ISSN 1607-4556 (Print), ISSN 2309-6004 (Online) Геотехнічна механіка. 2017. №132

УДК 622.271.324: 622.271.012.3

**Максимов І.І.**, канд. техн. наук, доцент,
**Слободянюк Р. В.,** аспірант
(ДВНЗ «Криворізький національний університет»)

# ГЕОМЕТРИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ ПЕРЕВАНТАЖУВАЛЬНОГО ПУНКТУ У КАР'ЄРІ

**Максимов И. И.,** канд. техн. наук, доцент,
**Слободянюк Р. В.,** аспирант
(ГВУЗ «Криворожский национальный университет»)

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПЕРЕГРУЗОЧНОГО ПУНКТА В КАРЬЕРЕ

**Maximov I.I.,** Ph.D. (Tech.), Associate Professor,
**Slobodyanyuk R.V.,** Doctoral Student
(SHEI "Kryvyi Rih National University")

# GEOMETRICAL FEATURES OF DETERMINATION A TRANSFER POINT RATIONAL LOCATION IN OPEN PIT MINE

**Анотація.** Технологія гірничих робіт з використанням перевантажувальних складів широко розповсюджена на глибоких залізорудних кар'єрах. У більшості випадків, при прийнятті рішення про місце розташування перевантажувального складу в першу чергу до уваги береться його висотне положення в просторі кар'єру, але положення в плані теж має значний вплив на техніко-економічні показники гірничих робіт. Традиційний підхід, що розглядає в якості оптимальної точки звозу точку центра ваги, не є гарантією забезпечення мінімального значення транспортної роботи.

Дослідження виконане з метою розробки методологічної основи для визначення раціонального розташування перевантажувального пункту для кількості екскаваторних вибоїв, що перевищує три, а також з урахуванням впливу на оптимальну точку звезення відмінностей у продуктивності екскаваторних вибоїв.

У статті надано огляд сучасних досліджень, в яких для мінімізації логістичних процесів використовуються алгоритми з використанням точки Ферма-Торрічеллі-Штейнера.

Показано, що коли область виконання гірничих робіт не можна апроксимувати правильною геометричною фігурою, точка центру ваги не є такою, що забезпечує мінімальну транспортну роботу. В такому випадку мінімальна транспортна робота забезпечується при збіганні точки звозу з точкою Ферма-Торрічеллі. Запропоновано рішення задачі визначення раціональної точки звезення розділити на кілька етапів із визначенням координат центру ваги даної області та координат точки Ферма-Торрічеллі методом сіток або градієнтним методом. Запропонований метод дозволяє визначити оптимальну точку звезення гірничої маси (мінімум транспортної роботи) для довільної кількості екскаваторних вибоїв як з однаковою, так і з різною продуктивністю.

**Ключові слова:** перевантажувальний пункт, тимчасовий відвал, точка Ферма-Торрічеллі, мінімізація транспортної роботи.

**Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями.** З метою мінімізації транспортної роботи при плануванні і проектуванні кар'єрів постає необхідність визначення раціональної точки звезення гірничої маси. Це завдання виникає при обґрунтуванні раціонального положення перевантажувального складу комбінованого кар'єрного транспорту [5]. Аналіз проектних рішень щодо встановлення кроку перенесення перевантажувальних пунктів і визначення оптимальних місць їх розташування показує, що положення перевантажувальних пунктів іноді визначається без достатнього теоретичного обґрунтування. Такий підхід до розвитку транспортної схеми кар'єру призводить до неоптимальних технічних рішень, що знижує економічну ефективність гірничих робіт. В теорії гірничої справи немає загального і повного рішення задачі оптимізації положення перевантажувального пункту (тимчасового відвалу), що забезпечує мінімум транспортної роботи кар'єрних автосамоскидів. У даний час і в минулому подібні завдання виникають і в інших галузях промисловості.

Одним із загальноприйнятих підходів до визначення раціональної точки звезення гірничої маси є її розміщення в точці центру ваги розглянутої області. У багатьох випадках точка, що забезпечує мінімальну відстань транспортування, співпадає з центром ваги. Але в ряді випадків центр ваги і точка, що забезпечує мінімум транспортної роботи, не співпадають.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Задача оптимальної організації транспортних комунікацій представляє великий інтерес як з теоретичної точки зору, так і з точки зору практичного застосування і є однією з класичних наукових проблем. Вперше задача визначення оптимальної точки звезення для трьох точок була поставлена в XVII столітті П'єром Ферма. У його формулюванні задачу поставлено наступним чином: «для трьох заданих точок знайти четверту, таку, що якщо від неї провести прямі лінії до даних точок, сума відстаней буде найменшою». У XVII столітті розв'язком цієї задачі займалось багато дослідників.

У збережених джерелах вперше рішення цієї задачі для трьох точок дано учнями Галілео Галілея Е. Торрічеллі і В. Вівіані. Рішення задачі було отримане фізичними методами і розмірковуваннями - оптимальною точкою для трьох вершин трикутника є така внутрішня точка, з якої всі сторони трикутника видно під кутом 120°. Дана точка називається точкою Ферма-Торрічеллі. В XIX столітті були знайдені геометричні методи розв'язання цієї задачі [1]. Для чотирьох точок рішення задачі визначення точки Ферма-Торрічеллі було знайдено італійським інженером і математиком Фаньяно: для випуклого чотирикутника мінімум суми відстаней досягається в точці перетину діагоналей.

Великий внесок у розвиток методу знаходження оптимальних точок звезення вніс Якоб Штейнер (1796-1863). Він остаточно оформив геометричні методи вирішення і отримав суворі докази для трьох і чотирьох точок. Для більшої кількості точок він заклав основи створення теорії оптимальних мереж. Їм особисто були розглянуті тільки деякі окремі випадки, а теорії графів і логістики були розвинені в XIX і на початку XX століття (Р.Курант, 1888-1972 рр.) [2-4].

Багато дослідників при вирішенні аналогічних завдань в різних областях промисловості в якості точки Ферма-Торрічеллі шукають точку центру мас. Для довільного n-кутника в масштабі вирізається модель, фізичними методами знаходиться центр мас. Збіг цих точок можливий для правильних і деяких окремих видів багатокутників. Крім цього, необхідно враховувати, що центри мас для трикутників, маса яких зосереджена на сторонах трикутника, його вершинах або по всій поверхні, не завжди збігаються. Деякі дослідники знаходять точки Ферма-Торрічеллі чисельними методами [2-6]. Упродовж 250 років були запропоновані різні рішення і алгоритми визначення оптимальної точки звезення, але кожен з них має певні обмеження і не може бути розглянутий як остаточний універсальний метод.

Всі перераховані вище методи дозволяють знаходити геометричне рішення задач. Однак особливе практичне значення має розробка методу, що дозволяє знаходити оптимальні точки звезення для багатокутника (ділянок і робочих зон кар'єра) при відомих координатах його вершин з урахуванням вагових коефіцієнтів. При реалізації даного методу в системі автоматизованого проектування кар'єрів це дозволить динамічно визначати оптимальні точки звезення (координати точки Ферма-Торрічеллі) для різних галузей виробництва гірничих робіт. Ця задача не вирішується розглянутими вище методами.

**Постановка завдання.** Метою даного дослідження є розробка методологічної основи для визначення точки Ферма-Торрічеллі для кількості екскаваторних вибоїв, що перевищує три, а також з урахуванням впливу на оптимальну точку звезення відмінностей у продуктивності екскаваторних вибоїв.

**Викладення матеріалу та результати.** Розглянемо випадок розміщення чотирьох екскаваторів в точках A, B, C, D (рис. 1). Продуктивності екскаваторів приймаємо рівними. В даному випадку точки Ферма-Торрічеллі (перетин діагоналей) і центр ваги збігаються. Такий збіг спостерігається для правильних багатокутників, симетричних фігур (наприклад, прямокутник), а також фігур, що мають центральну симетрію (паралелограм).

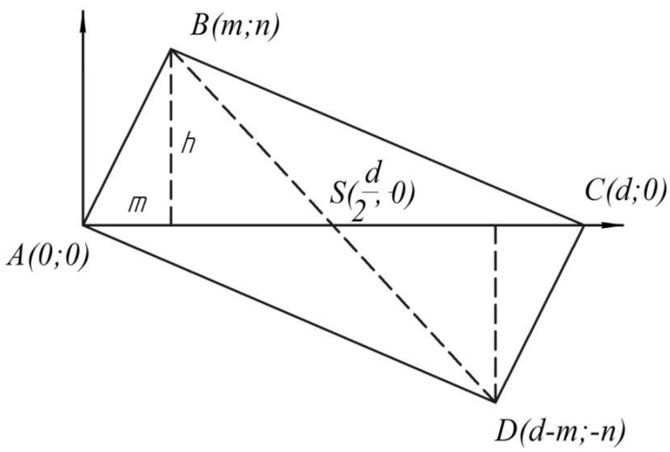


Рисунок 1 - Розміщення екскаваторів в вершинах паралелограма (центральна симетрія)

Для порівняння розглянемо інший випадок розміщення чотирьох екскаваторів (рис. 2). В даному випадку точка S є оптимальною точкою Ферма-Торрічеллі, а точка P - центром ваги. Транспортна робота для точки S на 20% менше, ніж для точки P (центра ваги). Наведений приклад показує, що в деяких випадках необхідно шукати оптимальну точку Ферма-Торрічеллі, а не заміняти її центром ваги.

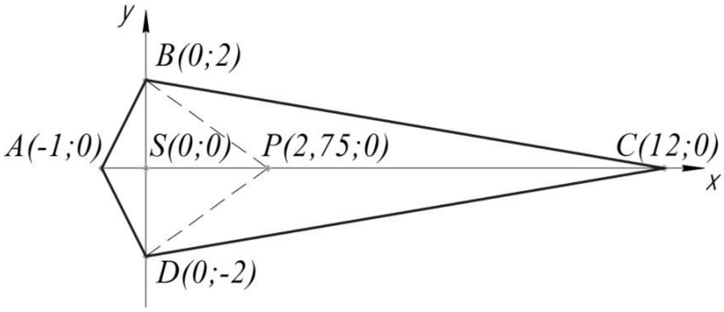


Рисунок 2 - Розміщення екскаваторів в вершинах чотирикутника A, B, C, D

У ході дослідження було встановлено, що при витягнутій області гірничих робіт, що обслуговується одним перевантажувальним пунктом, положення точки, що забезпечує мінімальну транспортну роботу, може на 20-40% відрізнятися від положення точки, що відповідає центру ваги даної області. Координати точки Ферма-Торрічеллі для трикутника і чотирикутника легко визначаються геометричним способом. Однак їх аналітичне визначення навіть для випадку 3 точок призводить до системи ірраціональних рівнянь, які не вдається вирішити в загальному вигляді. Для більшої кількості точок геометричне рішення для знаходження оптимальної точки звезення не знайдене. Великим недоліком геометричних методів для трьох і чотирьох точок є те, що не моє можливості визначити координати точки Ферма-Торрічеллі при відомих координатах вершин. Існуючі формули громіздкі і незручні для застосування.

Основні проблеми, що виникають, розглянемо на прикладі трьох точок (рис. 3). Необхідно знайти координати оптимальної точки S, для якої сума відстаней до заданих трьох точок буде мінімальною.

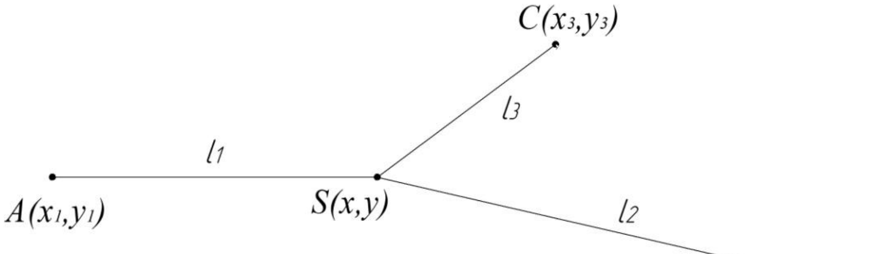


Рисунок 3 - Визначення координат оптимальної точки Ферма-Торрічеллі для випадку трьох вибоїв з відомими координатами

Розглядаємо цільову функцію (1) - мінімум суми відстаней від точки S до даних точок A, B, C (див. рис.3)

$$F = (l_1 + l_2 + l_3) \to \min \tag{1}$$

У координатній формі цільова функція має вигляд (2)

$$F = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} + \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} + \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2} \tag{2}$$

ISSN 1607-4556 (Print), ISSN 2309-6004 (Online) Геотехнічна механіка. 2017. №132

Для визначення оптимальних координат знаходимо частині похідні і складаємо систему рівнянь (3)

$$\begin{cases} \dfrac{dF}{dx} = \dfrac{(x-x_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} + \dfrac{(x-x_2)}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}} + \dfrac{(x-x_3)}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}} = 0 \\ \dfrac{dF}{dy} = \dfrac{(y-y_1)}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}} + \dfrac{(y-y_2)}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}} + \dfrac{(y-y_3)}{\sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Систему ірраціональних рівнянь (3) не вдається вирішити в загальному вигляді. Тому розглянемо іншу цільову функцію (4) - мінімізуємо суму квадратів відстаней

$$f = (l_1^2 + l_2^2 + l_3^2) \to \min \quad (4)$$

У координатній формі цільова функція має наступний вигляд

$$f = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 . \quad (5)$$

Знаходимо частині похідні і складаємо систему рівнянь (6)

$$\begin{cases} \dfrac{df}{dx} = 2(x-x_1) + 2(x-x_2) + 2(x-x_3) = 0 \\ \dfrac{df}{dy} = 2(y-y_1) + 2(y-y_2) + 2(y-y_3) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Система (6) має просте рішення

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad ; \quad y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \quad (7)$$

Координатами точки P є середнє арифметичне координат вершин трикутника (збігається з центром ваги трикутника).

Очевидно, що для рівностороннього трикутника рішення систем рівнянь (3) та (6) будуть збігатися. Але чим більше трикутники будуть відрізнятися від рівностороннього, тим більше будуть відрізнятися рішення систем рівнянь (3) і (6).

Формули (7) можна вважати лише наближеним рішенням системи (3). Надалі координати точки S (цільова функція (1)) можна уточнити методом сіток або градієнтним методом.

Розглянемо алгоритм визначення координат точки Ферма-Торрічеллі (точка S) при відомих координатах центру ваги (точка P) (рис.4).

ISSN 1607-4556 (Print), ISSN 2309-6004 (Online) Геотехнічна механіка. 2017. №132

Спочатку знаходимо координати точки P як середнє арифметичне координат даних точок за виразом (7).

Задаємо крок пошуку Δ і знаходимо значення цільової функції (1) в точках К1 ÷ К8 (див. рис.4). Вибираємо ту точку, де значення функції (1) менше, ніж в точці P. Наприклад, мінімальне значення цільової функції відповідає точці К3. Переносимо допоміжну систему координат в точку К3, визначаємо координати нових точок К1 ÷ К8 і т.д. У разі, якщо уточнення положення точки Ферма-Торрічеллі не відбувається, зменшуємо крок сітки Δ і повторюємо пошук. Таким методом можна визначити координати точки Ферма-Торрічеллі з необхідною для розв'язуваної задачі точністю.

Наведений вище алгоритм знаходження оптимальної точки Ферма-Торрічеллі легко поширюється для довільної кількості вихідних точок n (рис.5).

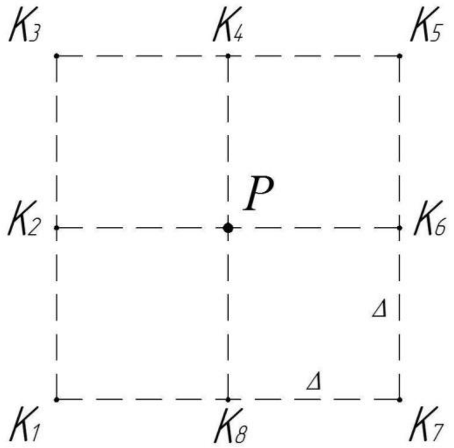


Рисунок 4 - Схема уточнення координат точки Ферма-Торрічеллі в порівнянні з координатами точки P (центра ваги)

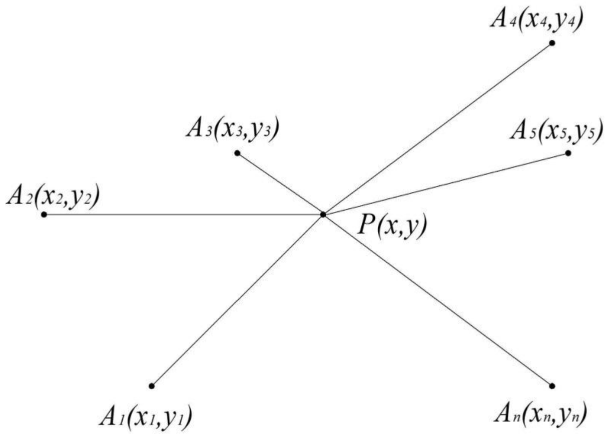


Рисунок 5 - Визначення координат центру ваги (мінімум суми квадратів відстаней) для довільної кількості точок з відомими координатами

$$f = \sum_{i=1}^{n}\left[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2\right] \to \min$$

$$\begin{cases} \dfrac{df}{dx} = 2\sum_{i=1}^{n}(x-x_i) = 0 \\ \dfrac{df}{dy} = 2\sum_{i=1}^{n}(y-y_i) = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \\ y &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \end{aligned}$$

У випадку, як і для трьох точок, координати шуканої точки знаходяться як середнє арифметичне координат n заданих точок.

Розглянутий метод мінімізації суми квадратів відстаней (знаходження координат точки P) аналогічним чином поширюється і для випадку неоднакової продуктивності вибоїв. В такому випадку функції (4,5) мають вигляд:

$$f = Q_1 l_1^2 + Q_2 l_2^2 + Q_3 l_3^2 \qquad (8)$$

ISSN 1607-4556 (Print), ISSN 2309-6004 (Online) Геотехнічна механіка. 2017. №132

$$f = Q_1\left[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2\right]+Q_2\left[(x-x_2)^2+(y-y_2)^2\right]+Q_3\left[(x-x_3)^2+(y-y_3)^2\right] \quad (9)$$

$$\begin{cases} \dfrac{df}{dx} = 2Q_1(x-x_1)+2Q_2(x-x_2)+2Q_3(x-x_3)=0 \\ \dfrac{df}{dy} = 2Q_1(y-y_1)+2Q_2(y-y_2)+2Q_3(y-y_3)=0 \end{cases} \quad (10)$$

$$x = \frac{x_1Q_1+x_2Q_2+x_3Q_3}{Q_1+Q_2+Q_3} \quad ; \quad y = \frac{y_1Q_1+y_2Q_2+y_3Q_3}{Q_1+Q_2+Q_3} \quad (11)$$

Введемо середньозважені коефіцієнти

$$Q_1' = \frac{Q_1}{Q_1+Q_2+Q_3} \quad ; \quad Q_2' = \frac{Q_2}{Q_1+Q_2+Q_3} \quad ; \quad Q_3' = \frac{Q_3}{Q_1+Q_2+Q_3} \quad (12)$$

$$x = x_1Q_1'+x_2Q_2'+x_3Q_3' \quad ; \quad y = y_1Q_1'+y_2Q_2'+y_3Q_3' \quad (13)$$

Аналогічно задача легко поширюється і для випадку неоднакової продуктивності довільної кількості вибоїв

$$x = \sum_{i=1}^{n} Q_i' \, x_i \quad ; \quad y = \sum_{i=1}^{n} Q_i' \, y_i \quad (14)$$

При мінімізації суми добутків продуктивності вибоїв на квадрат відстаней від шуканої точки P до заданих точок, координати точки P визначаються як середньозважене координат заданих точок.

Розглянутий вище алгоритм визначення координат точки Ферма-Торрічеллі (точка S) при відомих координатах центру ваги (точка P) легко поширюється на випадок n точок з різними ваговими коефіцієнтами.

**Висновки та напрямок подальших досліджень**. Запропоновано рішення задачі визначення раціональної точки звезення розділити на кілька етапів. На першому етапі ми визначаємо координати центру ваги даної області. На другому етапі визначаємо координати точки Ферма-Торрічеллі методом сіток або градієнтним методом, прийнявши за початок умовної системи координат точку центра ваги.

Запропонований метод дозволяє визначити оптимальну точку звезення гірничої маси (мінімум транспортної роботи) для довільної кількості екскаваторних вибоїв, як з однаковою, так і з різною продуктивністю.

У подальших дослідженнях розроблений математичний апарат буде використаний для встановлення закономірностей оптимального розташування тимчасових автомобільних відвалів і формування умов для використання кільцевих схем руху кар'єрних автосамоскидів.

---

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Протасов, В. Ю. Максимумы и минимумы в геометрии. / В. Ю. Протасов. - М.: МЦНМО, 2005. — 56 с.

2. Казаков, А.Л. Оптимизация системы коммуникаций с учетом региональных особенностей: математическая модель и численный метод / А.Л. Казаков, А.А. Лемперт, Г.Л. Нгуен //Вестник ИрГГУ. - 2014. - Т.95, №12. - С. 17-22.

3. Лисин, А.В. Эвристический алгоритм поиска приближенного решения задачи Штейнера, основанный на физических аналогиях / А.В. Лисин, Р.Т. Фийзуллин // Компьютерная оптика. - 2013. – Т. 37, №4. - С. 503-510.

4. Берн, М.У. Поиск кратчайших сетей / М.У. Берн, Р.Л. Грэм // В мире науки. – 1989. – № 3. С. 64-70.

5. Четверик, М.С. Взаимосвязь параметров горных машин, технологий и процессов при открытой добыче руд / М.С.Четверик, Е.А. Бубнова, Е.В.Бабий // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т Геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2016. – Вип. 126. - С. 19-27.

6. The Weber problem / Z.Drezner, K.Klamroth, A.Schöbel, et.al. In: Drezner, Z., Hamacher, H.W. (eds.) // Springer, Berlin.- Facility Location. Applications and Theory. – 2002. - Pp. 1–36.

REFERENCES

1. Protasov, V. Yu. (2005), *Maksimumy i minimumy v geometrii* [Maxima and minima in geometry],- MTsNMO, Moscow, Russia.

2. Kazakov, A.L., Lempert, A.A. and Nguyen, G.L. (2014), “Optimization of the communication system taking into account regional features: mathematical model and numerical method”, *Vestnik IrGGU*, - vol. 95, no. 12, pp. 17-22.

3. Lisin, A.V. and Fiyzullin, R.T. (2013), “Heuristic search algorithm for the approximate solution of the Steiner problem, based on physical analogies”, *Compyuternaya optika*, vol. 37, no.4, pp. 503-510.

4. Bern, M.U. and Gram, R.L. (1989), “Search for the shortest networks”, *V mire nauki*, no. 3, pp. 64-70.

5. Chetverik, M.S., Bubnova, E.A. and Babiy E.V. (2016), “Interrelation of parameters of mining machines, technologies and processes in open-pit mines”, *Geo-Technical Mechanics*, no. 126, pp. 19-27.

6. Drezner, Z., Klamroth, K., Schöbel, A. et.al. (2002), “The Weber problem”, in Drezner, Z., Hamacher, H.W. (eds.), Springer, Berlin, *Facility Location. Applications and Theory*, pp. 1–36.

---

**Про авторів**

***Максимов Іван Іванович***, кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики, ДВНЗ «Криворізький національний університет» (ДВНЗ «КНУ»), Кривий Ріг, Україна, ktu@alba.dp.ua.

***Слободянюк Роман Валерійович***, магістр, аспірант кафедри відкритих гірничих робіт, ДВНЗ «Криворізький національний університет» (ДВНЗ «КНУ»), Кривий Ріг, Україна, slobod.roman@gmail.com.

**About the authors**

***Maximov Ivan Ivanovych***, Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), Associate Professor, Associate Professor of Mathematics Department, SHEI “Kryvyi Rih National University” (SHEI “KTU”), Kryvyi Rih, Urkaine, ktu@alba.dp.ua.

***Slobodyanyuk Roman Valeriyovych***, Master of Science, Doctoral Student, SHEI “Kryvyi Rih National University” (SHEI “KTU”), Kryvyi Rih, Urkaine, slobod.roman@gmail.com.

---

**Аннотация.** Технология горных работ с использованием перегрузочных складов широко распространена на глубоких железорудных карьерах. В большинстве случаев, при принятии решения о месте расположения перегрузочного склада в первую очередь учитывается его высотное положение в пространстве карьера, но положение в плане тоже имеет значительное влияние на технико-экономические показатели горных работ. Традиционный подход, рассматривающий в качестве оптимальной точки своза точку центра тяжести, не является гарантией обеспечения минимального значения транспортной работы.

Исследование выполнено с целью разработки методологической основы для определения точки Ферма-Торричелли для количества экскаваторных забоев, превышающий три, а также с учетом влияния на оптимальную точку своза различий в производительности экскаваторных забоев.

В статье предоставлен обзор современных исследований, в которых для минимизации логистических процессов используются алгоритмы с использованием точки Ферма-Торричелли-Штейнера.

Показано, что когда область выполнения горных работ нельзя аппроксимировать правильной геометрической фигурой, точка центра тяжести не является той, которая обеспечивает минимальную транспортную работу. В таком случае минимальная транспортная работа обеспечивается при совпадении точки своза с точкой Ферма-Торричелли. Предложено решение задачи определения рациональной точки своза разделить на несколько этапов – с определением координат центра тяжести данной области и координат точки Ферма-Торричелли методом сеток или градиентным методом. Предложенный метод позволяет определить оптимальную точку своза горной массы (минимум транспортной работы) для произвольного количества экскаваторных забоев как с одинаковой, так и с разной производительностью.

**Ключевые слова:** перегрузочный пункт, временный отвал, точка Ферма-Торричелли, минимизация транспортной работы.

**Abstract.** Mining technology with the use of transfer points is widespread in deep iron ore open pits. In most cases, decision on the transfer point location is primarily based on its height in the open pit space. However, the transfer point location in the plan also has a significant influence on technological and economical parameters of the mining operations. Traditional approach, which considers center of gravity as an optimal dump point, is not a guarantee of ensuring conducting of minimum volume of transport operations. In mathematics, the Fermat-Torricelli point is known, which provides a minimum distance to the vertices of a triangle.

This study was performed with the purpose to develop a methodological framework for determining the Fermat-Torricelli point for more than three excavation faces, as well as taking into account the effect of different rates of the mine productivity on the optimum location of the dump point.

The article provides an overview of modern studies, in which algorithms with the Fermat-Torricelli-Steiner point are used for minimizing logistical processes. In view of mining operations, it is of particular practical importance to develop a method that will allow determining an optimal point for the dump location in the working area of the open pit according to the known coordinates of the characteristic points with taking into account the weight coefficients.

It is shown that when an area with mining operations cannot be approximated by a correct geometric figure, point of center of gravity cannot provide a minimum volume of transport operations. In this case, minimum volume of transport operations can be ensured when the transfer point coincides with the Fermat-Torricelli point. It is proposed to solve this problem at several stages. At the first stage, the coordinates of this area’s center of gravity are determined. At the second stage, the coordinates of the Fermat-Torricelli point are defined by the grid or gradient method with assuming center of gravity as the origin of the conditional coordinate system. The proposed method allows determining an optimal location for the dump point (minimum volume of transport operations) for an arbitrary number of excavating faces both with the same and with different capacities.

**Keywords:** transfer point, temporary dump, Fermat-Torricelli point, transport work minimization.

*Стаття поступила до редакції 02.03.2017*
*Рекомендовано до друку д-ром технічних наук Четвериком М.С.*