

УДК 539.3: 539.377

НЕСУЧА ЗДАТНІСТЬ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ ЗА ДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИХ ІМПУЛЬСІВ

О. Р. ГАЧКЕВИЧ¹, Р. С. МУСІЙ²

¹ Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;
Політехніка Опольська, Польща;

² Національний університет "Львівська політехніка"

Запропоновано методику прогнозування несучої здатності електропровідних елементів конструкцій за імпульсних електромагнетних дій. Для тіл канонічної форми – пластин, порожнистих та суцільних циліндрів і куль – сформульовано початково-крайові задачі для визначення параметрів електромагнетного поля, температури і компонент тензора динамічних напружень. Побудовано залежності максимальних значень інтенсивності напружень у таких неферромагнетних тілах від часових параметрів електромагнетних імпульсів та максимальної напруженості магнетного поля на поверхні тіл, на основі яких встановлено критичні значення цих величин, коли тіло втрачає несучу здатність.

Ключові слова: електропровідні елементи, канонічна форма, електромагнетний імпульс, методика прогнозування, несуча здатність.

Відомі методику дослідження несучої здатності елементів конструкцій за силових [12] і теплових [13, 15] нестационарних дій. У сучасних технологічних процесах імпульсної обробки деталей машин, механізмів і приладів широко застосовують електромагнетні імпульси (ЕМІ) [1], які створюють конденсаторно-соленоїдальні системи (працюють на принципі розряду конденсаторної системи на соленоїд багатократного використання) [2, 8, 14, 17]. Від технічних параметрів таких систем залежать характеристики електромагнетних імпульсів та зумовлені ними відповідні швидкості нагрівання та деформування електропровідного тіла. Температурні поля і напруження, що виникають в електропровідних канонічних тілах за дії ЕМІ, можуть досягати суттєвих значень. Внаслідок цього інтенсивність напружень в електропровідному тілі може ставати сумірною з межею пружної деформації для матеріалу тіла. Тоді таке тіло, як один з конструктивних елементів цього приладу чи виробу, втрачає несучу здатність, а отже, втрачає її і прилад чи виріб. Проте вплив ЕМІ на несучу здатність електропровідних конструктивних елементів не вивчено.

Нижче сформульовано початково-крайові задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми та запропоновано методику прогнозування несучої здатності електропровідних елементів конструкцій за імпульсних електромагнетних дій. Побудовано залежності максимальних значень інтенсивності напружень у таких тілах від параметрів ЕМІ та напруженості магнетного поля, що створюється ними на поверхні тіла. Встановлено критичні значення цих величин, за яких тіло втрачає несучу здатність.

Постава задачі. На основі співвідношень варіанта теорії термомеханіки електропровідних тіл [3] сформулюємо одновимірні початково-крайові задачі термомеханіки для електропровідних тіл канонічної форми (шар-пластина, довгі

Контактна особа: Р. С. МУСІЙ, e-mail: musiy@polynet.lviv.ua

суцільний і порожнистий циліндри та порожниста і суцільна кулі) за однорідної по координатах довільної нестационарної електромагнетної дії [11]. На основі вихідних рівнянь електродинаміки [16] і термопружності [9, 10, 13] для циліндрів сформульовано осесиметричну задачу, коли задані значення дотичної осьової компоненти $H_z(r, t)$ вектора напруженості магнетного поля \dot{H} , для куль – центрально-симетричну задачу, коли задані значення азимутальної компоненти $H_\phi(r, t)$ на відповідних межових поверхнях, а для пластини – динамічну, коли задані значення дотичної компоненти $H_y(z, t)$ на її лицевих поверхнях $z = \pm h$. Вихідне рівняння на відповідну компоненту H_i вектора \dot{H} у розглядуваних тілах буде [11]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{m}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) H_i - \sigma_0 \mu \frac{\partial H_i}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Тут σ_0 – коефіцієнт електропровідності; μ – магнетна проникливість матеріалу тіла; t – час; r – просторова змінна. Відповідно, $i = y$, $m = 0$, $r \equiv z$ – для пластини; $i = z$, $m = 1$ – для циліндрів; $i = \phi$, $m = 2$ – для куль. Початкова умова за відсутності електромагнетного поля в даному тілі при $t = 0$ буде $H_i(r, 0) = 0$. За знайденою функцією $H_i(r, t)$ вирази питомих густин джоулевих тепловиділень Q і пондеромоторної сили \dot{F} записують на основі формул [3, 11] $Q \equiv Q_j = [\text{rot} \dot{H}(\vec{r}, t)]^2 / \sigma_0$, $\dot{F} = \mu \text{rot} \dot{H}(\vec{r}, t) \times \dot{H}(\vec{r}, t)$. Складники температури T^Q і напружень σ_{ij}^Q (зумовлених джоулевим теплом) визначають зі системи рівнянь [11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial T^Q}{\partial t} &= \frac{\kappa}{\lambda} Q; \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \sigma_{rr}^Q - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^Q}{\partial t^2} = \alpha \rho \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 T^Q}{\partial t^2} - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{l}{r} \frac{\partial T^Q}{\partial r}, \\ \frac{\partial^2 \sigma_{\phi\phi}^Q}{\partial t^2} + \frac{2c_2^2}{1-\nu} \frac{p}{r^2} \sigma_{\phi\phi}^Q &= \frac{2c_2^2}{1-\nu} \frac{p}{r^2} \frac{\partial(r\sigma_{rr}^Q)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^Q}{\partial t^2} - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{\partial^2 T^Q}{\partial t^2}, \\ \sigma_{zz}^Q &= \nu(\sigma_{rr}^Q + \sigma_{\phi\phi}^Q) - \alpha E T^Q, \quad \sigma_{\theta\theta}^Q \equiv \sigma_{\phi\phi}^Q \end{aligned} \quad (2)$$

за початкових умов

$$T^Q(r, 0) = 0, \quad \sigma_{ij}^Q(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{ij}^Q(r, 0)}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Тут $\kappa, \lambda, \alpha, \nu$ – коефіцієнти температуро- і теплопровідності, лінійного теплового розширення і Пуассона; ρ – густина матеріалу тіла; c_1, c_2 – швидкості пружних хвиль розширення і формозміни. Відповідно, $r \equiv z$; $j = x, y, z$; $\kappa = 0$; $l = 0$;

$\sigma_{rr}^Q = \sigma_{zz}^Q$; $\sigma_{xx}^Q = \sigma_{yy}^Q = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{zz}^Q - \frac{\alpha E}{1-2\nu} T^Q$ – для пластини і σ_{zz}^Q визначають з другого рівняння; $j = r, \phi, z$; $\kappa = 3$; $l = 1$; $p = 1$ – для циліндрів і розв'язки плоскої осесиметричної задачі шукаємо на основі першого–четвертого рівнянь; $j = r, \theta, \phi$; $\kappa = 4$; $l = 2$; $p = 2$ – для куль і розв'язки центрально-симетричної задачі шукаємо на основі першого–третього і п'ятого рівнянь (індекси, що повторюються, не є індексами підсумовування).

Вихідна система рівнянь на складники температури T^F і напружень σ_{ij}^F

(зумовлених пондеромоторною силою) для адіабатичної деформації електропровідного тіла пондеромоторною силою F матиме вигляд [11]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \sigma_{rr}^F - \frac{1}{c_1^2 (1 + \varepsilon_*)} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^F}{\partial t^2} = - \frac{n}{1 - \nu} \frac{F_r}{r} - \frac{\partial F_r}{\partial r},$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\varphi}^F}{\partial t^2} + \frac{2c_2^2}{1 - \nu} \cdot \frac{p}{r^2} \sigma_{\varphi\varphi}^F = \frac{2c_2^2}{1 - \nu} \left[\frac{p}{r^2} \frac{\partial(r\sigma_{rr}^F)}{\partial r} + \frac{F_r}{r} \right] + \frac{\nu}{1 - \nu} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^F}{\partial t^2}, \quad \sigma_{zz}^F = \nu(\sigma_{rr}^F + \sigma_{\varphi\varphi}^F),$$

$$\sigma_{\theta\theta}^F \equiv \sigma_{\varphi\varphi}^F, \quad T^F - T_0 = -\varepsilon_* \frac{1 - 2\nu}{\alpha E} \cdot \frac{1 - \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{N_s^F}{1 + \varepsilon_* 3(1 - \nu)/(1 + \nu)}, \quad (4)$$

а початкові умови

$$T^F(r, 0) = 0, \quad \sigma_{jj}^F(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{jj}^F(r, 0)}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Тут ε_* – параметр зв'язаності полів напружень і температури. Відповідно, $r \equiv z$; $j = x, y, z$; $\kappa = 0$; $n = 0$; $s = 0$; $\sigma_{rr}^F = \sigma_{zz}^F$; $\sigma_{xx}^F = \sigma_{yy}^F = (\nu \sigma_{zz}^F)/(1 - \nu)$; $N_0^F = \sigma_{zz}^F$ – для пластини; $j = r, \varphi, z$; $\kappa = 3$; $n = 2 - \nu$; $p = 1$; $s = 1$; $N_1^F = (1 + \nu)(\sigma_{rr}^F + \sigma_{\varphi\varphi}^F)$ – для циліндрів у разі плоскої осесиметричної задачі; $j = r, \theta, \varphi$; $\kappa = 4$; $p = 2$; $s = 2$; $N_2^F = (1 - \nu)/(1 + \nu)(\sigma_{rr}^F + 2\sigma_{\varphi\varphi}^F)$ – для куль за центрально-симетричної задачі. Записані вище системи рівнянь на напруження σ_{jj}^Q і σ_{jj}^F розв'язуємо за умов відсутності поверхневих навантажень межових поверхонь тіл.

За знайденими на основі сформульованих вище задач (1)–(5) термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми температурою та компонентами тензора сумарних напружень $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}^Q + \hat{\sigma}^F$ аналізуємо параметри наявних фізико-механічних процесів та їх особливості залежно від імпульсних електромагнетних навантажень, а також з умови [7]

$$\sigma_i = \sqrt{3I_2(\hat{\sigma}) - I_1^2(\hat{\sigma})} / \sqrt{2} \leq \sigma_d, \quad (6)$$

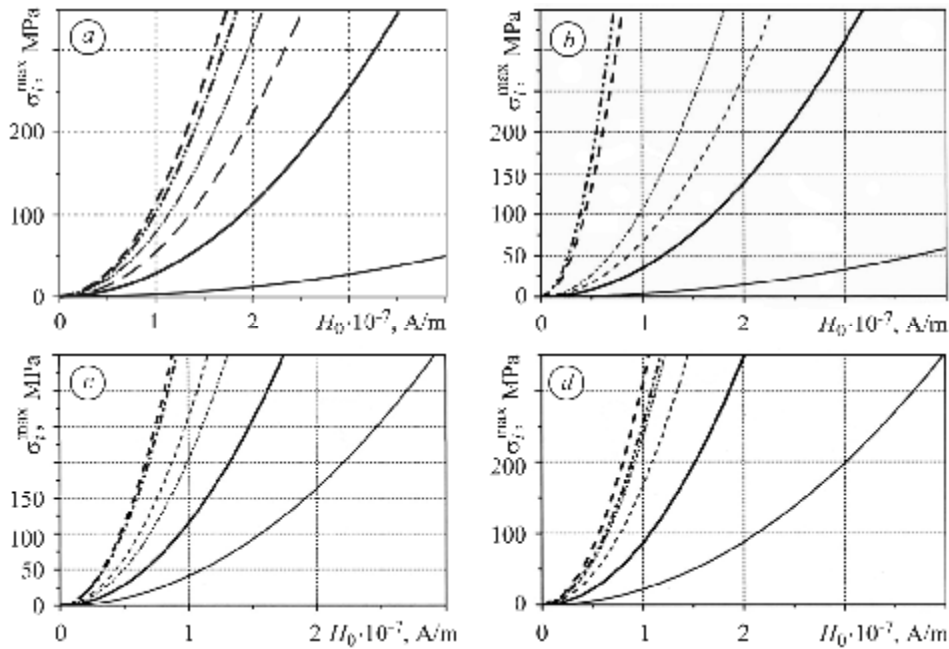
де σ_i – інтенсивність напружень; $I_j(\hat{\sigma})$, $j = 1, 2$ – інваріанти тензора напружень; σ_d – динамічна межа пружної деформації матеріалу тіла, визначаємо допустимі значення параметрів імпульсного ЕМП, які забезпечують несучу здатність розглядуваних тіл.

Методика прогнозування несучої здатності. Для прогнозування і оцінки несучої здатності електропровідних тіл, виготовлених з неферромагнетних матеріалів – нержавної сталі Х18Н9Т, міді та алюмінію, побудуємо графіки зміни в часі для них інтенсивності σ_i сумарних напружень $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}^Q + \hat{\sigma}^F$ за фіксованих значень просторової змінної, коли вони максимальні. Графіки будуюмо за різних геометричних параметрів тіл і різних тривалостей ЕМІ, зокрема, $t_i = 100$ і $1000 \mu\text{s}$. Такі ЕМІ, як правило, використовують під час експлуатації конденсаторно-соленоїдальних систем у пристроях для магнетно-імпульсної обробки електропровідних елементів конструкцій [2, 8, 14]. Вибираючи в отриманих графіках максимальні значення інтенсивності сумарних напружень σ_i^{\max} , будуюмо для цих значень їх залежності від величини H_0 (максимальні напруженості магнетного поля, створюваного ЕМІ на поверхні електропровідного тіла). Для електропровід-

ного тіла, виготовленого з конкретного неферромагнетного матеріалу (нержавної сталі Х18Н9Т, міді та алюмінію), вибираємо відоме з експериментів [4–6] значення σ_d – динамічної межі пружної деформації ($\sigma_d = 300$ МПа – для сталі Х18Н9Т, 70 МПа – для міді, 30 МПа – для алюмінію) і, проводячи горизонтальну лінію $\sigma_i^{\max} = \sigma_d$, отримуємо на її перетині з графіками залежностей $\sigma_i^{\max} = f(t_i, H_0)$ критичні значення параметрів ЕМІ – тривалості t_i та величини H_0 .

Зауважимо, що такий алгоритм прогнозування критичних параметрів імпульсної електромагнетної дії можна застосувати і для електропровідних елементів конструкцій довільної конфігурації.

Дослідження несучої здатності неферромагнетних електропровідних тіл канонічної форми. Нижче наведено результати числового дослідження несучої здатності таких тіл на основі запропонованої методики за дії ЕМІ “неруйнівного” типу (створюють на поверхні тіла напруженість магнетного поля $H_0 \leq 5 \cdot 10^7$ А/м) [8, 14, 17].



Залежність максимальних значень сумарних напружень σ_i^{\max} за тривалостей ЕМІ $t_i = 1000 \mu\text{s}$ (тонші лінії) і $t_i = 100 \mu\text{s}$ (грубші) в неферромагнетних пластинах (а) товщиною 2 mm, порожнистих циліндрах (b) і кулях (d) з внутрішніми $r_0 = 8$ mm і зовнішніми $r_1 = 10$ mm радіусами і суцільних циліндрах (c) радіуса $R = 10$ mm від величини H_0 . Суцільні лінії – сталь Х18Н9Т; штрихові – алюміній; штрихпунктирні – мідь.

Dependence of maximum intensity of total stresses, σ_i^{\max} , for electromagnetic pulses time, $t_i = 1000 \mu\text{s}$ (thin lines) and $t_i = 100 \mu\text{s}$ (thick lines) in nonferromagnetic plates of thickness 2 mm (a), nonferromagnetic hollow cylinders (b) and nonferromagnetic hollow spheres (d) with internal $r_0 = 8$ mm and external $r_1 = 10$ mm radii and nonferromagnetic continuous cylinders $R = 10$ mm (c) of H_0 value. Solid lines – X18H9T steel; dotted – aluminium; dash-dotted – copper.

Геометричну форму ЕМІ математично моделюємо функцією $H_0(t) = kH_0 \times (e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t})$ [2, 3, 8, 14, 17], де k – нормувальний множник; H_0 – максимальне

значення напруженості магнетного поля, створюваного ЕМІ на поверхні електропровідного тіла; β_1 і β_2 – параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання ЕМІ.

Ці рисунки дають можливість за відомим значенням динамічної межі пружної деформації σ_d [5] для даного неферромагнетного матеріалу знайти ті мінімальні критичні значення величини H_0 ($H_0 = H_0^{cr}$), за яких тіло втрачає несучу здатність.

Зокрема, за тривалості ЕМІ $t_i = 1000 \mu s$: для сталеві пластини H_0^{cr} не досягається за $H_0 \leq 5 \cdot 10^7$ А/м, для мідної, коли $H_0^{cr} \leq 1,3 \cdot 10^7$ А/м, для алюмінієвої за $H_0^{cr} \leq 0,65 \cdot 10^7$ А/м; за тривалості ЕМІ $t_i = 100 \mu s$: для сталеві пластини H_0^{cr} не досягається за $H_0^{cr} \leq 3,3 \cdot 10^7$ А/м, для мідної, коли $H_0^{cr} \leq 0,8 \cdot 10^7$ А/м, для алюмінієвої за $H_0^{cr} \leq 0,55 \cdot 10^7$ А/м.

Для порожнистих: сталеві циліндра за тривалості ЕМІ $t_i = 1000 \mu s$ значення H_0^{cr} не досягається за $H_0 \leq 5 \cdot 10^7$ А/м, для мідного, коли $H_0^{cr} \leq 1 \cdot 10^7$ А/м, для алюмінієвого за $H_0^{cr} \leq 0,6 \cdot 10^7$ А/м; за тривалості ЕМІ $t_i = 100 \mu s$: для сталеві циліндра, коли $H_0^{cr} \leq 2,9 \cdot 10^7$ А/м, мідного за $H_0^{cr} \leq 0,35 \cdot 10^7$ А/м, алюмінієвого за $H_0^{cr} \leq 0,22 \cdot 10^7$ А/м.

За тривалості ЕМІ $t_i = 1000 \mu s$ для суцільних: сталеві циліндра, якщо $H_0^{cr} \leq 3,7 \cdot 10^7$ А/м, мідного за $H_0^{cr} \leq 0,42 \cdot 10^7$ А/м, алюмінієвого за $H_0^{cr} \leq 0,27 \cdot 10^7$ А/м. За тривалості ЕМІ $t_i = 100 \mu s$: для сталеві циліндра, коли $H_0^{cr} \leq 1,6 \cdot 10^7$ А/м, мідного за $H_0^{cr} \leq 1,1 \cdot 10^7$ А/м, алюмінієвого за $H_0^{cr} \leq 0,43 \cdot 10^7$ А/м.

За тривалості ЕМІ $t_i = 1000 \mu s$: для сталеві порожнистої кулі, якщо $H_0^{cr} \leq 1,8 \cdot 10^7$ А/м, мідної за $H_0^{cr} \leq 0,33 \cdot 10^7$ А/м, алюмінієвої за $H_0^{cr} \leq 0,17 \cdot 10^7$ А/м.

За тривалості ЕМІ $t_i = 100 \mu s$: для сталеві кулі, якщо $H_0^{cr} \leq 0,92 \cdot 10^7$ А/м, мідної за $H_0^{cr} \leq 0,24 \cdot 10^7$ А/м, алюмінієвої за $H_0^{cr} \leq 0,16 \cdot 10^7$ А/м.

Аналогічні залежності отримують також для неферромагнетних пластин іншої товщини, порожнистих та суцільних циліндрів і порожнистих куль з іншими радіусами поверхонь. Таким чином, за залежностями $\sigma_i^{max} = f(t_i, H_0)$ можна прогнозувати несучу здатність електропровідних елементів конструкцій канонічної форми за дії ЕМІ.

ВИСНОВКИ

Запропоновано методику прогнозування несучої здатності електропровідних елементів конструкцій за імпульсних електромагнетних дій, що використовує порівняння максимальних значень інтенсивності напружень в елементі зі значенням динамічної межі пружної деформації матеріалу, з якого він виготовлений. З допомогою цієї методики на основі розв'язків сформульованих початково-крайових задач термомеханіки електропровідних неферромагнетних тіл канонічної форми побудовано залежності максимальних значень інтенсивності напружень у таких тілах від напруженості магнетного поля, яка створюється електромагнетними імпульсами різної тривалості на поверхні тіла. На основі цих залежностей встановлено критичні значення параметрів електромагнетних імпульсів для тіл канонічної форми, за яких ці тіла втрачають несучу здатність.

РЕЗЮМЕ. Предложено методику прогнозирования несущей способности электропроводных элементов конструкций при импульсных электромагнитных воздействиях. Для тел канонической формы – пластин, полых и сплошных цилиндров и шаров – сформулированы начально-краевые задачи для определения параметров электромагнитного поля, температуры и компонент тензора динамических напряжений. Построены зависимости максимальных значений интенсивности напряжений в рассматриваемых неферромагнитных телах от временных параметров электромагнитных импульсов и максимального значения напряженности магнитного поля на поверхности данного тела, на основании которых установлены критические значения этих величин, при которых тело теряет несущую способность.

SUMMARY. The method of prediction of carrying ability of structural elements under pulse electromagnetic action is proposed. For bodies of canonical form-plates, hollow and continuous cylinders and spheres initial boundary value problems are formulated to determine the parameters of electromagnetic field, temperature and dynamic stress tensor component. Dependences of maximum values of the stress intensity in considered non-ferromagnetic fields on time parameters of electromagnetic pulses and maximum intensity of the magnetic field on the surface of a given body are constructed, on the basis of which the critical values of these quantities, at which body losses its carrying ability are established.

1. Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хименко Л. Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Белый И. В., Фертик С. М., Хименко Л. Г. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Харьков: Виц. шк., 1977. – 168 с.
3. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Мусій Р. С. Термопружність неферромагнетних електропровідних тіл за умов дії імпульсних електромагнетних полів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, № 1. – С. 75–84.
4. Воробьев Ю. С. Скоростное деформирование элементов конструкций. – К.: Наук. думка, 1989. – 190 с.
5. Иванов Е. Г., Баландин Ю. А., Петров М. В. Построение динамической диаграммы “интенсивность напряжений–интенсивность деформаций” при магнитно-импульсном нагружении // Импульсное нагружение конструкций. – 1978. – Вып. 9. – С. 15–20.
6. Универсальные свойства металлов в явлении динамического разрушения / Р. И. Илькаев, А. Я. Учаев, С. А. Новиков и др. // Докл. РАН. – 2002. – **384**, № 3. – С. 328–333.
7. Ионов В. Н., Озибалов П. М. Напряжения в телах при импульсивном нагружении. – М.: Высш. шк., 1975. – 463 с.
8. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. Методы генерации и физические эффекты, связанные с созданием импульсных полей мегаэрстедного диапазона. – М.: Мир, 1972. – 392 с.
9. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. – К.: Наук. думка, 1970. – 307 с.
10. Мусій Р. С. Рівняння в напруженнях три-, дво- та одновимірних динамічних задач термопружності // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – № 2. – С. 20–26.
(Musii R. S. Equations in Stresses for the Three-, Two-, and One-Dimensional Dynamic Problems of Thermoelasticity // Materials Science. – 2000. – № 2. – P. 170–177.)
11. Мусій Р. С. Формулювання крайових задач термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми // Там же. – 2008. – **44**, № 5. – С. 126–127.
12. Подгорный А. Н., Марченко Г. А., Пустынников В. И. Основы и методы прикладной теории упругости. – К.: Виц. шк., 1971. – 328 с.
13. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. думка, 1976. – 312 с.
14. Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применение / Под ред. Ф. Херлаха. – М.: Мир, 1988. – 456 с.
15. Сеницын А. П. Расчет конструкций на тепловой удар. – М.: Стройиздат, 1971. – 213 с.
16. Тамм Н. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
17. Moon F. C. Problems in magneto-solid-mechanics // Mechanics Today. – 1978. – **4**. – P. 307–390.

Одержано 01.06.2010