv_m / \omega_c)^2]^{-1/2}. \quad (17)$$

Здесь $v_m = |\partial S / \partial p_z|_m / 2\pi m$, где $|\partial S / \partial p_z|_m$ — максимальное значение производной $\partial S / \partial p_z$; N — концентрация электронов, определяемая соотношением

$$N = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{FS} S(p_z) dp_z. \quad (18)$$

Введем для удобства анализа безразмерные параметры

$$q = kv_m / \omega_c, \quad \xi^3 = \omega_c^3 c^2 / \omega_p^2 \omega v_m^2, \quad (19)$$

где $\omega_p = (4\pi Ne^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота. Преобразуем теперь уравнение (5) с коэффициентами (14), (15) и перепишем его, используя параметры (17), в виде

$$[q^2 \xi^3 \pm F_{\pm}(q)] [q^2 - q_s^2 + \alpha_2(q)] = \alpha_1(q), \quad (20)$$

где

$$\alpha_1(q) = \alpha_0 q_s [(1 - \lambda) q^2 \xi^3 \mp \lambda_0]^2, \quad (21)$$

$$\alpha_2(q) = \alpha_0 q_s [(1 - \lambda)^2 q^2 \xi^3 \pm \lambda \lambda_0], \quad (22)$$

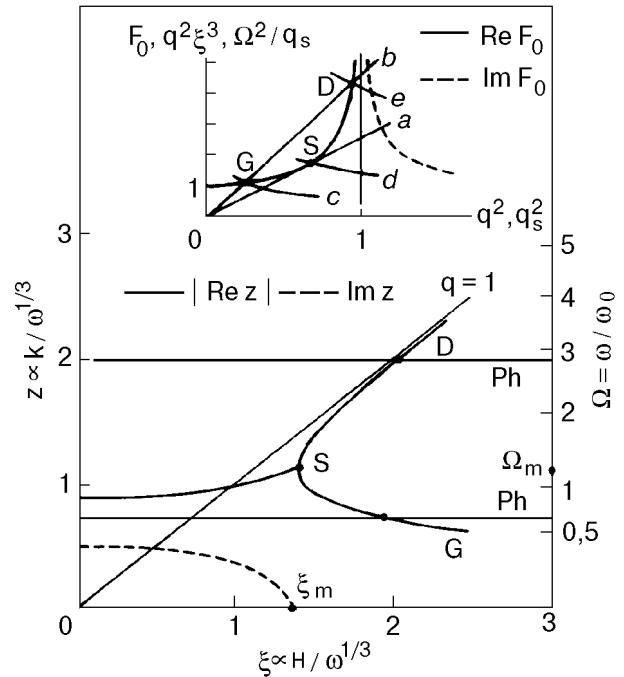


Рис. 1. Спектр электромагнитных мод в поляризации «-» в металле с проводимостью (17), $z = q\xi$. Горизонтальные прямые z ($z = z_s$; $z_s = z|_{k=k_s}$ — спектр звука в отсутствие взаимодействия электронов с решеткой). Точки пересечения спектров соответствуют геликон-фононному ($z_s = 0,75$) и доплерон-фононному ($z_s = 2$) резонансам. Ось Ω ($\Omega^2 = z_s^3$) определяет частоту звука. На вставке: графическое решение (23) и (28), $F_0 = F_{\pm}|_{\gamma=0}$. Прямые a и b — левая часть (23) в поляризации «-» для последовательно больших значений ξ . Кривые c , d и e — левая часть (28) для последовательно больших значений Ω . Прямой a соответствует значение $\xi = \xi_m$ ($\xi_m = (27/4)^{1/6}$), а кривой d — значение $\Omega = \Omega_m$ ($\Omega_m^4 = 2$). G и D — геликонное и доплеронное решения соответственно.

$\alpha_0 = (Nm/\rho)(v_m/v_s)$; $F_{\pm}(q)$ — нелокальный множитель в проводимости ($\sigma_{\pm} = \pm i(Nec/H)F_{\pm}$); $q_s = q|_{k=k_s}$ ($k_s = \omega/v_s$).

Приближенное решение дисперсионного уравнения связанных мод

1. Рассмотрим вначале кратко спектр электромагнитных мод в отсутствие взаимодействия электронов с решеткой. Перепишем уравнение (6):

$$\mp q^2 \xi^3 = F_{\pm}(q). \quad (23)$$

На рис. 1 представлены аналитическое и графическое решения (23) в поляризации «-», полученные в пределе $\gamma \rightarrow 0$ ($F_0 = F_{\pm}|_{\gamma=0}$). Спектр электромагнитных мод дается в универсальных координатах $z \propto k/\omega^{1/3}$ ($z \equiv q\xi$), $\xi \propto H/\omega^{1/3}$. В данном случае эти координаты предпочтительнее, чем, например, другие универсальные координаты $q \propto k/\omega_c$, $\xi^{-3} \propto \omega/\omega_c^3$. При $\xi > \xi_m$ ($\xi_m = (27/4)^{1/6}$) решения (23) являются чисто вещественными, так как функция F_0 при $q^2 < 1$ также вещественна. При $q^2 > 1$ функция $F_0(q)$ является мнимой, что обусловлено бесстолкновительным затуханием электромагнитных мод вследствие ДСЦР. Столкновения приводят к размытию края бесстолкновительного затухания, функция $F_{\pm}(q)$ становится комплексной при $q^2 < 1$, и в результате геликонная и доплеронная моды будут затухать. Пусть справедливы неравенства $|\gamma| \ll 1$, $|q''/q'| \ll 1$ ($q = q' + iq''$). Тогда, используя выражение для проводимости, после несложных преобразований из (23) получаем приближенные уравнения, описывающие спектр и затухание слабозатухающих электромагнитных мод при $v \neq 0$ [20]:

$$q'^2 \xi^3 \equiv F_0(q'), \quad (24)$$

$$2q'q'' \equiv F'_-(q') / [\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q'^2)], \quad (25)$$

где

$$F'_-(q') \equiv \frac{v}{\omega_c} [F_0(q') + 2q'^2 \partial F_0 / \partial (q'^2)].$$

На вставке (рис. 1) и из (25) видно, что для доплеронной моды $\partial F_0 / \partial (q'^2) > \xi^3$ и величина $q'q''$ является отрицательной. Знак минус появился здесь из-за того, что для данной модели ПФ групповая скорость доплерона $v_{gr} = d\omega/dk$ и фазовая $v_{ph} = \omega/k$ противоположно направлены.

Действительно, из (23) в пределе $\gamma \rightarrow 0$ нетрудно получить соотношение, связывающее эти величины:

$$v_{gr} / v_{ph} = 2 [\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q'^2)] / \xi^3. \quad (26)$$

Как и в (25), знак правой части (26), а следовательно, и взаимное направление векторов \mathbf{v}_{gr} и \mathbf{v}_{ph} определяется разностью $[\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q'^2)]$. Заметим, что соотношение (26), в отличие от (25), является точным.

2. В режиме слабой связи обеих подсистем металла (ионной и электронной) «звуковое» решение (20) можно представить в виде

$$q^2 \approx q_s^2 + \left[-\alpha_2(q_s) + \frac{\alpha_1(q_s)}{q_s^2 \xi^3 \pm F_{\pm}(q_s)} \right]. \quad (27)$$

Резонансное взаимодействие электромагнитных мод со звуком обусловлено знаменателем в последнем слагаемом в правой части (27): резонанс проявляется при $\text{Re} [q_s^2 \xi^3 - F_{\pm}(q_s)] \rightarrow 0$. Однако на достаточно высоких частотах условие резонанса уже не будет выполняться, так как здесь, в отличие от соотношений (24) и (25), написанных для электромагнитных мод, необходимо учитывать конечность функции $|F_{\pm}|$, обусловленную столкновениями. Более подробно этот вопрос рассмотрен в [20]. При $q_s^2 \xi^3 \gg |F_{\pm}|$ взаимодействием коллективных электромагнитных мод со звуком вообще можно пренебречь. Если же выполняется и неравенство $|(1 - \lambda)q_s^2 \xi^3| \gg \lambda_0$, то соотношение (27) переходит в (7) с $k = k_s$ в правой части. Уравнение (7) описывает одночастичное резонансное взаимодействие электронов со звуком, обусловленное ДСЦР. Такое взаимодействие (магнитоакустический резонанс), имеющее деформационный характер, рассматривалось ранее в [29]. Для нашей модели ПФ в относительно чистом ($v \sim 10^9 \text{ c}^{-1}$) металле с типичными параметрами неравенство $q_s^2 \xi^3 \gg |F_{\pm}|$ справедливо на частотах, лежащих в гиперзвуковом диапазоне ($\omega > 10^{10} - 10^{11} \text{ c}^{-1}$). С понижением частоты существенную роль начинают играть вихревые поля [30,31] и индукционный механизм взаимодействия электронов со звуком будет доминировать над деформационным (в [30] используется выражение «экранирование электрон-фононного взаимодействия вихревыми полями»). Естественно, что именно этот диапазон частот и интересует нас в настоящей работе.

3. Перенормировка спектра звука, обусловленная электрон-фононным взаимодействием, относительно невелика. Поэтому положение резонанса (геликон-фононного или доплерон-фононного) с достаточной точностью определяется точкой пересечения спектра слабозатухающих электромагнитных мод с прямой $z = z_s$ (рис. 1). На плоскости (ω, H) положение этой точки описывается уравнением (24), которое при $q' = q_s$ имеет вид

$$\Omega^2/q_s = F_0(q_s). \quad (28)$$

Здесь $\Omega^2 \equiv z_s^3$; $\Omega = \omega/\omega_0$ ($\omega_0^2 = \omega_p^2 v_s^3/c^2 v_m$). Плоскости (ω, H) соответствует плоскость $\Omega \propto \omega$, $\Omega/q_s \propto H$ [20]. Для нашей модели из (28) имеем $q_s^2 \approx \Omega^4/(1 + \Omega^4)$. Графическое решение этого уравнения приведено на вставке на рис. 1. Прямой a и кривой d соответствуют значения $\xi = \xi_m$ и $q^2 = 2/3$. Поэтому, в соответствии с (28), на частотах, удовлетворяющих неравенству $\Omega^4 < \Omega_m^4 = 2$, будет наблюдаться ГФР, а при $\Omega > \Omega_m$ –ДФР.

Для типичных значений параметров металла

$$N = 10^{22} \text{ см}^{-3}; \quad v_s = 3 \cdot 10^5 \text{ см/с}; \quad (29)$$

$$|\partial S/\partial p_z|_m / 2\pi\hbar = 1,1 \text{ \AA}^{-1}$$

величина $\omega_0/2\pi$, определяющая на рис. 1 масштаб по оси Ω , равна ~ 460 МГц.

Решение (27), полученное в пределе слабой связи, часто используется, в частности, при анализе магнитоакустического резонанса (см., например, [11,30], а также обзор [16]). Однако в случае резонанса взаимодействия коллективных электромагнитных мод со звуком корректность его необходимо обосновывать. Получим поэтому более точное решение дисперсионного уравнения. Аппроксимируем вначале (20) более простым уравнением. Будем искать решение в поляризации « \leftrightarrow » в виде $q = q_s + \Delta q$, где $|\Delta q| \ll q_s$. Используем теперь разложение функции $F_-(q)$ по малому параметру $(q^2 - q_s^2)$, ограничившись двумя первыми членами, и будем считать в выражениях для α_1 и α_2 , что $q = q_s$. Уравнение (20) изменяется следующим образом:

$$[q^2 - q_s^2 + \alpha_3(q_s)] [q^2 - q_s^2 + \alpha_2(q_s)] = q_s^4 \eta(q_s), \quad (30)$$

где

$$\alpha_3 = [q_s^2 \xi^3 - F_-(q_s)] / [\xi^3 - \partial F_0/\partial(q_s^2)];$$

$$\eta = \alpha_1(q_s) / q_s^4 [\xi^3 - \partial F_0/\partial(q_s^2)].$$

Величину η будем называть константой связи электромагнитных мод со звуком. Подставляя в (30) приближенное соотношение $q^2 - q_s^2 \equiv 2q_s \Delta q$ и решая его относительно Δq , получаем

$$\Delta q_{1,2} \equiv \frac{1}{4q_s} \left\{ -[\alpha_3(q_s) + \alpha_2(q_s)] \pm \sqrt{[\alpha_3(q_s) - \alpha_2(q_s)]^2 + 4q_s^4 \eta(q_s)} \right\}. \quad (31)$$

Это выражение и является приближенным решением (20) с внешними параметрами z_s (т.е. Ω ; $q_s = z_s/\xi$) и ξ . В пределе

$$|\alpha_3 - \alpha_2|^2 \gg 4q_s^4 |\eta| \quad (32)$$

решения (31) можно представить в виде приближенных соотношений

$$\Delta q_1 \equiv \frac{1}{2q_s} \left(-\alpha_2(q_s) + \frac{q_s^4 \eta(q_s)}{\alpha_3(q_s) - \alpha_2(q_s)} \right), \quad (33)$$

$$\Delta q_2 \equiv \frac{1}{2q_s} \left(-\alpha_3(q_s) - \frac{q_s^4 \eta(q_s)}{\alpha_3(q_s) - \alpha_2(q_s)} \right). \quad (34)$$

Для разумных значений частоты и параметров модели металла $|\alpha_2|^2 \ll 4q_s^4 |\eta|$. Тогда, если выполняется условие (32), то справедливо неравенство $|\alpha_3| \gg |\alpha_2|$. Теперь видно, что соотношение (33) является «звуковым» решением дисперсионного уравнения, практически совпадающим с (27). Следовательно, неравенство (32) представляет собой условие корректности приближения слабой связи. Решение (34) в зависимости от величины z_s «геликонное» или «доплеронное». Однако это решение, в отличие от (33), справедливо только в окрестности резонанса, так как вдали от резонанса нарушается исходное неравенство $|\Delta q_2| \ll q_s$.

Из (34) видно, что неравенство (32) эквивалентно условию малости (по модулю) второго слагаемого в правой части (34) по сравнению с первым. В резонансе $q_s^2 \xi^3 = F'_-(q_s)$, и это условие можно написать в виде $|k''_{G,D}| \gg |k''_{\text{coupl}}|$. Здесь $k''_{G,D}$ – коэффициент затухания электромагнитных мод (геликонов и доплеронов) в отсутствие связывания (см. выражение для α_3 и (25)); k''_{coupl} – коэффициент затухания этих мод, обусловленный связыванием. Величина k''_{coupl} определяется вторым слагаемым

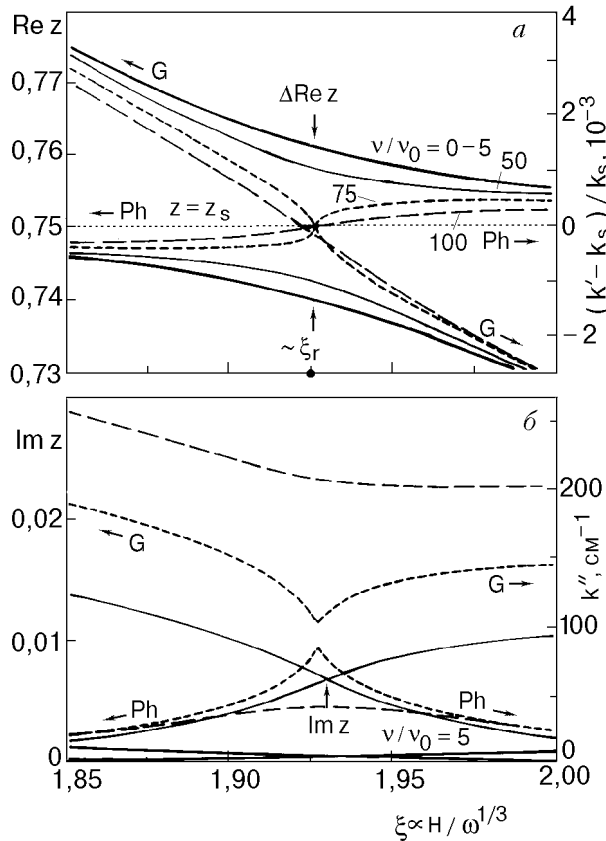


Рис. 2. Геликон-фононный резонанс: спектр связанных мод ($z_s = q\xi$; см. рис. 1), геликонной (G) и звуковой (Ph), в окрестности резонанса, полученный для различных значений v/v_0 (численное решение (20); $z_s = 0,75$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$); при $v/v_0 = 0-5$ дисперсионные кривые практически совпадают друг с другом (а); при $v = 0$ затухание обеих мод равно нулю (б).

в правых частях (33) и (34). При этом необходимо отметить следующую принципиальную особенность рассматриваемых резонансных взаимодействий: в случае ГФР $\xi^3 > \partial F_0 / \partial (q_s^2)$ и в результате геликон-фононного связывания коэффициент затухания звука возрастает на величину k''_{coupl} , тогда как коэффициент затухания геликона k''_G на ту же самую величину уменьшается. В случае же ДФР затухание обеих связанных мод возрастает.

В режиме сильной связи электромагнитных мод со звуком, т.е. в пределе, обратном пределу (32), соотношение (31) можно переписать:

$$\Delta q_{1,2} \equiv \frac{1}{2q_s} \left(-\frac{\alpha_3(q_s) + \alpha_2(q_s)}{2} \pm q_s^2 \sqrt{\eta(q_s)} \pm \frac{[\alpha_3(q_s) - \alpha_2(q_s)]^2}{8q_s^2 \sqrt{\eta(q_s)}} \right). \quad (35)$$

Вдали от резонанса условие сильной связи нарушается вследствие возрастания величины $|\alpha_3|$. Поэтому решения (35) справедливы только в непосредственной близости к резонансу.

Анализ спектров связанных электромагнитных и ультразвуковых мод

В этом разделе графически представлены численные решения дисперсионного уравнения (20) в окрестности ГФР и ДФР. Оценки величин частот, резонансных полей H_r и коэффициентов затухания связанных мод k'' сделаны для модели металла с параметрами (29), $\rho = 10 \text{ cm}^{-3}$ и $m = 0,9 \cdot 10^{-27} \text{ г}$. Частоты, т.е. значения z_s , были выбраны такими, чтобы в случае ГФР ($z_s = 0,75$) выполнялось неравенство $\xi^3 \gg \partial F_0 / \partial (q_s^2)$ и обратное неравенство — в случае ДФР ($z_s = 2$). Для выбранных значений z_s получаем соответственно $\omega/2\pi \approx 346 \text{ МГц}$, $H_r \approx 160 \text{ кЭ}$ ($\xi_r \approx 2,016$) и $\omega/2\pi \approx 920 \text{ МГц}$, $H_r \approx 180 \text{ кЭ}$ ($\xi_r \approx 1,916$). Большая величина резонансных полей обусловлена спецификой связывания электромагнитных и ультразвуковых мод в некомпенсированных металлах [20]. Помимо этого, нами исследовались зависимость коэффициента затухания связанных мод k'' от частоты ω и константы деформационного потенциала λ_0 .

1. Рассмотрим интересный предельный случай $\gamma \rightarrow 0$. В этом пределе в отсутствие связывания в окрестности резонанса затухание всех трех мод (геликонной, доплеронной и звуковой) равно нулю и, следовательно, выполняется условие сильной связи.

На рис. 2 приведены решения (20) в окрестности ГФР. Из (31) и рис. 2 видно, что в бесстолкновительном пределе обе связанные моды являются незатухающими, причем дисперсионные кривые не пересекаются в точке вырождения мод, а расщепляются на величину $\Delta(\text{Re } z)$. В соответствии с (35) относительная величина расщепления $\Delta(\text{Re } z)/z_s \approx \eta^{1/2}$. На достаточно низких частотах, как в рассматриваемом нами случае, $\xi^3 \gg \gg \partial F_0 / \partial (q_s^2)$, $q_s^2 \xi^3 = F_0 \approx 1$ (локальный предел), величина η практически не зависит от λ_0 ($\alpha_1 \approx \alpha_0 q_s$) и $\eta \approx \eta_0$, где $\eta_0 \equiv \alpha_0 q_s \xi^3 = H_r^2 / 4\pi\rho v_s^2$ — известная константа геликон-фононного связывания. Очевидно, что эта константа описывает его только в локальном пределе. На более высоких частотах необходимо учитывать

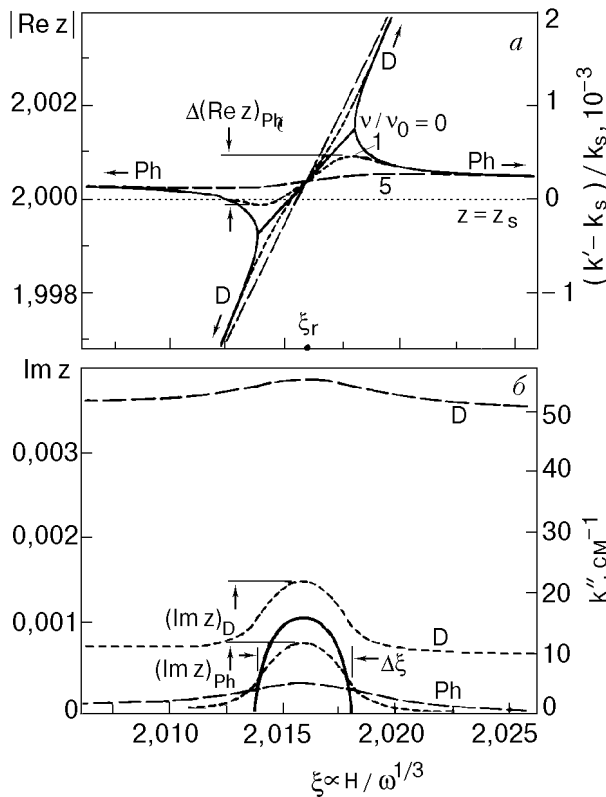


Рис. 3. Доплерон-фононный резонанс: спектр связанных мод ($z_s = q\xi$; см. рис. 1), доплеронной (D) и звуковой (Ph), в окрестности резонанса, полученный для различных значений v/v_0 (численное решение (20); $z_s = 2$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$) (a); при $v = 0$ коэффициенты затухания обеих мод равны друг другу (сплошная кривая) (б).

нелокальные эффекты, которые приводят, в частности, к зависимости η от λ_0 .

Решения (20) в окрестности ДФР показаны на рис. 3. На рис. 2 и 3 видно, что спектры в случае ГФР и ДФР кардинальным образом отличаются друг от друга. Доплеронная и звуковая моды гибридизируются, в результате чего в окрестности резонанса в некотором интервале значений ξ оба решения дисперсионного уравнения становятся комплексными. Основные детали спектра связанных мод (см. рис. 3) в пределе $\gamma \rightarrow 0$ описываются соотношениями

$$\frac{\Delta(\text{Re } z)_{\text{Ph}}}{z_s} \cong 2 \frac{(\text{Im } z)_{\text{Ph}}}{z_s} \cong \frac{1}{2} \frac{\Delta \xi}{\xi_r} \cong |\eta|^{1/2}. \quad (36)$$

В случае ДФР на относительно высоких частотах в резонансе $q_s \cong 1$, $z_s^3 \cong \xi^3$ (см. (28)), и выражение для константы связи η можно переписать следующим образом:

$$\eta \cong -\eta_0 \frac{[(1 - \lambda)z_s^3 + \lambda_0]^2}{z_s^3 \partial F_0 / \partial (q_s^2)}. \quad (37)$$

Видно, что в отличие от ГФР в случае ДФР величина η зависит как от формы ПФ, так и от константы деформационного потенциала, причем по модулю она может оказаться существенно меньше η_0 . В частности, для нашей модели ПФ в резонансе $\partial F_0 / \partial (q_s^2) \cong z_s^9 / 2$ и $\eta \cong -0,5 \cdot 10^{-3} \eta_0$ при $z_s = 2$ и $\lambda_0 = 1$. В результате в рассмотренных нами случаях ДФР проявляется заметно «слабее», чем ГФР, хотя в первом случае величина H_r (а следовательно, и η_0) была больше. Чтобы убедиться в этом, достаточно сравнить масштабы по осям координат на рис. 2 и 3.

Отметим еще одну особенность полученных спектров. Как видно на рис. 3, a, дисперсионные зависимости для «звуковых» мод смещены вверх относительно прямой $z = z_s$, представляющей собой спектр звука в отсутствие взаимодействия электронов с решеткой. Это смещение обусловлено перенормировкой спектра звука вследствие одночастичного электрон-фононного взаимодействия. В (20) это взаимодействие описывается коэффициентом α_2 . Для ДФР ($z_s = 2$; $\lambda_0 = 1$) в соотношении (33) $\alpha_2 \xi_r / 2q_s \cong 3 \cdot 10^{-4}$. Эта величина хорошо согласуется с положением «резонансной» точки относительно прямой $z = z_s$.

2. Наиболее характерной особенностью доплерон-фононного связывания является возникновение «щели», т.е. области значений ξ , в которой решения дисперсионного уравнения становятся комплексными даже в бесстолкновительном пределе (см. рис. 3). Щель возникает как по полю H (при $\omega = \text{const}$), так и по частоте ω (при $H = \text{const}$). Из (31) и (35) видно, что возникновение щели обусловлено тем, что коэффициент связи η в случае ДФР отрицателен. Знак $\text{Re } \eta$, как и знак правых частей (25) и (26), определяется знаком разности $\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q_s^2)$, которая для рассматриваемой нами доплеронной моды отрицательна. Следовательно, возникновение щели по своей природе обусловлено тем, что связываются звуковая и доплеронная моды, распространяющиеся навстречу друг другу. В случае же ГФР обе моды распространяются в одном направлении и $\text{Re } \eta > 0$. Заметим, что существуют доплеронные моды с совпадающими по направлению \mathbf{v}_{gr} и \mathbf{v}_{ph} (см., например, [32]).

Ранее мы рассмотрели связывание доплеронной моды с геликоном [24], в результате

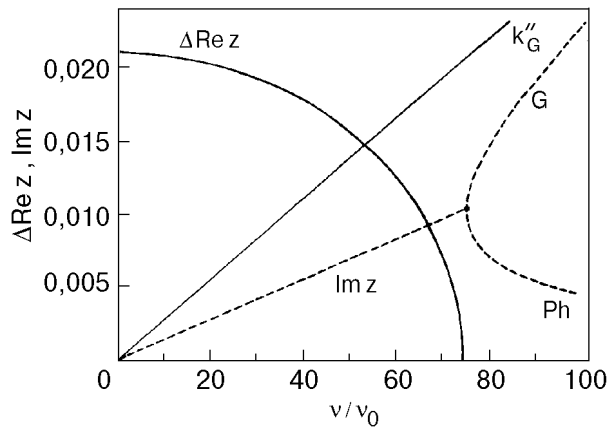


Рис. 4. Геликон-фононный резонанс: зависимость величины расщепления $\Delta(\text{Re } z)$ и затухания $\text{Im } z$ (см. рис. 2) связанных мод в резонансе от частоты релаксации электронов ($z_s = 0,75$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$). При $v/v_0 \geq 74,7$ величина $\text{Im } z$ соответствует максимальному значению для звуковой (Ph) и минимальному — для геликонной (G) моды. Прямая k''_G — коэффициент затухания геликона в отсутствие связывания.

которого в спектре электромагнитных мод также образуется щель. Действительно, на рис. 1 видно, что в окрестности $\xi = \xi_m$ геликонная мода гибридизируется с доплеронной. В результате при $\xi < \xi_m$ решения дисперсионного уравнения становятся существенно комплексными и описывают аномальный скин-эффект в магнитном поле. Можно привести еще один классический пример такого рода связывания, возникающего в линейной цепочке атомов с двумя различными чередующимися массами (см., например, [33]). Такую цепочку можно представить в виде двух сильносвязанных подсистем атомов, «тяжелой» и «легкой». В результате в спектре колебаний атомов возникает щель по частоте ω , разделяющая акустическую и оптическую ветви спектра. Этот пример интересен тем, что в приведенной зоне оптические фононы, как и рассматриваемая нами доплеронная мода, имеют противоположно направленные фазовую и групповую скорости. Следовательно, есть основание полагать, что образование щели по частоте ω является вообще характерной особенностью связывания распространяющихся навстречу друг другу мод.

3. Неравенство, обратное неравенству (32), является условием сильной связи электромагнитных мод со звуком. Поскольку $|\alpha_2|^2 \ll 4q_s^4 |\eta|$, для выполнения этого условия необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие $|\alpha_3|^2 \ll 4q_s^4 |\eta|$. В резонансе это неравенство, в соответствии с (25), можно переписать в виде

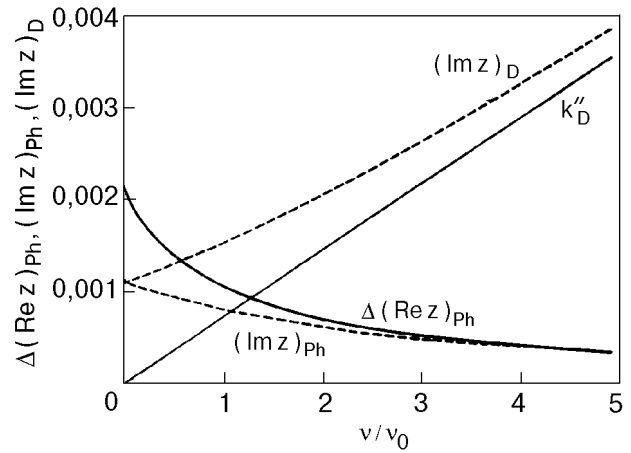


Рис. 5. Доплерон-фононный резонанс: зависимость $\Delta(\text{Re } z)_{\text{Ph}}$ и затухания $(\text{Im } z)_{\text{Ph}}$, $(\text{Im } z)_D$ (см. рис. 3) связанных мод в резонансе от частоты релаксации электронов ($z_s = 2$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$). Прямая k''_D — коэффициент затухания доплерона в отсутствие связывания.

$$(k''_{G,D} / k_s)^2 \ll |\eta|. \quad (38)$$

Здесь, как и ранее, $k''_{G,D}$ — коэффициент затухания электромагнитных мод в отсутствие связывания (см. (25)).

В бесстолкновительном пределе условие (39) выполняется автоматически ($k''_{G,D} = 0$). Как видно из (31) и рис. 2, в случае ГФР учет столкновений приводит, во-первых, к уменьшению величины расщепления связанных мод $\Delta \text{Re } z$, а во-вторых — к их затуханию. В резонансе коэффициент затухания обеих мод $k'' \cong k''_G/2$. Сказанное иллюстрируется на рис. 4. Из сопоставления (38) и зависимостей на рис. 4 видно, что условие (38) достаточно хорошо выполняется в области частот $v \leq 2 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$. Эту оценку можно сделать непосредственно, переписав (38) для используемых нами значений параметров металла: $z_s^6 (v/v_0)^2 \ll 10^3$ ($v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$). Обратное неравенство, т.е. условие слабой связи геликонов со звуком, выполняется при $z_s = 0,75$ только в очень «грязных» металлах ($v \geq 2 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$). Следовательно, в типичных, достаточно чистых металлах ($v \leq 10^{10} \text{ c}^{-1}$) при ГФР вполне корректным является приближение сильной связи геликонов со звуком.

В случае ДФР релаксация электронов приводит к размытию щели, ярко выраженной при $v = 0$. С ростом v затухание «звуковой» и «доплеронной» мод, обусловленное их связыванием, уменьшается (рис. 3). При этом возрастает нерезонансный вклад в затухание доплерона (прямая линия на рис. 5). Для нашей модели металла и $\lambda = 1$ условие сильной связи (38) в случае ДФР можно представить в виде

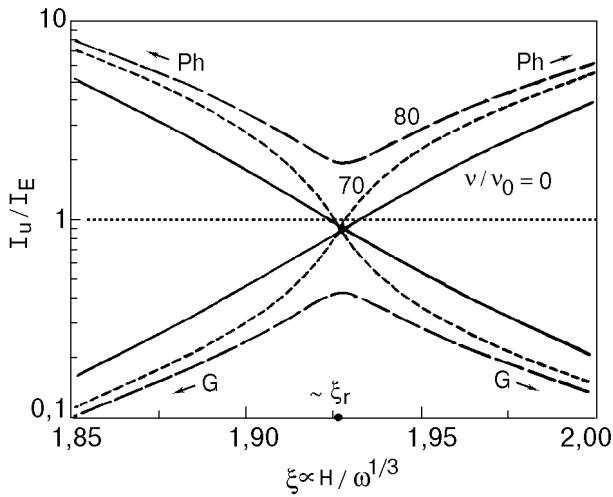


Рис. 6. Геликон-фононный резонанс: отношения интенсивностей энергии ультразвуковых и электромагнитных колебаний в окрестности резонанса, полученные для различных значений v/v_0 ($z_s = 0,75$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$).

$z_s^6(v/v_0)^2 \ll 500$. При $z_s = 2$ это условие выполняется только в достаточно чистых металлах ($v \leq 10^9 \text{ c}^{-1}$). Приближение слабой связи доплеронов со звуком справедливо в более грязных, но еще относительно чистых металлах с $v \geq 5 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$. Следовательно, в случае ДФР в металлах с типичными значениями $v \sim 10^9 - 10^{10} \text{ c}^{-1}$ мы не можем отдать предпочтение тому или иному режиму связывания.

4. На рис. 2,а видно, что если в случае ГФР дисперсионные кривые не пересекаются, то в области резонанса геликонные и звуковые ветви спектра объединяются в общую систему, плавно переходя друг в друга. В результате в непосредственной окрестности резонанса ни одну

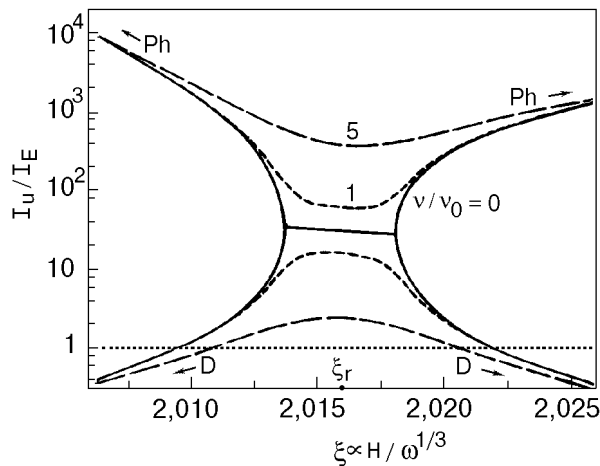


Рис. 7. Доплерон-фононный резонанс: отношения интенсивностей энергии ультразвуковых и электромагнитных колебаний в окрестности резонанса, полученные для различных значений v/v_0 ($z_s = 2$; $\lambda_0 = 1$; $v_0 = 10^9 \text{ c}^{-1}$).

из связанных мод нельзя идентифицировать ни как «геликонную», ни как «звуковую». Такая ситуация сохраняется до тех пор, пока дисперсионные кривые расщеплены. Для рассматриваемого нами случая расщепление исчезает при $v = 74,7 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$. При больших v связанные моды уже можно идентифицировать как «геликонную» и «звуковую» (рис. 4). Тем не менее мы используем кавычки, так как и в этом случае в окрестности резонанса идентификация мод в определенном смысле является условной.

Степень принадлежности какой-либо из связанных мод к той или иной подсистеме металла определяется отношением интенсивностей энергии ультразвуковых и электромагнитных колебаний:

$$\frac{I_u}{I_E} = \frac{1}{\eta_0} \left| \frac{H \dot{u}_-}{c E_-} \right|^2 = \frac{1}{\eta_0} \left| \frac{q^2 \xi^3 - F_-(q)}{(1 - \lambda) F_-(q) + \lambda_0} \right|^2, \quad (39)$$

q — решение дисперсионного уравнения (20). На рис. 6 приведены зависимости I_u/I_E в окрестности ГФР, полученные для различных значений v . Видно, что при $v < 74,7 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ вблизи резонанса для обеих мод $I_u/I_E \cong 1$. Следовательно, в этом интервале частот v связанные моды практически в равной степени относятся к обеим подсистемам металла и ни одну из них нельзя определить как геликоноподобную или звукоподобную. Возможным такое определение становится только при относительно больших значениях v , а точнее — при переходе в режим слабой связи геликонов со звуком.

Как видно на рис. 3 и 5, в отличие от геликон-фононного связывания, в случае ДФР связанные моды можно идентифицировать как «доплеронную» и «звуковую» при любых сколь угодно малых значениях v (для «доплеронной» моды $\text{Re } z < 0$ при $\text{Im } z > 0$). Поэтому характер полученных зависимостей I_u/I_E (рис. 7), на первый взгляд, кажется совершенно неожиданным и противоречащим такой однозначной определенности идентификации мод. Удивительно, но в достаточно чистом металле в окрестности резонанса обе моды являются звукоподобными. И даже при $v = 5 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$, когда уже справедливо приближение слабой связи доплеронов со звуком, в резонансе $I_u/I_E \approx 3$ и «доплеронную» моду еще нельзя назвать доплероноподобной.

Для того чтобы понять природу такого «феномена», проанализируем соотношение (39) более подробно. Ограничимся рассмотрением наиболее интересного случая $\gamma \rightarrow 0$ (режим

сильной связи). Подставляя в (39) приближенные соотношения $q^2 \cong q^2 + 2q_s \Delta q$ и $F_-(q) \cong F_-(q_s) + 2q_s \Delta q \times [\partial F_0 / \partial (q_s^2)]$ (где $2q_s \Delta q \cong \pm q_s^2 \eta^{1/2}$ (35)), в резонансе получаем

$$\frac{I_u}{I_E} \cong \frac{|\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q_s^2)|}{\xi^3} \times \left| 1 \pm (1 - \lambda_0) \frac{\partial F_0}{\partial (q_s^2)} \left(\frac{\eta_0}{\xi^3 [\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q_s^2)]} \right)^{1/2} \right|^{-2} \quad (40)$$

В случае ГФР на относительно низких частотах $\xi^3 \gg \partial F_0 / \partial (q_s^2)$ и $I_u / I_E \cong 1$ при $\lambda_0 = 1$. В свою очередь, в случае ДФР на относительно высоких частотах $\partial F_0 / \partial (q_s^2) \gg \xi^3$, в результате чего величина I_u / I_E будет существенно больше единицы ($I_u / I_E \cong [\partial F_0 / \partial (q_s^2)] / \xi^3$ при $\lambda_0 = 1$) и обе моды являются звукоподобными. Для нашей модели ПФ в резонансе $\partial F_0 / \partial (q_s^2) \cong z_s^9 / 2$ ($q_s \cong 1$, $\xi^3 \cong z_s^3$) и $I_u / I_E \cong z_s^6 / 2$. При $z_s = 2$ отношение $I_u / I_E \cong 32$. Эта величина находится в хорошем согласии с полученной при численном решении дисперсионного уравнения $I_u / I_E = 31,3$ (рис. 7; $\nu = 0$). В заключение отметим, что так как коэффициент η_0 мал ($\eta_0 \sim 10^{-3}$ при $H \sim 10^5$ Э), то для разумных значений параметров ω и λ_0 отношение I_u / I_E (40) слабо зависит от величины константы λ_0 .

5. Мы рассмотрели два случая, ГФР и ДФР, не затрагивая вопроса о зависимости этих эффектов от частоты ω и константы деформационного потенциала λ_0 . Естественно, что эта зависимость во многом определяется зависимостью коэффициента связи η от ω и λ_0 . Из выражения для η видно, что на частотную зависимость η существенным образом влияет величина λ_0 , причем важно, в какую сторону величина λ_0 отклоняется от значения $\lambda_0 = 1$. Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере частотной зависимости коэффициента затухания связанных мод.

Для нашей модели ПФ на достаточно низких частотах $\Omega < \Omega_m$ (ГФР) в резонансе $q_s^2 \xi^3 = F_0 \cong 1 - q_s^2 / 2$ (см. графическое решение (28) на рис. 1). Так как при этом величина q_s^2 относительно мала, то с точностью до пренебрежимо малых слагаемых $\eta \propto 1 - \lambda_0 q_s^2$. И если константа λ_0 не слишком велика, то зависимость η от λ_0 будет слабой. В частности, в рассмотренном нами случае ($z_s = 0,75$) $q_s^2 \approx 0,15$. На более низких частотах при переходе к

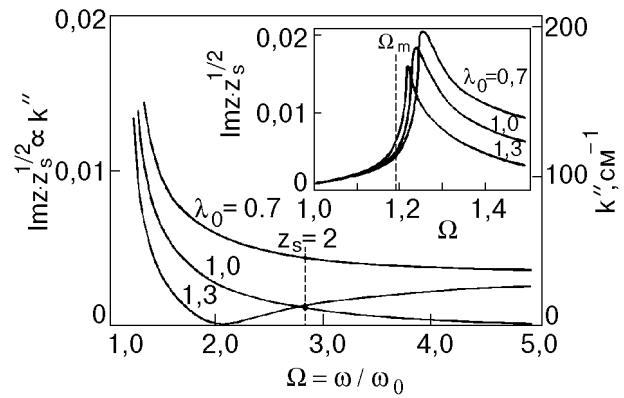


Рис. 8. Частотные зависимости коэффициента затухания «звуковой» ($\text{Im } z = (\text{Im } z)_{\text{ph}}$ при $\Omega \geq \Omega_m$; см. рис. 3) и связанных (при $\Omega \leq \Omega_m$; см. рис. 2) мод в резонансе, полученные для различных значений λ_0 ($\nu = 10^9 \text{ c}^{-1}$). Точка $z_s = 2$, $\lambda_0 = 1$ соответствует рассмотренному выше (рис. 3) случаю ДФР.

локальному пределу ($F_0 \rightarrow 1$) этой зависимостью можно вообще пренебречь. Следовательно, в достаточно сильных магнитных полях (с понижением частоты величина поля в резонансе растет) связь геликонов со звуком обусловлена в основном индукционным взаимодействием электронов с решеткой [14]. Такой вывод можно сделать и не конкретизируя форму РФ и вид тензора деформационного потенциала, а используя только симметричные свойства электроакустических коэффициентов. Эти коэффициенты являются четными функциями [27,28] и при $q^2 < 1$ могут быть записаны в виде разложений по четным степеням q^2 . Однако, в отличие от проводимости $e^2 \langle \nu \nu^* \rangle$, коэффициенты, содержащие компоненты тензора $\hat{\Lambda}$, равны нулю при $q = 0$. При малых q^2 в разложениях достаточно удержать только первые члены. В результате соотношение величины «индукционной» и «деформационной» силы будет определяться квадратом параметра нелокальности, т.е. величины q^2 (но не q , как указывается в [14]).

В соответствии с уравнением (28) в резонансе $q_s^2 \xi^3 = 1 + \Omega^4$. Поэтому в случае ДФР ($\Omega > \Omega_m$) $q_s^2 \xi^3 > 3$, вследствие чего коэффициент связи η будет сильно зависеть от λ_0 . На рис. 8 изображены частотные зависимости коэффициента затухания «звуковой» моды ($\Omega \geq \Omega_m$) и связанных мод ($\Omega \leq \Omega_m$) в резонансе для различных значений константы λ_0 . Так как в результате связывания различных ветвей спектра происходит его перенормировка, то частота Ω_m , указанная на рисунке, вообще говоря, условно разделяет области частот, соответствующие ГФР и ДФР. Видно, что при $\Omega < \Omega_m$ только в очень

узком интервале частот коэффициент затухания связанных мод заметно зависит от λ_0 . Обусловлено это тем, что в случае ГФР в режиме сильной связи затухание связанных мод определяется в основном коэффициентом α_3 в правой части (35), который вообще не зависит от λ_0 . И только вблизи Ω_m становится заметным вклад, зависящий от λ_0 . Совершенно иная картина наблюдается при $\Omega > \Omega_m$. Даже небольшое отклонение величины λ_0 в любую сторону относительно значения $\lambda_0 = 1$ приводит как к количественному, так и к качественному изменению характера частотной зависимости коэффициента затухания «звуковой» моды. Это свидетельствует о значительной роли, которую играет деформационное взаимодействие в случае ДФР. В заключение отметим интересную особенность зависимостей, приведенных на рис. 8. При $\lambda_0 = 1,3$ в некотором интервале частот вблизи $\Omega \cong 2$ коэффициент затухания «звуковой» моды очень мал. Объясняется это тем, что при $q_s^2 \xi^3 = \lambda_0 / (1 - \lambda_0)$ ($\lambda_0 > 1$) коэффициент связи $|\eta|$ в поляризации «—» также очень мал вследствие взаимного подавления индукционного и деформационного взаимодействия доплеронов со звуком.

6. Заметим, что параметр β , а точнее разность $[\xi^3 - \partial F_0 / \partial (q_s^2)]$, появляется в соотношении для η при переходе от уравнения (20) к (30) в результате преобразования выражения в первых скобках в левой части (20). Как следствие, отмеченные выше свойства этого параметра обусловлены только характером функциональной зависимости $F_0(q)$ (т.е. проводимости металла) и особенностями решений дисперсионного уравнения для электромагнитных мод. И может показаться, что константа связи η не зависит от особенностей спектра звука, обусловленных электрон-фононным взаимодействием. Однако такая зависимость существует, хотя и является слабой. Действительно, при переходе от (20) к (30) можно не полагать $q = q_s$ в выражении для коэффициента $\alpha_2(q)$, в разложить это выражение (так же, как и $F(q)$) по малому параметру $q^2 - q_s^2$. В результате в соотношении для η в знаменателе появится множитель $1 + \partial \alpha_2 / \partial (q_s^2)$, которым можно пренебречь, так как он всегда положителен и для разумных значений ω и λ_0 практически не отличается от единицы. Следует также отметить, что предел $g_{\pm} G_{\pm} \rightarrow 0$ в уравнении (5) не эквивалентен пределу $\alpha_1 \rightarrow 0$ в (20), так как коэффициент α_1 является сложной комбинацией коэффициентов σ_{\pm} , q_{\pm} , G_{\pm} и L_{\pm} . Следовательно, в выражении для η в

определенной степени учитывается как взаимодействие коллективных электромагнитных мод со звуком, так и электрон-фононное взаимодействие.

Заключение

В настоящей работе проведен анализ особенностей связывания слабозатухающих электромагнитных мод геликонов и доплеронов с ультразвуковыми волнами. Хотя геликон-фононное взаимодействие к настоящему времени изучено достаточно подробно, наше рассмотрение этого эффекта представляется здесь вполне уместным. Оно позволило провести сравнительный анализ двух принципиально различных случаев связывания, а именно связывания встречно распространяющихся мод (ДФР) и мод, распространяющихся в одном и том же направлении (ГФР).

Нами показано, что кардинальное различие характеров спектров связанных мод в рассматриваемых случаях обусловлено отношением величины $\partial F_0 / \partial (q_s^2)$ и ξ^3 . В резонансе это отношение имеет вид $\beta = q^2 [\partial F_0 / \partial (q_s^2)] / F_0(q_s)$. При $\beta > 1$ со звуковой волной связывается доплеронная мода, фазовая и групповая скорости которой противоположно направлены, и в спектре в пределе $\gamma \rightarrow 0$ образуется «щель». Существенное значение имеет и величина параметра β . На достаточно высоких частотах $\beta \gg 1$ (ДФР) и в чистых металлах обе связанные моды в окрестности резонанса являются звукоподобными. На низких частотах $\beta \ll 1$ (ГФР) и для обеих мод $I_u / I_E \cong 1$. Такие свойства параметра β обусловлены природой корней дисперсионного уравнения (23). Нелокальные эффекты в проводимости приводят к резонансному росту проводимости при $q^2 \rightarrow 1$ (см. вставку на рис. 1) и появлению доплеронного решения дисперсионного уравнения. Еще более резко возрастает производная $\partial F_0 / \partial (q_s^2)$. В результате $\beta \rightarrow \infty$ при $q^2 \rightarrow 1$. В области же геликонных решений (23) нелокальные эффекты проявляются слабо, производная $\partial F_0 / \partial (q_s^2)$ конечна и $\beta \rightarrow 0$ ($F_0 \rightarrow 1$) при $q^2 \rightarrow 0$. Вывод фактически не зависит от конкретной формы ПФ.

Работа поддержана Государственным фондом фундаментальных исследований Украины, проект № 2.4/211.

1. О. В. Константинов, В. И. Перель, *ЖЭТФ* 38, 161 (1960).

2. P. Agrain, *Proc. of the Int. Conf. on Semicond. Phys.*, Prague (1960), p. 224.
3. R. Bowers, C. Legendy, and F. Rose, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 339 (1961).
4. P. B. Miller and R. R. Haering, *Phys. Rev.* **128**, 126 (1962).
5. E. A. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 91 (1963).
6. D. S. Falk, B. Gerson, and J. F. Carolan, *Phys. Rev.* **B1**, 406 (1970).
7. О. В. Константинов, В. Г. Скобов, *ФТТ* **12**, 2768 (1970).
8. Л. М. Фишер, В. В. Лаврова, В. А. Юдин, О. В. Константинов, В. Г. Скобов, *ЖЭТФ* **60**, 759 (1971).
9. Г. Акрамов, *ФТТ* **5**, 1310 (1963).
10. D. N. Langenberg and J. Bok, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 549 (1963).
11. Т. Кjeldaas, *Phys. Rev.* **113**, 1473 (1959). Фактически именно в этой работе был предсказан геликон-фононный резонанс (см. сноску на стр. 1475), а следовательно, впервые было указано на существование в металлах электромагнитных волн — геликонов. Парадоксально, но этот факт до сих пор игнорируется.
12. С. С. Grimes and S. J. Buchsbaum, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 357 (1964).
13. J. J. Quinn and S. Rodrigues, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 552 (1963).
14. В. Г. Скобов, Э. А. Канер, *ЖЭТФ* **46**, 273 (1964).
15. E. A. Kaner and V. G. Skobov, *Adv. Phys.* **17**, 605 (1968).
16. J. Mertsching, *Phys. Status Solidi* **B37**, 465 (1970).
17. T. G. Blaney, *Philos. Mag.* **15**, 707 (1967).
18. T. G. Blaney, *Philos. Mag.* **17**, 404 (1968).
19. V. V. Gudkov, *Solid State Communs.* **44**, 229 (1982).
20. Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, *ФНТ* **24**, 250 (1998).
21. L. T. Tsybal and T. F. Butenko, *Solid State Communs.* **13**, 633 (1973).
22. Л. П. Волкова, Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, *ФНТ* **9**, 1262 (1983).
23. С. В. Медведев, В. Г. Скобов, Л. М. Фишер, В. А. Юдин, *ЖЭТФ* **69**, 2267 (1975).
24. Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, О. Ф. Панченко, *ФНТ* **24**, 1157 (1998).
25. D. E. Muller, *Math. Tables and Other Aids to Comput.* **10**, 208 (1956).
26. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* **45**, 1638 (1963).
27. В. М. Конторович, *УФН* **142**, 265 (1964).
28. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* **59**, 2116 (1970).
29. Э. А. Канер, В. Г. Песчанский, И. А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **40**, 214 (1961).
30. А. М. Гришин, В. Г. Скобов, Л. М. Фишер, А. С. Чернов, *Письма в ЖЭТФ* **35**, 370 (1982).
31. В. Л. Гуревич, И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, *ЖЭТФ* **59**, 1679 (1970).
32. В. В. Лавров, С. В. Медведев, В. Г. Скобов, Л. М. Фишер, А. С. Чернов, В. А. Юдин, *ЖЭТФ* **66**, 700 (1974).
33. J. M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids*, Cambridge University Press (1972) [русск. пер. Дж. Займан, *Принципы теории твердого тела*, Мир, Москва (1974)].

Coupling of electromagnetic and sound modes in metals

L. T. Tsybal, A. N. Cherkasov, and
O. F. Panchenko

Comprehensive theoretical data on coupling of weakly damped electromagnetic and sound waves in metals are presented. It is found that the behaviors of coupling of modes which propagate in the same (helicon-phonon resonance) or opposite (dopplerson-phonon resonance) directions are fundamentally different. In the first case the dispersion curves are splitted but in the second case they are bound. As a result in the collisionless limit there occurs a gap in the spectra of the coupled modes and the both modes are sound-like. It is shown that in the case of dopplerson-phonon resonance both induction and deformation interactions of the electrons with the lattice should be taken into account.