

ОЦІНЮВАННЯ РЕВЕРСУ РАНГІВ У МЕТОДІ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

Н.І. НЕДАШКІВСЬКА

Проведено дослідження та виявлено умови появи реверсу рангів у методах дистрибутивного, ідеального та мультиплікативного синтезу методу аналізу ієрархій, а також групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив для випадків додавання альтернативи, еквівалентної до існуючої, неоптимальної альтернативи та альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв. Наведено графіки залежностей частоти появи реверсу рангів від кількості альтернатив для різних ваг критеріїв.

ВСТУП

Метод аналізу ієрархій (МАІ) використовується для вирішення задач, що потребують оцінювання альтернативних варіантів рішень за багатьма критеріями в умовах невизначеності та ризику [1–3].

МАІ є одним із методів, який можна успішно застосовувати в технологічному передбаченні для побудови можливих сценаріїв розвитку майбутнього з урахуванням інтересів виконавців та сукупності факторів, що впливають на формування сценаріїв [4]. Метод аналізу ієрархій в комплексі робіт з технологічного передбачення застосовують на етапі якісного аналізу проблеми поряд з методами Делфі, перехресного впливу та морфологічного аналізу [4].

Однією з особливостей методу аналізу ієрархій є виникнення в ньому реверсу рангів, тобто зміни рангів альтернативних варіантів рішень при додаванні нових альтернатив (чи вилученні існуючих).

Дуже часто на практиці необхідно розв'язувати задачі знаходження одного, оптимального в певному розумінні рішення, і воно не повинно змінюватися при додаванні нових чи вилученні існуючих альтернативних варіантів. Тому питання реверсу рангів є дуже важливим і потребує детального, глибокого дослідження для обґрунтування достовірності отриманого рішення.

Питанню реверсу рангів у методі аналізу ієрархій присвячено багато робіт, зокрема [1, 2, 5–11].

Існує декілька поглядів щодо можливості існування реверсу рангів у методах підтримки прийняття рішень та припустимості його для конкретних практичних задач. Автори багатовимірної теорії корисності вважають реверс рангів неприпустимим у процесі прийняття рішень. Однією з аксіом цієї теорії є твердження, що додавання нових альтернатив, які домінуються існуючими або є еквівалентними до них (додавання так званих неоптимальних альтернатив), не повинно впливати на порядок ранжування старих [12]. Однак Т. Сааті та Е. Форман стверджують, що існують реальні системи, де реверс рангів може виникнути (замкнені) і системи, в яких виникнення реверсу рангів небажане (відкриті).

Т. Сааті розробив метод аналізу ієрархій з дистрибутивним синтезом і запропонував використовувати його для прийняття рішень у замкнених системах. Потім, використовуючи ідеї В. Белтона та Т. Гера, він розширив початковий МАІ, запровадивши додатковий метод синтезу, при використанні якого, на думку Т. Сааті, реверс рангів не виникає, і назвав його методом ідеального синтезу [1, 8]. Але подальші дослідження показали: реверс рангів може виникати також і при використанні ідеального синтезу [5, 6, 9 – 11].

Для уникнення появи реверсу рангів Ю. Самохвалов та Е. Тріантафілоу пропонують використовувати методи дистрибутивного та ідеального синтезу до підзадач початкової задачі прийняття рішень, в яких розглядаються тільки пари альтернатив за всіма критеріями, знаходяться глобальні ваги альтернатив у кожній парі та проводиться об'єднання цих часткових розв'язків [9–11]. Ідея підходу полягає в тому, що для бінарних векторів операція нормалізації у початковому МАІ не повинна викликати ефекту реверсу рангів.

Дж. Барзілаї та Ф. Лутсма [6] вбачають причину появи реверсу рангів у використанні адитивної функції агрегації ваг альтернатив відносно критеріїв прийняття рішень. Вони пропонують у методі аналізу ієрархій використовувати мультиплікативний синтез з методом зваженого добутку [6]. Але, як показали дослідження Е. Тріантафілоу [9, 10] та результати аналізу, проведеного в даній роботі, реверс рангів в деяких випадках може виникати також і при використанні методу групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив та мультиплікативного МАІ.

У роботі [13] Т. Сааті стверджує, що причиною появи реверсу рангів є наявність альтернатив-копій (еквівалентних альтернатив) у множині альтернатив, що розглядаються. Альтернативи вважаються копіями, якщо вони відрізняються не більш ніж на 10% за всіма критеріями. Дослідження Дж. Дауера [14] показали, що 10-процентна умова Т. Сааті не забезпечує невиникнення реверсу рангів. Реверс рангів може виникати також і при наявності альтернатив, які не є копіями. Дж. Дауер проводив оцінювання альтернативних варіантів, використовуючи неперервну шкалу замість дискретної шкали Т. Сааті. В даній роботі оцінювання альтернатив проводилося за фундаментальною дискретною шкалою Т. Сааті, і, як показали результати проведеного дослідження, умова еквівалентності альтернатив не знімає проблеми реверсу рангів. Емпіричне дослідження питання значущості 10-ти-процентної умови Т. Сааті при використанні неперервної та дискретної шкали оцінювання проведено у роботі [15].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ. ОПИС МЕТОДІВ

Нехай $A = \{A_i\}$ — множина альтернативних варіантів рішень, $i = 1, \dots, N$; $C = \{C_j\}$ — множина критеріїв, $j = 1, \dots, M$; a_{ij} — вага альтернативи A_i за критерієм C_j ; w_j^C — вага критерію C_j .

Знайти глобальні ваги $w_i^{\text{глоб}}$ альтернатив A_i , $i = 1, \dots, N$. Додати ще одну альтернативу. Знайти глобальні ваги $w_i^{\text{*глоб}}$ альтернатив A_i після додавання альтернативи ($i = 1, \dots, N + 1$). Умова появи реверсу рангів для пари A_i та A_k :

$$(\Delta w_{ik}^{\text{глоб}} \Delta w_{ik}^{*\text{глоб}} < 0) \vee ((\Delta w_{ik}^{\text{глоб}} = 0) \wedge (\Delta w_{ik}^{*\text{глоб}} \neq 0)) \vee \\ \vee ((\Delta w_{ik}^{\text{глоб}} \neq 0) \wedge (\Delta w_{ik}^{*\text{глоб}} = 0)),$$

де $\Delta w_{ik}^{\text{глоб}} = w_i^{\text{глоб}} - w_k^{\text{глоб}}$, $\Delta w_{ik}^{*\text{глоб}} = w_i^{*\text{глоб}} - w_k^{*\text{глоб}}$.

Дослідження появи реверсу рангів будемо проводити для методів дистрибутивного та ідеального синтезу МАІ, мультиплікативного МАІ та групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив. Коротко опишемо ці методи.

Метод дистрибутивного синтезу

Глобальна вага альтернативи A_i розраховується за формулою

$$w_i^{\text{глоб}} = \sum_{j=1}^M w_j^C r_{ij},$$

де $r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^N a_{kj}}$ — нормовані значення ваг a_{ij} .

Таким чином, виконується умова $\sum_{i=1}^N r_{ij} = 1$ для $\forall j = 1, \dots, M$.

Метод ідеального синтезу

Глобальна вага альтернативи A_i розраховується так само, як і в методі дистрибутивного синтезу, за допомогою адитивної згортки

$$w_i^{\text{глоб}} = \sum_{j=1}^M w_j^C r_{ij},$$

але $r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max_{k=1, \dots, N} a_{kj}}$ — нормовані значення ваг a_{ij} , отримуються шляхом ділення a_{ij} на найбільше із значень ваг альтернатив за даним критерієм.

У методі ідеального синтезу на суму нормованих ваг альтернатив за кожним критерієм не накладається умова рівності одиниці.

Метод групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив (ГВБВПА) із дистрибутивним синтезом

Метод ГВБВПА полягає у розбитті проблеми на підпроблеми, досліджуючи одночасно тільки пару альтернатив з усієї множини альтернатив.

Розглядаються $N(N-1)/2$ підзадач і визначаються $N(N-1)/2$ пар глобальних ваг альтернатив $(w_{A_i}^{ik}, w_{A_k}^{ik})$, де $w_{A_i}^{ik}$ — глобальна вага альтернативи A_i при одночасному розгляді тільки пари A_i та A_k , $i = 1, \dots, N$, $k = 1, \dots, (N-1)/2$. $w_{A_i}^{ik}$ розраховується за методом дистрибутивного синтезу

$$w_{A_i}^{ik} = \sum_{j=1}^M w_j^C r_{ij},$$

де $r_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ij}+a_{kj}}$, $l \in \{i, k\}$, $r_{ij} + r_{kj} = 1$.

Для об'єднання часткових розв'язків будується матриця $P = \begin{pmatrix} w_{A_i}^{ik} \\ w_{A_k}^{ik} \end{pmatrix}$,

$i, k = 1, \dots, N$, яка задовольняє всім властивостям традиційної матриці парних порівнянь: в ній альтернативи попарно порівнюються відносно всіх критеріїв, і вона є оберненосиметричною. Ваги, отримані з матриці P , будуть загальним розв'язком поставленої задачі.

Метод мультиплікативного синтезу

У цьому методі використовується метод зваженого добутку, згідно з яким при порівнянні альтернатив A_i та A_k розраховується добуток

$$P\left(\frac{A_i}{A_k}\right) = \prod_{j=1}^M \left(\frac{a_{ij}}{a_{kj}}\right)^{w_j^C}, \quad i, k = 1, \dots, N.$$

Якщо величина $P\left(\frac{A_i}{A_j}\right)$ більша або дорівнює одиниці, тоді альтернатива A_i є важливішою за альтернативу A_j .

Глобальна вага A_i розраховується таким чином:

$$w_i = \prod_{j=1}^M (a_{ij})^{w_j^C}, \quad i = 1, \dots, N.$$

МОДЕЛЮВАННЯ ВИНИКНЕННЯ РЕВЕРСУ РАНГІВ У МЕТОДАХ ДИСТРИБУТИВНОГО ТА ІДЕАЛЬНОГО СИНТЕЗУ МАІ, ГРУПОВОГО ВРАХУВАННЯ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ ПЕРЕВАГ АЛЬТЕРНАТИВ ТА МУЛЬТИПЛІКАТИВНОМУ МАІ

Проведено моделювання виникнення реверсу рангів у методах дистрибутивного, ідеального та мультиплікативного синтезу, а також у методі групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив.

Оскільки в подальшому буде використовуватися поняття оптимальної альтернативи, дамо її означення: оптимальна альтернатива — це альтернатива, яка має найбільшу глобальну вагу. Альтернатива, оптимальна за одним із критеріїв — це альтернатива, яка має найбільшу вагу за цим критерієм.

Для кожного з описаних вище чотирьох методів розраховується відносна частота зміни оптимальної альтернативи та відносна частота зміни рангів серед неоптимальних альтернатив при додаванні альтернатив із різними властивостями, а саме при додаванні:

- випадковим чином неоптимальної альтернативи;
- випадковим чином альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв;
- альтернативи, еквівалентної до альтернативи з найменшою вагою;
- альтернативи, еквівалентної до альтернативи з найбільшою вагою.

Умови моделювання:

1. Обчислення ваг проводилося за двома критеріями, ваги критеріїв варіювалися.
2. Випадковим чином генерувалися узгоджені матриці парних порівнянь (МПП) альтернатив відносно критеріїв. Для малого числа альтернатив був проведений повний перебір всіх узгоджених матриць парних порівнянь.
3. Для кожного з чотирьох методів та фіксованого числа альтернатив було проведено 10000 експериментів для знаходження відносного числа появи реверсів рангів.
4. Дослідження, що описане в п. 3, проводилося 10 разів і було знайдене середнє значення відносного числа появи реверсів рангів.
5. Задача розв'язувалася для різного числа альтернатив, а саме, для $N = 2, 3, \dots, 15$.

Для $N = 2, 3, 4, 5$ альтернатив проведено повний перебір усіх узгоджених матриць парних порівнянь. В результаті отримали, що для кожного з розглянутих методів частоти появи реверсу рангів для випадковим чином заповнених узгоджених матриць парних порівнянь розмірності N є близькими до частот появи реверсу рангів при повному переборі всіх узгоджених матриць парних порівнянь розмірності N .

Розглянемо результати додавання альтернатив із різними властивостями.

Випадок 1. При додаванні неоптимальної альтернативи реверс рангів спостерігається у методах дистрибутивного синтезу (рис.1, 2), групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив та мультиплікативному МАІ (рис. 3). (На всіх наведених у статті рисунках: 1 — ваги критеріїв 0,5 та 0,5; 2 — 0,4 та 0,6; 3 — 0,3 та 0,7; 4 — 0,2 та 0,8; 5 — 0,1 та 0,9.) Додавання неоптимальної альтернативи може призвести до зміни оптимальної. При цьому у методі мультиплікативного МАІ оптимальною в деяких випадках стає нова альтернатива, що додається.

Частота зміни оптимальної альтернативи зменшується із збільшенням числа альтернатив. Найменші частоти змін оптимальної альтернативи спостерігаються у мультиплікативному методі аналізу ієрархій. Порівнюючи результати роботи методу групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив з різними методами синтезу, можна зробити висновок, що частоти зміни оптимальної альтернативи є найменшими при використанні методу ГВБВПА із мультиплікативним синтезом.

Зміна оптимальної альтернативи спостерігається у методі ідеального синтезу при попарному розгляді альтернатив на відміну від методу ідеального синтезу при одночасному розгляді всіх альтернатив, в останньому реверсів рангів не виникає. Крім того, в цьому випадку оптимальною може стати нова альтернатива, яка додається, незважаючи на той факт, що при одночасному розгляді всіх альтернатив нова домінується, принаймні, однією із старих альтернатив за обома критеріями. Тобто, нова альтернатива є неоптимальною за кожним із критеріїв при дослідженні всіх альтернатив разом, а в результаті використання методу групового врахування бінарних відношень переваг з ідеальним синтезом глобальна вага цієї нової альтернативи може стати найбільшою.

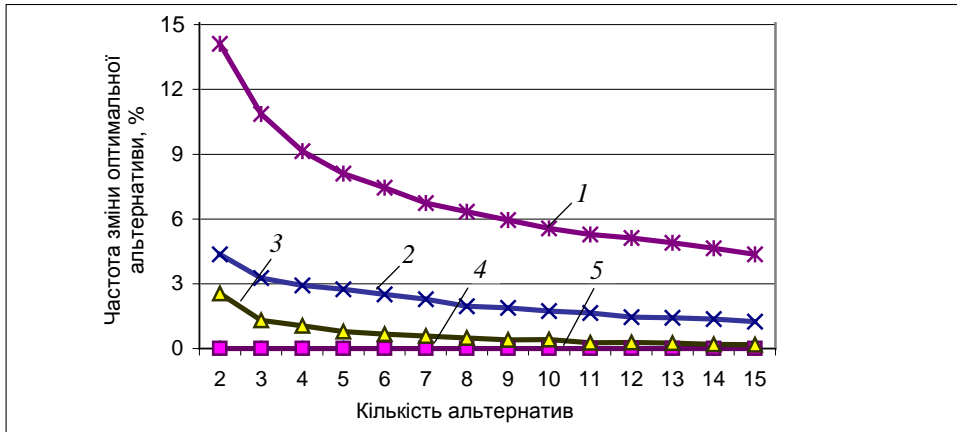


Рис. 1. Частота зміни оптимальної альтернативи при додаванні неоптимальної у методі дистрибутивного синтезу (число експериментів складає 100000)

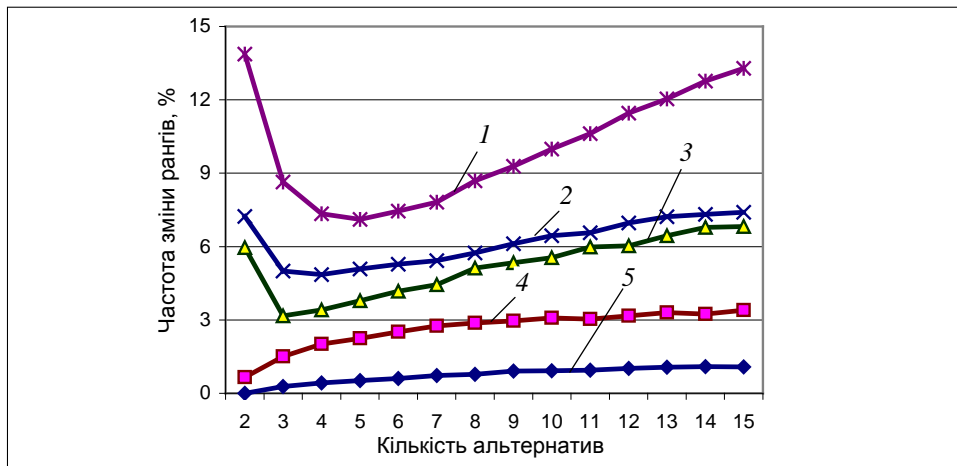


Рис. 2. Частота зміни рангів серед неоптимальних альтернатив при додаванні неоптимальної у методі групового врахування бінарних відношень альтернатив із дистрибутивним синтезом (число експериментів складає 100000)

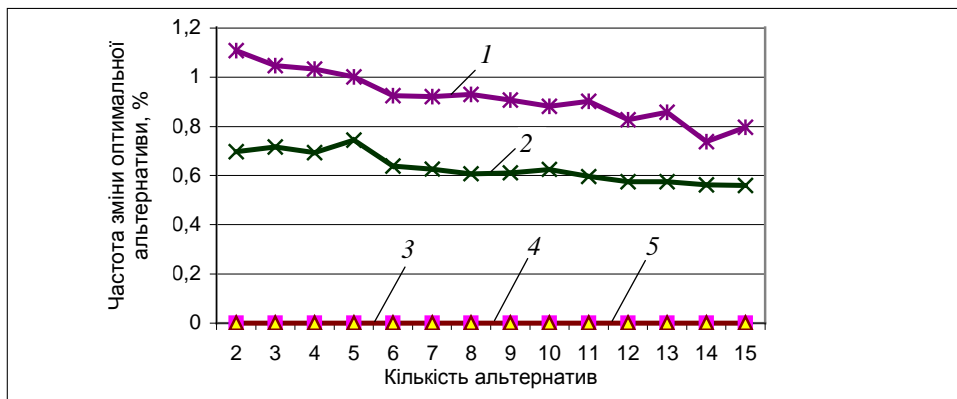


Рис. 3. Частота зміни оптимальної альтернативи при додаванні неоптимальної у мультиплікативному МАІ (число експериментів складає 100000)

Як показали проведені дослідження, частоти появи реверсу рангів при використанні методу ГВБВПА із ідеальним синтезом є більшими у порівнянні з методом ГВБВПА із дистрибутивним синтезом.

Частоти появи реверсу рангів є найбільшими при розгляді рівноважливих критеріїв. Для критеріїв, що мають ваги 0,1 та 0,9, частоти появи реверсу рангів є мінімальними.

Випадок 2. При додаванні альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв, реверс рангів спостерігається в усіх чотирьох методах.

У кожному з методів може виникнути зміна оптимальної альтернативи. У методах ідеального синтезу, групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив та мультиплікативному МАІ оптимальною може стати нова альтернатива (та, що додається).

У методах дистрибутивного, ідеального та мультиплікативного синтезу частота зміни оптимальної альтернативи практично не залежить від кількості альтернатив і у випадку розгляду рівноважливих критеріїв складає 48% для методу дистрибутивного синтезу, 35% для ідеального синтезу (рис. 4) та 33% для мультиплікативного МАІ (рис. 5). У методі групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив частота зміни оптимальної альтернативи зменшується із збільшенням числа альтернатив, що розглядаються. У цьому методі найменші частоти спостерігаються при використанні методу мультиплікативного синтезу.

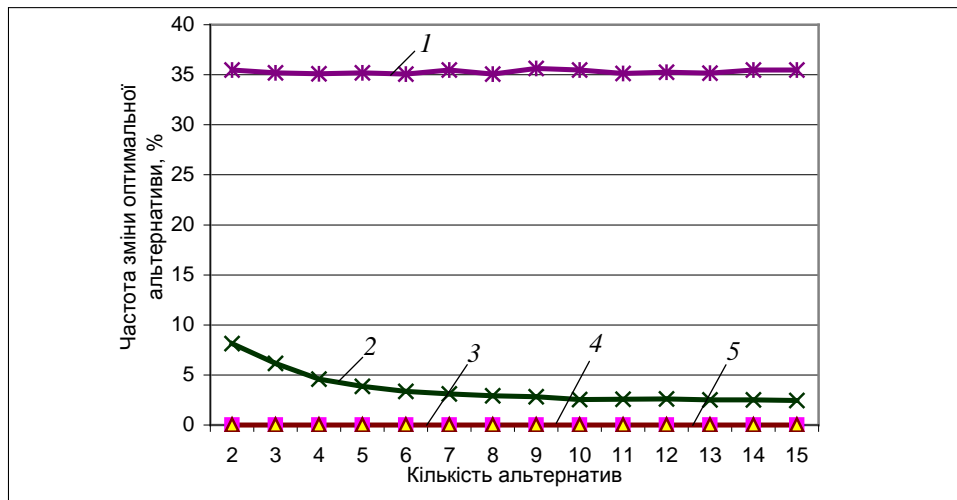


Рис. 4. Частота зміни оптимальної альтернативи при додаванні альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв, у методі ідеального синтезу (число експериментів складає 100000)

Щодо частоти зміни рангів серед неоптимальних альтернатив, то вона різко зростає із збільшенням числа альтернатив. Значення цих частот для методу групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив є набагато меншими за відповідні значення у методах дистрибутивного та ідеального синтезу.

Частоти появи реверсу рангів при розгляді рівноважливих критеріїв значно перевищують відповідні частоти для критеріїв із такими комбінаціями ваг: 0,4 та 0,6; 0,3 та 0,7; 0,2 та 0,8; 0,1 та 0,9.

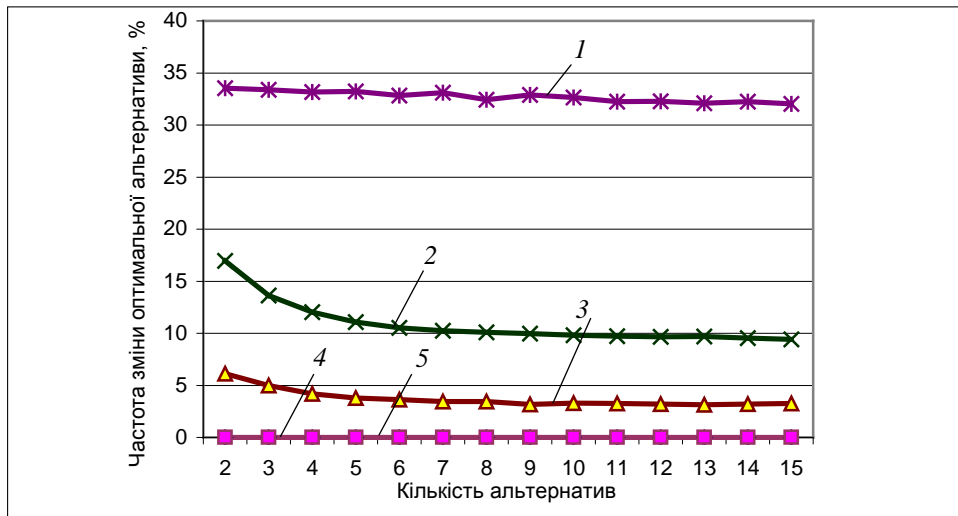


Рис. 5. Частота зміни оптимальної альтернативи при додаванні альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв, у методі мультиплікативного синтезу (число експериментів складає 100000)

Випадок 3. При додаванні альтернативи, еквівалентної до альтернативи з мінімальною вагою, реверс рангів виникає у методах дистрибутивного синтезу та групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив. Оптимальна альтернатива при цьому не змінюється, реверс рангів спостерігається лише серед неоптимальних альтернатив. Для фіксованої кількості альтернатив значення частот появи реверсу рангів у методі ГВБВПА значно перевищують відповідні значення частот у методі дистрибутивного синтезу. При використанні ідеального синтезу реверсів рангів у даному випадку не виникає, а при використанні методу ГВБВПА з ідеальним синтезом реверс рангів виникнути може.

Частоти виникнення реверсу рангів для рівноважливих критеріїв практично співпадають з відповідними частотами для критеріїв з вагами 0,4 та 0,6; для критеріїв, які значно відрізняються між собою (мають ваги 0,1 та 0,9), частоти виникнення реверсу рангів є найменшими.

Випадок 4. При додаванні альтернативи, еквівалентної до альтернативи з максимальною вагою, реверс рангів виникає також лише в методах дистрибутивного синтезу та групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив. Оптимальна альтернатива не змінюється, але за побудовою додаткова альтернатива також стає оптимальною. Реверс рангів спостерігається лише серед неоптимальних альтернатив. Значення частот появи реверсу рангів для методу ГВБВПА є меншими за відповідні значення для методу дистрибутивного синтезу. Знову-таки реверс рангів є присутнім при попарному розгляді альтернатив з використанням методу ідеального синтезу на відміну від методу ідеального синтезу при одночасному розгляді всіх наявних альтернатив.

Частота появи реверсу рангів у цьому випадку є практично однаковою для наступних комбінацій ваг критеріїв: 0,5 та 0,5; 0,4 та 0,6; 0,3 та 0,7. Найменші значення частоти спостерігаються для критеріїв з вагами 0,1 та 0,9.

ВИСНОВКИ

Як показало проведене дослідження, реверс рангів може виникнути в кожному з методів, що розглядалися (у методах дистрибутивного, ідеального та мультиплікативного синтезу МАІ, а також групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив).

У таблиці показана поява реверсу рангів у залежності від властивостей альтернативи, що додається, а саме, від того, чи є додана альтернатива еквівалентною до існуючих, неоптимальною чи оптимальною за одним із критеріїв.

Виникнення реверсу рангів також залежить від ваг критеріїв: найбільші частоти появи реверсу спостерігаються при використанні рівноважливих критеріїв. Для випадку критеріїв, які мають однакову вагу, простежується така залежність появи реверсу рангів від ступеня переваги однієї альтернативи над іншою: для пари альтернатив A_i та A_j , в яких відбувається реверс, характерною є так звана «нечітка симетричність» відносно двох рівноважливих критеріїв. Тобто реверс рангів виникає, коли за одним із критеріїв альтернатива A_i переважає A_j в k разів ($k > 1$), а за другим — навпаки, альтернатива A_j переважає A_i в $k + \varepsilon$ разів ($\varepsilon \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$). Також для A_i та A_j , в яких відбувається реверс, характерними є випадки нерозрізненості альтернатив A_i та A_j до/після включення додаткової альтернативи.

У методі дистрибутивного синтезу зміна оптимальної альтернативи може відбутися при додаванні неоптимальної та при додаванні альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв. При додаванні еквівалентної альтернативи існують випадки зміни рангів серед неоптимальних альтернатив.

У методі ідеального синтезу реверс рангів спостерігається у випадку рівноважливих критеріїв при додаванні альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв: в 35% випадків спостерігається зміна оптимальної альтернативи.

Метод ГВБВПА краще використовувати з дистрибутивним синтезом — частота появи реверсу рангів у всіх розглянутих випадках є меншою у порівнянні з методом ГВБВПА із ідеальним синтезом. Цей метод ГВБВПА допускає реверс рангів у тих самих випадках, що і дистрибутивний синтез, тобто при додаванні альтернативи, що домінується іншими за кожним із критеріїв, а також оптимальної за одним із критеріїв або еквівалентної до існуючої.

У методі мультиплікативного синтезу реверс рангів серед неоптимальних альтернатив у випадках, що розглядалися, не виникає. Однак при додаванні альтернатив, неоптимальних за кожним із критеріїв та оптимальних за одним із критеріїв, у методі мультиплікативного МАІ може відбутися зміна оптимальної альтернативи і оптимальною може стати та, що додається.

Метод групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив з дистрибутивним синтезом є кращим за класичний метод дистрибутивного синтезу (частоти появи реверсу рангів є меншими). Особливо це стосується випадку додавання альтернативи, оптимальної за одним із критеріїв, де час-

тота виникнення реверсу рангів у методі ГВБВПА серед неоптимальних альтернатив є на порядок меншою.

Зведена таблиця виникнення реверсу рангів для різних методів синтезу МАІ (+ — реверс рангів спостерігався, – — реверс рангів не спостерігався)

Метод	Додавання альтернативи					
	еквівалентної до існуючої		випадковим чином			
			неоптимальної		оптимальної за одним із критеріїв	
	Зміна оптимальних альтернатив	Зміна рангів серед неоптимальних альтернатив	Зміна оптимальних альтернатив	Зміна рангів серед неоптимальних альтернатив	Зміна оптимальних альтернатив	Зміна рангів серед неоптимальних альтернатив
дистрибутивного синтезу МАІ	–	+	+	+	+	+
ідеального синтезу МАІ	–	–	–	–	+	+
групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив	–	+	+	+	+	+
мультипликативного МАІ	–	–	+	–	+	–

Недоліком методу попарного розгляду альтернатив є можливість порушення транзитивності рангів альтернатив. До того ж ранжування, отримане за допомогою методу ГВБВПА може не співпадати з ранжуванням, отриманим під час одночасного розгляду всієї множини альтернатив. Перевагою методу одночасного розгляду тільки двох альтернатив є той факт, що визначення пріоритетів тільки двох альтернатив відносно декількох критеріїв (тобто задача знаходження головного власного вектора матриці $2 \times M$, де M — кількість критеріїв) є задачею більш простою в порівнянні з визначенням пріоритетів одночасно всіх альтернатив.

Метод прийняття рішень, в якому може виникнути реверс рангів, доцільно використовувати в так званих «замкнених» системах — системах із фіксованою кількістю ресурсів, до яких належать задачі розподілу ресурсів та прогнозування. У задачах вибору однієї, найкращої в певному сенсі альтернативи, навпаки, в реальних ситуаціях реверс рангів є неприпустимим, і тому для отримання істинного рішення слід використовувати метод прийняття рішень, в якому реверс рангів не виникає.

Оскільки реверс рангів є присутнім у кожному з розглянутих методів синтезу МАІ, то, напевне, реверс рангів — це властивість методу аналізу ієрархій, яка впливає з основних принципів методу. В даній роботі дослідження появи реверсу рангів проведено для випадків додавання неоптимальних альтернатив, а також оптимальних за одним із критеріїв та еквівалентних. Оцінювання проводилося за двома критеріями. Доцільно провести дослідження появи реверсу рангів для більшої кількості критеріїв. Напрямами подальшого вивчення виникнення реверсу рангів також можуть бути дослідження використання в МАІ інших шкал оцінювання та інших методів обчислення ваг.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Saaty T.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.
2. *Forman E., Selly M.A.* Decision By Objectives (на сайті www.expertchoice.com).
3. *Згуровский М.З., Панкратова Н.Д.* Системный анализ. — Київ: Наук. думка, 2005. — 743 с.
4. *Згуровский М.З., Панкратова Н.Д.* Технологическое предвидение. — Киев: Политехника, 2005. — 156 с.
5. *Belton V., Gear T.* On a Short-coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies // *Omega*. — 1983. — **11**, Issue 3. — P. 228–230.
6. *Barzilai J., Lootsma F.A.* Power Relations and Group Aggregation in Multiplicative AHP and SMART // *Proceedings of the 3rd International Symposium on The Analytic Hierarchy Process, Washington, DC, 1994*. — P. 157–168.
7. *Forman E.H.* Relative vs Absolute Worth // *Mathematical Modelling*. — 1987. — **9**, Issues 3–5. — P. 195–202.
8. *Saaty T.L.* An Exposition of the AHP in Reply to the Paper «Remarks on the Analytic Hierarchy Process» // *Management Science*. — 1990. — **36**, Issue 3. — P. 259–268.
9. *Triantaphyllou E., Mann S.H.* An Examination of the Effectiveness of Multi-Dimensional Decision-Making Methods: A Decision-Making Paradox // *International Journal of Decision Support Systems*. — 1989. — **5**, Issue 3. — P. 303–312.
10. *Triantaphyllou E.* Two New Cases of Rank Reversals when the AHP and Some of its Additive Variants are Used that do not Occur with the Multiplicative AHP // *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*. — 2001. — **10**, Issue 1. — P. 11–25.
11. *Самохвалов Ю.Я.* Особенности применения метода анализа иерархий при оценке проблем по метрическим критериям // *Кибернетика и системный анализ*. — 2004. — № 5. — С. 15–20.
12. *Льюис Р.Т., Райфа Х.* Игры и решения. — М.: Иностран. лит., 1961. — 642 с.
13. *Saaty T.L.* Rank generation, preservation and reversal in the analytic hierarchy process // *Decision Sciences*. — 1987. — **18**. — P. 157–177.
14. *Dyer J.S.* Remarks on the analytic hierarchy process // *Management Science*. — 1990. — **36**, Issue 3. — P. 249–258.
15. *Kumar N.V., Ganesh L.S.* An empirical analysis of the use of the Analytic Hierarchy Process for estimating membership values in a fuzzy set // *Fuzzy Sets and Systems*. — 1996. — **82**, Issue 1. — P. 1–16.

Надійшла 10.11.2005