

Взаимодействие неоднородных упругих волн с двумерными электронами в гетероструктурах AlGaAs–GaAs–AlGaAs

Д. В. Филь

Институт монокристаллов НАН Украины, Украина, 310001, г. Харьков, пр. Ленина, 60
E-mail: fil@isc.kharkov.com

Статья поступила в редакцию 28 января 1999 г.

Рассмотрено взаимодействие двухслойной электронной системы в гетероструктуре AlGaAs–GaAs–AlGaAs с неоднородными упругими модами, локализованными в слое GaAs. Для волн с волновым вектором, направленным вдоль оси [110], и вектором поляризации, лежащим в плоскости $(1\bar{1}0)$, вычислена зависимость константы взаимодействия от соотношения между толщиной слоя GaAs и длиной волны в системе с границами раздела, параллельными плоскости (001). Показано, что константа взаимодействия достигает максимума на длине волны порядка толщины слоя GaAs. Найдена перенормировка скорости упругих мод в случае, когда электронная система находится в режиме дробного квантового эффекта Холла. Показано, что для определенных мод имеет место качественное изменение зависимости перенормировки скорости от волнового вектора при переходе электронной системы в состояние, отвечающее волновой функции Гальперина.

Розглянуто взаємодію двошарової електронної системи в гетероструктурі AlGaAs–GaAs–AlGaAs з неоднорідними пружними модами, локалізованими в шарі GaAs. Для хвиль з хвильовим вектором, спрямованим уздовж вісі [110], та вектором поляризації, що лежить у площині $(1\bar{1}0)$, розраховано залежність константи взаємодії від співвідношення між товщиною шара GaAs та довжиною хвилі в системі з межами розподілу, паралельними площині (001). Показано, що константа взаємодії досягає максимуму на довжині хвилі порядку товщини шару GaAs. Знайдено перенормування швидкості пружних хвиль у випадку, коли електронна система перебуває в режимі дробового квантового ефекту Хола. Показано, що для певних мод має місце якісна зміна залежності перенормування швидкості від хвильового вектора при переході електронної системи у стан, що відповідає хвильовій функції Гальперіна.

PACS: 71.10.Pm, 63.20.Ls, 63.22.+m

В последнее время метод поверхностных акустических волн (ПАВ) широко используется для исследования динамических характеристик двумерных электронных слоев в гетероструктурах AlGaAs [1,2]. Поскольку AlGaAs обладает пьезоэлектрическими свойствами, ПАВ генерирует переменное электрическое поле. Взаимодействие этого поля с двумерными электронами приводит к перенормировке скорости и затухания ПАВ. Из измерений указанных величин могут быть получены частотная и импульсная зависимости проводимости электронной подсистемы. Метод особенно эффективен для исследования квантовых холловских систем, для которых проводимость существенно зависит от внешнего магнитного поля.

Двумерный электронный слой расположен на некотором расстоянии d_0 от поверхности образца, вследствие чего взаимодействие ПАВ с электронами зависит от параметра qd_0 (q — волновой вектор упругой волны). При увеличении этого параметра наблюдается экспоненциальное уменьшение матричных элементов взаимодействия, т.е. метод является малоэффективным для исследования динамических характеристик электронной системы при больших q . В этом случае альтернативой ПАВ может быть неоднородная упругая волна, локализованная вблизи электронного слоя вследствие акустической неоднородности гетероструктуры.

В качестве конкретной системы, в которой возможна локализация упругой волны, рассмотрим

гетероструктуру $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}-\text{GaAs}-\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, в которой электронные слои расположены на границах раздела $\text{AlGaAs}-\text{GaAs}$. Гетероструктуры такого типа используются для исследования квантового эффекта Холла в двухслойных системах [3,4]. В рассматриваемой структуре возможно распространение упругих волн, локализованных в центральном слое (в берегах амплитуда волны экспоненциально спадает при удалении от границ раздела). В работе [5] на примере указанной системы было изучено взаимодействие двумерных электронов с неоднородной поперечной упругой волной с вектором смещения, параллельным границам раздела. В настоящей работе мы продолжаем исследование, начатое в [5], и рассматриваем неоднородные упругие волны, для которых вектор смещения лежит в плоскости, определяемой волновым вектором и нормалью к границам раздела (эти волны, как и ПАВ, являются эллиптически поляризованными). Как следует из полученных результатов, величина взаимодействия таких волн с электронами может быть существенно больше, чем волн, рассмотренных в [5].

1. Геометрия модели и дисперсионные уравнения

Рассмотрим систему, в которой слой GaAs толщиной $2a$ ограничен двумя слоями $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ с толщинами много большими длины волны упругой моды. Границы раздела выберем параллельно плоскости (001). Волновой вектор упругой моды направим вдоль оси [110]. Используем тот факт, что упругие модули c_{ik} слабо зависят от концентрации Al (примем их равными для двух сред). Акустическая неоднородность системы определяется различием плотностей ($\rho_1 = 5,3 \text{ г/см}^3$ для GaAs, $\rho_2 = 4,8 \text{ г/см}^3$ для $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$).

Рассмотрим упругую моду с компонентами вектора смещения

$$u_i(\mathbf{r}, z, t) = u_i(z) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r} - i\omega_q t), \quad (1)$$

где $\omega_q = vq$, v — скорость упругой моды; $i = x, z$; ось x выбрана вдоль направления [110], ось z — вдоль [001]; вектор \mathbf{r} лежит в плоскости (001). Волновые уравнения для компонент $u_i(z)$ запишем в виде

$$\begin{aligned} (c_{44}\partial_z^2 - c_{11}'q^2 + \rho_\alpha\omega^2) u_x + iq(c_{12} + c_{44}) \partial_z u_z &= 0, \\ iq(c_{12} + c_{44}) \partial_z u_x + (c_{11}\partial_z^2 - c_{44}q^2 + \rho_\alpha\omega^2) u_z &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c_{11}' = 0,5(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})$; $\alpha = 1, 2$ соответствует номеру среды. Решение системы (2) имеет вид

$$u_i^\alpha(z) = \sum_k A_{ik}^\alpha \exp(-y_k^\alpha zq), \quad (3)$$

где y_k^α — корни характеристического уравнения

$$y^4 + 2b_\alpha y^2 + c_\alpha = 0 \quad (4)$$

с

$$\begin{aligned} b_\alpha &= \frac{1}{2c_{11}c_{44}} [(c_{12} + c_{44})^2 + c_{11}(\rho_\alpha v^2 - c_{11}') + \\ &\quad + c_{44}(\rho_\alpha v^2 - c_{44})], \\ c_\alpha &= \frac{1}{c_{11}c_{44}} (\rho_\alpha v^2 - c_{11}') (\rho_\alpha v^2 - c_{44}). \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом равенства упругих модулей в двух средах граничные условия сводятся к непрерывности u_i и $\partial_z u_i$ на границах раздела. Локализованная мода отвечает решению, которое зануляется при $z \rightarrow \pm \infty$. В берегах структура локализованного решения аналогична структуре ПАВ на границе кубического кристалла (см., например, [6]). Такое решение возникает, если уравнение (4) при $\alpha = 2$ не имеет чисто мнимых корней. Если упругие модули удовлетворяют неравенству

$$(c_{12} + c_{44})^2 - c_{11}(c_{11}' - c_{44}) < 0, \quad (6)$$

то локализованное решение возникает при $v < c_{44}/\rho_2$. Если выполняется обратное неравенство, то скорость локализованной моды $v < v_{m2}$, где v_{m2} — корень уравнения $D_2(v) = b_2^2 - c_2 = 0$ ($v_{m2} < c_{44}/\rho_2$). В рассматриваемой системе (значения упругих модулей приведены ниже) реализуется второй случай. При $v < v_{m2}$ уравнение (4) с $\alpha = 2$ дает

$$y = \pm (\lambda \pm i\varphi), \quad (7)$$

где

$$\lambda = [(\sqrt{c_2} - b_2)/2]^{1/2}, \quad \varphi = [(\sqrt{c_2} + b_2)/2]^{1/2}. \quad (8)$$

Для среды 1 решение уравнения (2), удовлетворяющее граничным условиям, соответствует случаям, когда уравнение (4) имеет либо два вещественных и два мнимых корня, либо четыре мнимых корня:

$$\begin{aligned} y_{1,2} &= \pm \kappa = \pm (\sqrt{D_1} - b_1)^{1/2}, \\ y_{3,4} &= \pm i\xi = \pm i (\sqrt{D_1} + b_1)^{1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $D_1 = b_1^2 - c_1$. (Величина κ — вещественная при $v > c_{44}/\rho_1$ и мнимая при $v_{m1} < v < c_{44}/\rho_1$, где v_{m1} — корень уравнения $D_1(v) = 0$.)

С учетом симметрии по z имеется два типа решений волновых уравнений с заданными граничными условиями (обозначим их I и II):

$$u_x^p(z) = C^p f_x^p(z), \quad u_z^p(z) = iC^p f_z^p(z), \quad (10)$$

где C^p — нормировочный множитель, $p = I, II$. Для моды I $f_x^I(z)$ — нечетная функция z ; $f_z^I(z)$ — четная функция. Для моды II $f_x^{II}(z)$ — четная, а $f_z^{II}(z)$ — нечетная функция.

Дисперсионное уравнение для v определяется из равенства нулю детерминанта системы линейных уравнений для коэффициентов A_{ik}^α , которые следуют из волновых уравнений (2) и граничных условий. Для моды I дисперсионное уравнение имеет вид

$$R_1 \operatorname{th} \kappa q a \operatorname{tg} \xi q a + R_2 \operatorname{th} \kappa q a + R_3 \operatorname{tg} \xi q a + R_4 = 0, \quad (11)$$

для моды II —

$$R_1 c \operatorname{th} \kappa q a \operatorname{ctg} \xi q a - R_2 c \operatorname{th} \kappa q a + R_3 c \operatorname{tg} \xi q a - R_4 = 0, \quad (12)$$

где

$$R_1 = (\kappa m_\kappa + \xi m_\xi) (\varphi m_\lambda - \lambda m_\varphi);$$

$$R_2 = m_\varphi m_\xi (\lambda^2 + \varphi^2) - \varphi \xi (m_\varphi^2 + m_\lambda^2) - \kappa m_\kappa (\xi m_\varphi - \varphi m_\xi);$$

$$R_3 = -m_\varphi m_\kappa (\lambda^2 + \varphi^2) + \varphi \kappa (m_\varphi^2 + m_\lambda^2) + \xi m_\xi (\varphi m_\kappa - \kappa m_\varphi);$$

$$R_4 = (\kappa m_\xi - \xi m_\kappa) (\varphi m_\lambda + \lambda m_\varphi);$$

$$m_\kappa = \frac{\kappa(c_{12} + c_{44})}{c_{11}\kappa^2 - c_{44} + \rho_1 v^2}; \quad m_\xi = \frac{\xi(c_{12} + c_{44})}{-c_{11}\xi^2 - c_{44} + \rho_1 v^2};$$

$$m_\lambda = \frac{\lambda c_{44}(R - 1)}{c_{12} + c_{44}}; \quad m_\varphi = -\frac{\varphi c_{44}(R + 1)}{c_{12} + c_{44}};$$

$$R = \left(\frac{c_{11}(\rho_2 v^2 - c_{11}')}{c_{44}(\rho_2 v^2 - c_{44})} \right)^{1/2}.$$

Результат численного решения уравнений (11), (12) для параметров $c_{11} = 12,3$, $c_{12} = 5,7$, $c_{44} = 6,0$ (все в 10^{11} дин/см²) в зависимости от соотношения между толщиной центрального слоя ($d = 2a$)

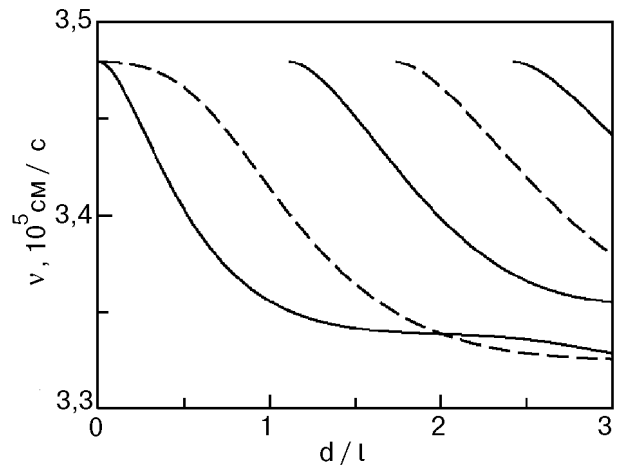


Рис. 1. Зависимость скоростей упругих мод от соотношения между толщиной центрального слоя d и длиной волны l . Сплошные линии — моды типа I; штриховые линии — моды типа II.

и длиной волны (l) упругой моды показан на рис. 1. Как видно из приведенных зависимостей, в системе имеется две безактивационные моды (одна из них типа I, другая — типа II). При уменьшении длины волны возникают дополнительные моды, частоты которых лежат выше частот безактивационных мод. Ниже мы приведем результаты только для безактивационных мод. Величины $f_i^p(z)$ записываются в виде простых аналитических функций от z , коэффициенты которых имеют достаточно громоздкую зависимость от q и v . Поэтому мы не приводим их явные выражения. В качестве иллюстрации на рис. 2 показаны графики функций $u_x(z)$, $u_z(z)$ для $d/l = 1$.

2. Константы пьезоэлектрического взаимодействия

Вычислим перенормировку скорости неоднородной упругой моды, определяемую взаимодействием с двухслойной электронной системой с координатами слоев $z_{1(2)} = \pm a$. Будем использовать подход, аналогичный рассмотренному в работе [7]. Запишем гамильтониан упругих колебаний в терминах операторов рождения и уничтожения фононов (b^+ , b):

$$H_u = \sum_q \omega_q (b_q^+ b_q + \frac{1}{2}). \quad (13)$$

Гамильтониан взаимодействия электронов с фононами выберем в виде

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{q,m} \int d^2 r g_{qm} \Psi_{rm}^+ \Psi_{rm} e^{iqr} (b_q + b_{-q}^+), \quad (14)$$

где $\Psi^+(\Psi)$ — операторы рождения (уничтожения) электронов; m — номер электронного слоя; S — площадь слоя.

Для нахождения матричных элементов g_{qm} запишем взаимодействие упругой волны с электронами в виде

$$H = \sum_m \int d^2r e\phi_{rm} \Psi_{rm}^+ \Psi_{rm}, \quad (15)$$

где ϕ_{rm} — скалярный потенциал электрического поля, генерируемого упругой модой в слое m . Величина ϕ определяется решением уравнения Пуассона

$$\Delta\phi = - (4\pi/\epsilon) \beta_{i,jk} \partial_i u_{jk}, \quad (16)$$

где ϵ — диэлектрическая константа; $\beta_{i,jk}$ — пьезоэлектрический тензор; u_{jk} — тензор деформаций. При выборе осей координат вдоль направлений [100], [010], [001] тензор $\hat{\beta}$ для рассматриваемой системы имеет отличные от нуля (и равные по величине, которую мы обозначим β) компоненты при $i \neq j \neq k$. Подстановка (10) в

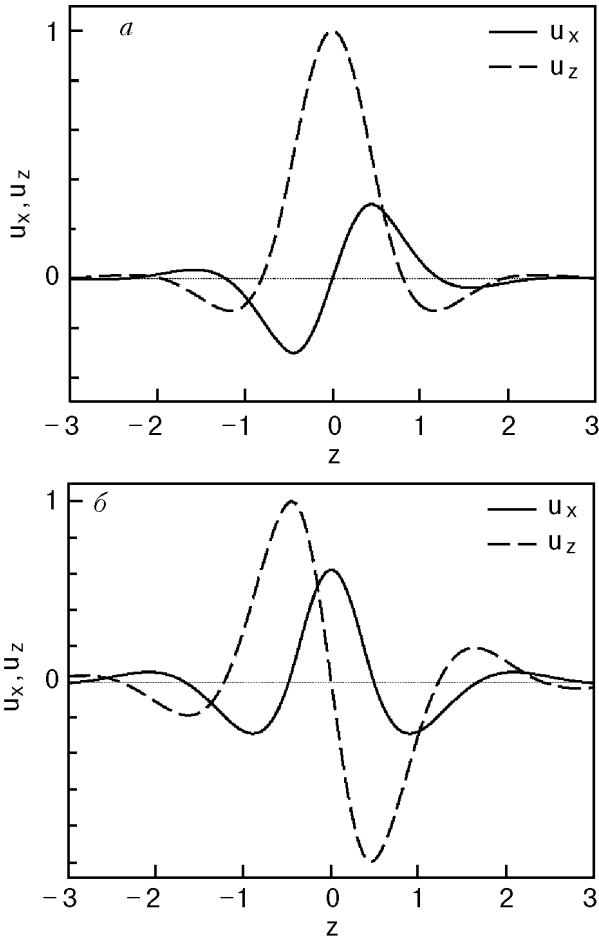


Рис. 2. Зависимость компонент вектора смещения (в относительных единицах) от z (в единицах длины волны) при $d/l = 1$; a — мода типа I; b — мода типа II.

(16) (с учетом перехода к повернутой системе координат) дает следующее уравнение для фурье-компоненты электрического потенциала:

$$(\partial_z^2 - q^2) \phi_q(z) = i (4\pi\beta/\epsilon) C^p g^p(z), \quad (17)$$

где

$$g^p(z) = q^2 f_z^p(z) - 2q \partial_z f_x^p(z). \quad (18)$$

Примем константы ϵ и β одинаковыми для всей системы. Тогда граничные условия сводятся к требованию непрерывности $\phi_q(z)$ и $\partial_z \phi_q(z)$ на границах раздела. Решение уравнения (17) с учетом граничных условий имеет вид

$$\phi_q(z) = i(4\pi\beta/\epsilon) C^p \chi_p(z), \quad (19)$$

где $\chi_I(z)$ — четная, а $\chi_{II}(z)$ — нечетная функции. Ввиду громоздкости мы опускаем аналитические выражения для функций $\chi_p(z)$. Для иллюстрации на рис. 3 приведены зависимости $\phi_q(z)$ при $d/l = 1$. (Использованы значения констант C^p , вычисленные ниже.)

Для определения нормировочной константы запишем компоненты смещения в виде

$$u_i(\mathbf{r}, z, t) = \sum_q C^p f_i^p(z) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} (b_q + b_{-q}^+) \quad (20)$$

и подставим разложение (20) в выражение для упругой энергии. Приравняв результат и уравнение (13), получаем для величины C^p следующее выражение:

$$C^p = (SvI^p)^{-1/2}, \quad (21)$$

где

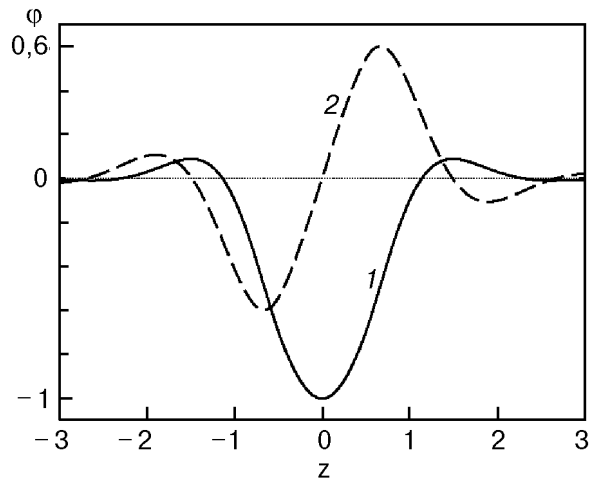


Рис. 3. Зависимость электрического потенциала (в относительных единицах) от z (в единицах длины волны) при $d/l = 1$; 1 — мода типа I; 2 — мода типа II.

$$I^p = 4q \int_0^{\infty} dz \rho(z) (|f_x^p(z)|^2 + |f_z^p(z)|^2). \quad (22)$$

Заметим, что зависимость от q в выражении для I^p (и соответственно для C^p) сводится к зависимости от параметра qa .

Перейдя в (19) к операторам b и подставив полученное выражение в уравнение (15), имеем для матричных элементов в (14)

$$g_{qm} = i (4\pi\beta\epsilon/\epsilon\sqrt{vI^p}) \chi_p(z_m). \quad (23)$$

Перенормировка скорости упругой моды Δv и коэффициент затухания Γ , определяемые взаимодействием (14), удовлетворяют уравнению

$$\frac{\Delta v}{v} - i\frac{\Gamma}{q} = \frac{1}{vq} g_{mq}^* D_{mm'}(q, \omega) g_{m'q}, \quad (24)$$

где $D_{mm'}$ — функции отклика плотность-плотность электронов. В приближении случайных фаз величины D даются выражением

$$\hat{D}(q, \omega) = [\hat{I} - \hat{D}^{(0)}(q, \omega)\hat{V}(q)]^{-1} \hat{D}^{(0)}(q, \omega), \quad (25)$$

где

$$V_{mm'}(q) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon q} [\delta_{mm'} + (1 - \delta_{mm'}) e^{-q d}] \quad (26)$$

— фурье-компоненты кулоновского взаимодействия; $D^{(0)}$ — функции отклика плотность-плотность для системы без кулоновского взаимодействия. Величины $D^{(0)}$ связаны с продольной проводимостью электронов соотношением

$$D_{mm'}^{(0)}(q, \omega) = -\frac{iq^2}{\omega e^2} \sigma_{xx}^{mm'}(q, \omega), \quad (27)$$

где $\sigma^{11} = \sigma^{22}$ — диагональные по слоям, $\sigma^{12} = \sigma^{21}$ — недиагональные по слоям компоненты проводимости. Здесь и далее рассматривается случай двух эквивалентных слоев. Заметим, что для электронного газа недиагональные по слоям компоненты зануляются в приближении случайных фаз. Для газа композитных фермионов, который рассматривается в следующем разделе, эти величины могут быть отличными от нуля вследствие межслойного статистического взаимодействия.

Подставляя выражения (23), (25)–(27) в формулу (24), получаем

$$\frac{\Delta v}{v} - i\frac{\Gamma}{q} = \alpha_+ \frac{-i\sigma_{xx}^+(q, vq)/\sigma_M^+}{1 + i\sigma_{xx}^+(q, vq)/\sigma_M^+} +$$

$$+ \alpha_- \frac{-i\sigma_{xx}^-(q, vq)/\sigma_M^-}{1 + i\sigma_{xx}^-(q, vq)/\sigma_M^-}, \quad (28)$$

где $\sigma_{xx}^{\pm} = \sigma_{xx}^{11} \pm \sigma_{xx}^{12}$, $\sigma_M^{\pm} = v\epsilon/2\pi [1 \pm \exp(-qd)]$,

$$\alpha_{\pm} = \frac{4\pi\beta^2 |\chi_p(a) \pm \chi_p(-a)|^2}{\epsilon v^2 I^p [1 \pm \exp(-qd)]}. \quad (29)$$

Функции α_{\pm} являются аналогом констант пьезоэлектрического взаимодействия, вводимых при рассмотрении взаимодействия ПАВ с двумерными электронами. Как видно из формулы (29), для моды типа I отличен от нуля лишь коэффициент α_+ , а для моды типа II — лишь коэффициент α_- .

Зависимости α_+ для моды I и α_- для моды II от соотношения d/l приведены на рис. 4. Используются параметры $\beta = 4,5 \cdot 10^4$ дин^{1/2}/см, $\epsilon = 12,5$. На рис. 4 для сравнения приведена также зависимость α_- для случая, рассмотренного в [5] (поперечная мода, поляризованная в плоскости (001)). Как видно из приведенных зависимостей, взаимодействие электронов с упругими модами, эллиптически поляризованными в плоскости, определяемой волновым вектором и нормалью к границам раздела, существенно сильнее, чем взаимодействие с поперечной модой. Заметим, однако, что случай, рассмотренный в [5], имеет то преимущество, что существует лишь одна локализованная мода (если толщина центрального слоя не слишком велика по сравнению с длиной волны), причем ее частота лежит ниже частот объемных мод. (Для случая, рассматриваемого в настоящей работе, объемные поперечные моды с вектором смещения вдоль направления [110] имеют частоту ниже частот мод I и II.)

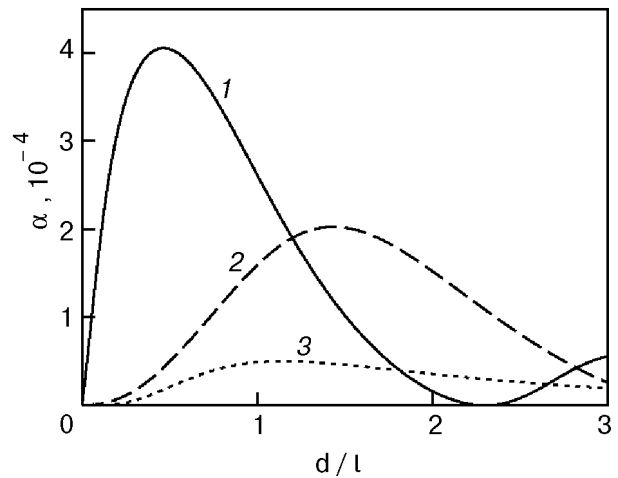


Рис. 4. Зависимость константы пьезоэлектрического взаимодействия от параметра d/l : 1 — α_+ для моды типа I; 2 — α_- для моды типа II; 3 — α_- для поперечной моды [5].

3. Перенормировка скорости упругой моды при фазовых переходах в электронной системе с дробным квантовым эффектом Холла

Применим результаты, полученные в предыдущем разделе, к изучению возможности наблюдения фазовых переходов в двухслойных электронных системах, находящихся в режиме дробного квантового эффекта Холла. Для описания холловской системы воспользуемся моделью композитных фермионов (для случая двухслойной системы соответствующая модель была развита в работе [8]). В рамках этой модели холловская система описывается как система композитных ферми-частиц, которые несут на себе фиктивный статистический заряд и поток статистического калибровочного поля. В случае двухслойной системы вводятся два типа статистических зарядов, соответствующих двум слоям, и два типа калибровочных полей. В общем случае композитная квазичастица несет на себе потоки полей двух типов, а именно, четное число ψ квантов потока поля, соответствующего ее статистическому заряду, и целое число s квантов потока поля, соответствующего статистическим зарядам квазичастиц в соседнем слое. При $s \neq 0$ такая модель соответствует состояниям, описываемым волновой функцией Гальперина [9]. В рамках подхода [8] состояние с $s \neq 0$ можно интерпретировать как фазу с межслойным статистическим взаимодействием.

В приближении среднего поля статистические поля частично экранируют внешнее магнитное поле B . Эффективное магнитное поле определяется выражением

$$B_{\text{eff}} = B[1 - \nu(\psi + s)], \quad (30)$$

где ν — фактор заполнения в пересчете на один слой. Дробному квантовому эффекту Холла отвечают факторы заполнения, при которых величина B_{eff} соответствует целому числу N заполненных уровней Ландау:

$$\nu = \frac{N}{N(\psi + s) \pm 1}, \quad (31)$$

где верхний знак соответствует случаю $B_{\text{eff}} > 0$, нижний — $B_{\text{eff}} < 0$. Как видно из формулы (31), фиксированному фактору заполнения могут соответствовать различные наборы параметров ψ и s (которые отвечают различным фазам).

При анализе несжимаемых состояний (отвечающих факторам заполнения (31)) удобно выразить σ_{xx} через компоненты поляризации тензора $\hat{\Pi}$:

$$\sigma_{xx}^{+(-)} = -\frac{i}{\omega} \Pi_{xx}^{+(-)} = -\frac{i\omega}{q^2} \Pi_{00}^{+(-)}, \quad (32)$$

где $\Pi^{+(-)} = \Pi^{11} \pm \Pi^{12}$; Π^{11} , Π^{12} — диагональная и недиагональная по слоям компоненты поляризации тензора. Используя подход работы [5], для величин $\Pi_{00}^{+(-)}$ получаем

$$\Pi_{00}^{+(-)} = -\frac{e^2 q^2}{2\pi\omega_c} \frac{S_0}{\Delta^{+(-)}}, \quad (33)$$

где

$$S_0 = \Sigma_0 - \frac{m^* - m_b}{m^* N} [\Sigma_0(\Sigma_2 + N) - \Sigma_1^2], \quad (34)$$

$$\Delta^{+(-)} = [1 - (\psi \pm s)\Sigma_1]^2 - (\psi \pm s)^2 \Sigma_0(\Sigma_2 + N) - \frac{m^* - m_b}{m^* N} F, \quad (35)$$

$$F = \Sigma_2 + N + (\omega/\omega_c)^2 S_0, \quad (36)$$

$$\Sigma_j = [\text{sgn}(B_{\text{eff}})]^j e^{-x} \times$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=N}^{\infty} \frac{n!}{m!} \frac{x^{m-n-1}(m-n)}{(\omega/\omega_c)^2 - (m-n)^2} [L_n^{m-n}(x)]^{2-j} \times \left[(m-n-x) L_n^{m-n}(x) + 2x \frac{dL_n^{m-n}(x)}{dx} \right]^j. \quad (37)$$

В формулах (33)–(37) $\omega_c = 2\pi n_0/m^* N$ — эффективная циклотронная частота; $x = (q\lambda_{\text{eff}})^2/2$, где $\lambda_{\text{eff}} = (N/2\pi n_0)^{1/2}$ — эффективная магнитная длина; $L_n^{m-n}(x)$ — обобщенный полином Лагерра; m^* — эффективная масса композитных фермионов; m_b — зонная масса электронов; n_0 — средняя плотность электронов. Подставив (32), (33) в (28), получаем

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \alpha_+ \frac{E_q^+ S_0}{\Delta_+ - E_q^+ S_0} + \alpha_- \frac{E_q^- S_0}{\Delta_- - E_q^- S_0}, \quad (38)$$

где $E_q^{+(-)} = (e^2 q/\epsilon\omega_c) [1 \pm \exp(-qd)]$ (коэффициент затухания Γ в этом случае равен нулю).

В качестве примера рассмотрим фактор заполнения $\nu = 1/5$. Если межслойное статистическое взаимодействие отсутствует, то этот фактор заполнения отвечает параметрам $\psi = 4$, $s = 0$, $N = 1$. При сближении слоев возможен переход в фазу с $\psi = 2$, $s = 2$, $N = 1$. Как видно из формул (34)–

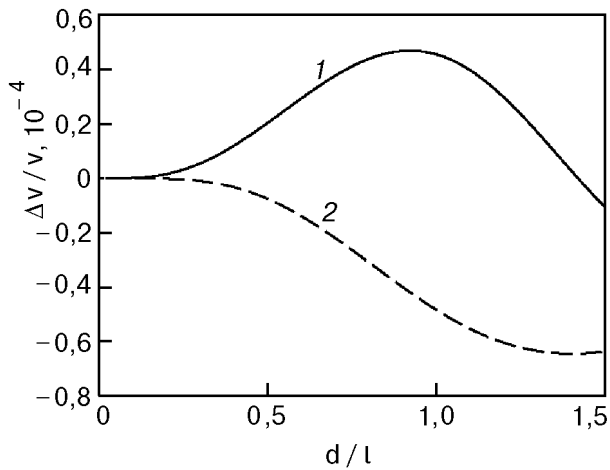


Рис. 5. Зависимость перенормировки скорости от обратной длины волны для моды типа II при факторе заполнения $\nu = 1/5$: 1 — фаза $\psi = 4$, $s = 0$; 2 — фаза $\psi = 2$, $s = 2$.

(37), в этом случае первое слагаемое в формуле (38) не изменяется. Следовательно, для моды типа I величина Δv при таком фазовом переходе сохраняется. Напротив, для моды типа II наблюдается скачок фазовой скорости, поскольку в этом случае в формуле (38) остается зависимость от Δ , которая является функцией разности $\psi - s$. Скачок должен наблюдаться при изменении расстояния между слоями, что экспериментально осуществить, по-видимому, затруднительно. Однако косвенно эффект может наблюдаться при измерении зависимости Δv от волнового вектора. Если в качестве точки отсчета использовать значение скорости при факторе заполнения $\nu = 1$ (при $\nu = 1$ величина Δv также определяется формулой (38) при $m^* = m_b$, $\psi = s = 0$, $N = 1$), то указанная зависимость имеет качественно различный характер для случаев $s = 0$ и $s \neq 0$. Это иллюстрирует рис. 5, где показаны зависимости $\Delta v/v$ (отсчитанные от значения скорости при $\nu = 1$) от обратной длины волны. При вычислениях использованы параметры $n_0 = 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $d = 500 \text{ \AA}$, $m_b = 0,07 m_e$, $m^* = 4 m_b$ (m_e — масса электрона).

Как видно из формулы (31), возможна ситуация, когда фазовый переход происходит с изменением знака B_{eff} . Например, для $\nu = 2/7$ фаза без межслойного статистического взаимодействия соответствует $\psi = 4$, $s = 0$, $N = 2$ ($B_{\text{eff}} < 0$), а при возникновении последнего возможна фаза с $\psi = 2$, $s = 1$, $N = 2$ ($B_{\text{eff}} > 0$). В этом случае скачок фазовой скорости будет иметь место как для моды типа I, так и для моды типа II. Однако при таком фазовом переходе качественная зависимость $\Delta v(q)$ изменяется слабо. Графики, которые иллюстрируют последнее утверждение, мы здесь не приводим.

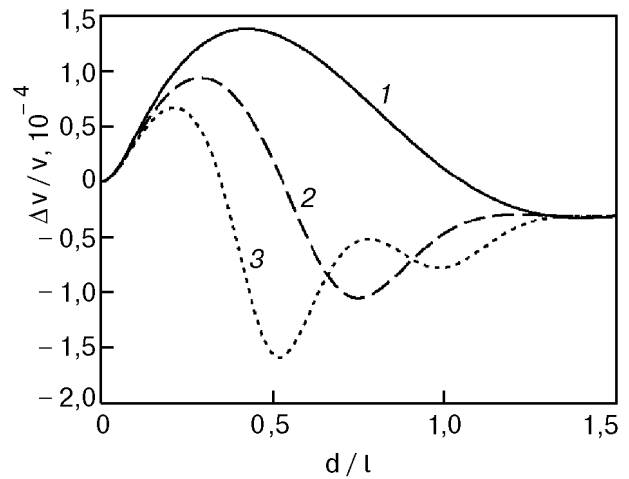


Рис. 6. Зависимость перенормировки скорости от обратной длины волны для моды типа I: $\nu = 1/3$ (1); $2/5$ (2); $3/7$ (3).

Мода типа I, для которой максимум взаимодействия находится в более длинноволновой области, чем для моды типа II, может быть использована для косвенного наблюдения зависимости эффективной магнитной длины от фактора заполнения. На рис. 6 приведены зависимости $\Delta v(d/l)$ (величина Δv отсчитана от значения скорости при $\nu = 1$) для случая $s = 0$ при факторах заполнения $\nu = 1/3$, $2/5$, $3/7$ ($\psi = 2$ и $N = 1, 2, 3$ соответственно). Как видно на рис. 6, величина Δv осциллирует как функция $1/l$. Уменьшение периода осцилляций при приближении ν к $1/2$ отражает рост эффективной магнитной длины для такой последовательности факторов заполнения.

Таким образом, в работе теоретически изучено взаимодействие двухслойной электронной системы, реализованной на краях широкой квантовой ямы в гетероструктуре AlGaAs–GaAs–AlGaAs, с неоднородными упругими модами, локализованными в центральном слое гетероструктуры и имеющими эллиптическую поляризацию в плоскости, определяемой направлением волнового вектора волны и нормалью к границам раздела. Найдена зависимость константы взаимодействия, определяемого пьезоэлектрическим механизмом, от соотношения между шириной квантовой ямы и длиной волны. Показано, что константа взаимодействия возрастает при уменьшении длины волны и достигает максимума на длине, которая по порядку величины совпадает с шириной слоя GaAs. Конкретное положение максимума зависит от типа неоднородной моды. Рассмотренный эффект может быть использован для изучения динамических характеристик двумерных электронных систем при больших волновых векторах, т.е. в случае, когда взаимодействие с поверхностной акустической волной экспоненциально подавлено

вследствие конечной глубины залегания электронного слоя в гетероструктуре. Вычислена перенормировка фазовой скорости неоднородных упругих мод в двухслойной электронной системе, находящейся в режиме дробного квантового эффекта Холла. Показано, что при переходе холловской системы в состояние, описываемое волновой функцией Гальперина, может меняться качественный характер зависимости перенормировки скорости от волнового вектора.

1. A. Wixforth, J. P. Kotthaus, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2104 (1986); A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J. P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp, *Phys. Rev.* **B40**, 7874 (1989).
2. R. L. Willett, M. A. Paalanen, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 112 (1990); M. A. Paalanen, R. L. Willett, P. B. Littlewood, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev.* **B45**, 11342 (1992); R. L. Willett, R. R. Ruel, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3846 (1993); R. L. Willett, R. R. Ruel, M. A. Paalanen, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev.* **B47**, 7344 (1993); R. L. Willett, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2988 (1995); *ibid* **78**, 4478 (1997).
3. Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan, and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1379 (1992).
4. G. S. Boebinger, H. W. Jiang, L. W. Pfeiffer, and W. West, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1793 (1990); J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and S. He, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1383 (1992); S. Q. Murphy, J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 728 (1994).
5. Д. В. Филь, *ФНТ* **25**, 376 (1999); D. V. Fil, *cond-mat/9812166*.

6. Дж. Фарнелл, в кн.: *Физическая акустика. Принципы и методы*, т. VI, У. Мэзон, Р. Терстон (ред.), Мир, Москва (1973).
7. A. Knäbchen, Y. B. Levinson, and O. Entin-Wohlman, *Phys. Rev.* **B54**, 10696 (1996).
8. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B51**, 4347 (1995).
9. B. I. Halperin, *Helv. Phys. Acta* **56**, 75 (1983).

Interaction of non-uniform elastic waves with two-dimensional electrons in AlGaAs–GaAs–AlGaAs heterostructures

D. V. Fil

The interaction of a double layer electron system in the AlGaAs–GaAs–AlGaAs heterostructure with non-uniform elastic modes localized in the GaAs layer is considered. The dependence of the interaction constant on the ratio between the thickness of the GaAs layer and the length of the wave is calculated for the wavevector directed along the [110] axis, the displacement vector lying in the $(\bar{1}\bar{1}0)$ plane and the interface boundaries being parallel to the (001) plane. It is shown that the interaction constant reaches a maximum value at the wavelength which is of order of the thickness of the GaAs layer. The renormalization of the velocity of the elastic modes in the case where the electron system is in a fractional quantum Hall regime is found. It is shown that for certain modes there occurs a qualitative change in the dependence of the velocity renormalization on the wave vector under the transition of the electron system to a state which corresponds to the Halperin wave function.