УДК 620.197.5: 669.788

## ВПЛИВ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НА РОЗПОДІЛ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВОДНЮ У ЗОНІ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ

## В. В. ПАНАСЮК, Я. Л. ІВАНИЦЬКИЙ, О. В. ГЕМБАРА, В. М. БОЙКО

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Запропоновано теоретико-експериментальний підхід для оцінювання концентрації водню в зоні передруйнування. Побудовано графічні залежності концентрації водню від механічних характеристик матеріалу і зовнішнього навантаження.

**Ключові слова:** гідростатичне напруження, деформація, концентрація водню, спекл-кореляція.

У світовій науці велику увагу приділяють розробленню методів оцінювання концентрації водню в металах, зокрема у зоні передруйнування, де матеріал деформований за границю текучості. Досліджували [1–16] вплив напружено-деформованого стану на розподіл водню у зоні передруйнування для конкретних випадків.

**Формулювання задачі та її розв'язок.** Розподіл концентрації водню біля вершини тріщини обчислювали на основі розв'язку рівняння Фіка, яке враховує вплив градієнта механічних напружень на дифузію водню у зоні передруйнування [12]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \vec{\nabla} \left( D \vec{\nabla} C \right) - \vec{\nabla} \left( \frac{D V_{\rm H} C}{R T} \vec{\nabla} \sigma_h \right), \tag{1}$$

де C = C(x, y, t) – концентрація водню;  $\vec{\nabla} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  – оператор Гамільтона; D – коефіцієнт дифузії; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура;  $V_{\rm H}$  – парціальний молярний об'єм водню в металі;  $\sigma_h$  – гідростатична компонента тензора напружень у металі; t – час.

Рівняння Фіка (1) розв'язували для двовимірної області S (рис. 1). При цьому вважали, що розподіл водню в області  $S \in$  рівномірний і дорівнює  $C_0$ . Тому приймали такі початкові умови розподілу водню:

$$C(x, y, t)\Big|_{t=0} = C_0.$$
 (2)

Також вважали, що потік водню на межі області S рівний нулю.

Після нескладних перетворень рівняння (1) можна записати у вигляді скінченноелементного рівняння [17]

$$[M][\partial C/\partial t] + [K][C] = 0, \qquad (3)$$

де [*C*] – концентрація водню у вузлах; [*M*] і [*K*] – відповідно глобальні матриці ємності концентрації та дифузії. Елементи цих матриць такі:

$$m_{ij}^{(e)} = \iint_{S^{(e)}} N_i(x, y) N_j(x, y) dxdy, \quad k_{ij}^{(e)} = D \iint_{S^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dxdy - -\frac{DV_{\rm H}}{RT} \iint_{S^{(e)}} N_j \sum_{m=1}^4 \sigma_{hm} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_m}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_m}{\partial y} \right) dxdy, \quad (4)$$

Контактна особа: О. В. ГЕМБАРА, e-mail: hembara@ipm.lviv.ua

де  $S^{(e)}$  – площа елемента; i = 1, 2, ..., n; j = 1, 2, ..., n;  $\sigma_{hm}$  – гідростатичні напруження у вузлах елемента;  $N_i$  – функції форми.

Гідростатичні напруження обчислювали [17], розв'язуючи рівняння

$$\begin{bmatrix} K_{ep} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dP \end{bmatrix}, \tag{5}$$

де  $[K_{ep}] = \iint_{S^{(e)}} [B]^T [D_{ep}] [B] dS$ ; [B] – матриця диференціювання переміщень;

 $D_{ep}$  – матриця, яка встановлює зв'язок між приростом напружень і деформацій у пружно-пластичній області;  $[d\delta]$  – приріст вектора переміщень; [dP] – приріст вектора силового навантаження.

Рівняння (5) використали для обчислення гідростатичних напружень з одночасним забезпеченням умови текучості Мізеса [18]

$$\sqrt{3}\overline{\sigma} - \sigma_T - k\overline{\varepsilon}_p^m = 0, \qquad (6)$$

$$\exists e \quad \overline{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + 2\varepsilon_{pz}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + 2\varepsilon_{pz}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + 2\varepsilon_{pz}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + 2\varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{pxy}^2 \right)}; \quad s_{xx}, s_{yy}, s_{zz} \quad - \quad \exists e^{-\frac{1}{2} \left( s_{xx}^2 + s_{yy}^2 \right) + \sigma_{xy}^2}, \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{py}^2 \right)}; \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{py}^2 \right)}; \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{py}^2 \right)}; \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{py}^2 \right)}; \quad \overline{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2\varepsilon_{px}^2 + \varepsilon_{py}^2 + \varepsilon_{py}^2 \right)};$$

віаторні напруження;  $\varepsilon_{px}$ ,  $\varepsilon_{py}$ ,  $\varepsilon_{pxy}$  – компоненти пластичної деформації; величини k і m знаходимо із даних, які використовують під час побудови діаграми деформування "напруження–деформація".

Концентрація водню в зоні передруйнування розтягнутої та наводненої пластини. Застосовуючи описаний вище алгоритм обчислень, розраховували перерозподіл концентрації водню у прямокутній тонкій пластині ( $120 \times 150$  mm) товщиною h = 1,9 mm, послабленій центральною затупленою тріщиною початкової довжини  $2l_0 = 25$  mm. Таку пластину розтягували рівномірно розподіленими зусиллями P (рис. 1a). Для коректного опису зміни гідростатичних напружень та розподілу концентрації водню четвертину пластини в околі вершини тріщини розбивали на 3159 скінченні чотирикутні лінійні елементи, використавши 3330 вузлових точок. Причому розміри елементів в околі вершини затупленої тріщини менші, ніж радіус її затуплення (рис. 1b), який вибирали, беручи до уваги технічні можливості проведення експериментально побудовані істинні діаграми деформування "напруження—деформація".



Рис. 1. Схема пластини (*a*) та її розбиття на скінченні елементи (*b*):  $2l_0$  – початковий розмір тріщини;  $\Delta l = l - l_0$  – зона передруйнування матеріалу; *p* – зусилля розтягу.

Fig. 1. Scheme of the plate (*a*) and its division into finite elements (*b*):  $2l_0$  – the initial crack size;  $\Delta l = l - l_0$  – prefracture zone of the material; *p* – tensile forces. Обчислили розподіл водню у пластині зі сталі 65Г, для якої величини, що входять у рівняння (3), (5), такі:  $D = 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ , R = 8,31 J/(mol·K),  $V_{\rm H} = 1,96 \text{ cm}^3/\text{mol}$ , T = 295 K,  $E = 198 \cdot 10^3 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_T = 525 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_B = 980 \text{ MPa}$ ;  $S_i = = 1350 \text{ MPa}$ ; радіус вершини тріщини  $\rho = 0,05 \text{ mm}$ . Результати розрахунків наведені на рис. 2. Тут введено такі позначення:  $\xi = x/2\delta_p$ , де x – віддаль від вершини тріщини;  $C_0$  –

початкова концентрація водню у пластині;  $\delta_p(p) = -\frac{8\sigma_0 l_0}{\pi E} \ln(\cos\frac{\pi p}{2\sigma_0})$  [11];  $\sigma_0 \approx$ 

 $\approx (\sigma_T + S_i)/2$ ;  $C_{\rm H} = C_{\rm H}(x,0,t)$  – концентрація водню біля вершини тріщини. Тут  $\delta_p(p)$  становив:  $\delta_p(116) = 2,9 \cdot 10^{-3}$  mm;  $\delta_p(174) = 6,5 \cdot 10^{-3}$  mm;  $\delta_p(278) = 1,7 \cdot 10^{-2}$  mm.



Рис. 2. Розподіл концентрації водню у зоні передруйнування (*a*−*c*) під час навантаження пластини зі сталі 65Г розтягувальними напруженнями *p* = 116 MPa (*a*); 174 MPa (*b*); 278 MPa (*c*) у різні моменти часу: *I* − 30 min; *2* − 120; *3* − 360; *4* − 720 min. Розподіл водню біля вершини тріщини на відстані ξ < 5 наведено (*d*−*f*) у збільшеному масштабі.

Fig. 2. Distribution of hydrogen concentration in the prefracture zone (a-c) under loading of plate made of 65 $\Gamma$  steel by tensile stress p = 116 MPa (a), 174 MPa (b); 278 MPa (c)at different times: 1 - 30 min; 2 - 120; 3 - 360; 4 - 720 min. Distribution of hydrogen at the crack tip at a distance  $\xi < 5$  is given in (d-f) in the expanded scale.

На усіх графіках за різного навантаження у точці  $\xi = 40$ , що відповідає  $x = 80\delta_p$ , спостерігаємо перелом ліній, що описують розподіл концентрації водню. Це можна пояснити тим, що у цій точці закінчується область пластично деформованого металу, яку можна визначити за співвідношенням [11]

$$l_p(\delta_p) = \frac{\pi E}{8\sigma_0} \delta_p(p)$$

Для сталі 65Г довжина пластичної зони на продовженні тріщини  $l_p(\delta_p) \approx (80 \div 85) \delta_p$ .

Крім того, скінченноелементне моделювання дало можливість отримати і низку інших цікавих результатів. Так, зокрема, побудовано розподіл деформацій  $\varepsilon_y$  (рис. 3a, b) та гідростатичних напружень (рис. 3c, d) у зоні передруйнування залежно від радіуса вершини тріщини за різних зусиль розтягу.



Рис. 3. Розподіл пластичних деформацій (a, b) та гідростатичних напружень (c, d) біля вершини тріщини для сталі 65Г за  $\rho = 0,05$  mm (a, c) та 0,1 mm (b, d) за різних зусиль розтягу: 1 - p = 278 MPa; 2 - 174 MPa; 3 - 116 MPa (лінії – розрахунок, точки – експеримент).

Fig. 3. Distribution of the accumulated plastic strains (a, b) and hydrostatic stresses (c, d) at the crack tip for 65 $\Gamma$  steel for  $\rho = 0.05$  mm (a, c) and 0.1 mm (b, d) for various tensile forces: l - p = 278 MPa; 2 - 174 MPa; 3 - 116 MPa (lines – calculation, points – experiment).

Аналогічні розрахунки виконані також для сталей 20 та 40Х. На рис. 4*a* наведені результати обчислень гідростатичних напружень для вказаних сталей за таких напружень: 220 МРа для сталі 20; 275 МРа для сталі 40Х; 300 МРа для сталі 65Г. Тут подані також результати розподілу гідростатичних напружень біля вершини тріщини для сталі 20, одержані експериментальним шляхом методом цифрової спекл-кореляції за граничного зусилля.

Для цього навантажували наводнений зразок зі сталі 20 з втомною тріщиною. У зоні передруйнування, застосовуючи метод цифрової кореляції зображень [19] та відповідну програму розрахунків, для кожного рівня навантажень (200, 400, 600 kg i т. д.) визначали поле пружно-пластичних переміщень перед вершиною тріщини. Вибравши базу вимірювань переміщень  $a_x$ ,  $a_y$  (0,5; 1,0; 2,0; 3,0 mm), розраховували розподіл деформацій вздовж осей Ox i Oy у цих же точках, зокрема і для гранично-рівноважного стану.



Рис. 4. Розподіл гідростатичних напружень у зоні передруйнування для досліджуваних матеріалів під час навантаження (*a*) та після розвантаження (*b*): *1* – сталь 20; *2* – 65Г; *3* – 40Х (лінії – розрахунок; точки – експеримент).



Деформації в напрямку осі Ox і Oy у довільній точці ділянки спостереження  $\varepsilon_{xi}$ ,  $\varepsilon_{yi}$  визначали як відношення приросту переміщень у цій точці  $\Delta a_{xi}$ ,  $\Delta a_{yi}$  вздовж осі до бази вимірювання  $a_i$  ( $\varepsilon_i = \Delta a_i/a_i$ ) за діючих зусиль.

Вважаємо, що механічні властивості матеріалу ділянки спостереження є однорідними. Тому діаграми деформування у кожній точці ділянки будуть інваріантними.

Напруження  $\sigma_{xi}$  та  $\sigma_{yi}$  у зоні передруйнування визначали з істинної діаграми розтягу зразка без концентратора напружень (рис. 5*a*) за отриманими методом спекл-кореляції відповідними деформаціями  $\varepsilon_{xi}$ ,  $\varepsilon_{vi}$  у тих же точках.

Процедуру визначення напружень  $\sigma_{xi}$  та  $\sigma_{yi}$  у зоні спостереження показано на схемі (рис. 5*b*).



Рис. 5. Діаграми "напруження–деформація" (*a*) наводнених матеріалів ( $1 - \text{сталь 65}\Gamma$ ; 2 - 40X; 3 - сталь 20) і схема (*b*) визначення напружень  $\sigma_{xi}$  та  $\sigma_{yi}$  (i = 1, ..., n).

Fig. 5. "Stress–strain" curves (*a*) of hydrogenated steels (1 – steel 65 $\Gamma$ ; 2 – 40X; 3 – steel 20) and the chart (*b*) of determination of stresses  $\sigma_{xi}$  and  $\sigma_{yi}$  (i = 1, ..., n).

Гідростатичне напруження  $\sigma_{hi}$  в кожній точці зони передруйнування обчислюють за формулою [11]:  $\sigma_{hi} = (\sigma_{1i} + \sigma_{2i} + \sigma_{3i})/3$ , де  $\sigma_{ji} (j = 1, 2, 3)$  – головні напруження. Враховуючи, що інваріант напруженого стану  $I_1^{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) =$  $= (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$  не залежить від системи координат, гідростатичне напруження на продовженні лінії тріщини розраховували зі співвідношення  $\sigma_{hi} =$  $= (\sigma_{xi} + \sigma_{yi} + \sigma_{zi})/3$  і будували його розподіл в зоні передруйнування для сталі 20 під час навантаження (див. рис. 4*a*) та після повного розвантаження (див. рис. 4*b*).

Як бачимо, експериментальні результати задовільно корелюють із розрахунковими. Це дає можливість вважати метод скінченних елементів досить ефективним для моделювання таких складних процесів.

Як видно з рис. 4, у двох випадках на деякій віддалі від вершини тріщини гідростатичні напруження максимальні. Ці напруження залежать від границі текучості матеріалу: що вона більша (сталь 40Х), тим вищі гідростатичні напруження (800 МРа) виникають у зоні передруйнування.

На рис. 6 показано розподіл відносної концентрації водню у зоні передруйнування за розтягу пластини та після повного її розвантаження. Для сталі 20 порівняно концентрацію водню у зоні передруйнування з експериментальними результатами, отриманими в Інституті електрозварювання ім. Є. О. Патона НАН України методом мас-спектрометрії після повного її розвантаження. Спостерігаємо задовільний збіг розрахункових і експериментальних результатів.



Рис. 6. Розподіл відносної концентрації водню у зоні передруйнування для різних матеріалів під час навантаження (*a*) та після розвантаження (*b*): *1* – сталь 20; *2* – 65Г; *3* – 40Х (лінії – розрахунок; точки – експеримент).



Порівнюючи графіки на рис. 4*a* і 6*a*, 4*b* і 6*b*, можна встановити відповідність між розподілом концентрації водню і гідростатичного напруження біля вершини тріщини. Аналогічно, як і для  $\sigma_h$ , максимальна концентрація водню досягається на певній відстані від вершини тріщини. Зі збільшенням гідростатичного напруження зростає кількість водню у зоні передруйнування.

У розвантаженому зразку біля вершини тріщини (рис. 6*b*) концентрація залишкового водню у 1,5–3 рази нижча, ніж у момент досягнення гранично-рівноважного стану у цій зоні (рис. 6*a*). Зумовлено це стискальними напруженнями, які виникають після розвантаження у зоні передруйнування (див. рис. 4*b*). Це необхідно враховувати під час експлуатації та технічної діагностики елементів конструкцій під час їх технологічних зупинок. Проаналізувавши результати розрахунків для сталей 20, 65Г і 40Х (рис. 4, 6), можна стверджувати, що концентрація водню у зоні передруйнування суттєво залежить від гідростатичних напружень у ній, а ті – від механічних властивостей матеріалу.

Користуючись вищенаведеними значеннями  $C_{\text{H max}}$  (рис. 6), побудували залежність максимальної відносної концентрації водню у зоні передруйнування від величини  $\sigma_T/\sigma_B$  (квадратики на рис. 7). Ця залежність є практично лінійна і добре описується співвідношенням  $C_{\text{H max}} \approx C_0 (0, 5+1, 4\sigma_T / \sigma_B)$  (лінія на рис.7) для діапазону значень  $0, 4 < \sigma_T / \sigma_B < 1$ . Для подальшої перевірки виконали розрахунки ще для трьох сталей (22К, 16ГНМ, X70) з іншими значеннями  $\sigma_T$ ,  $\sigma_B$ . Результати на графіку позначені кружечками.

Сталь	$\sigma_T$ , MPa	$\sigma_B$ , MPa	$\sigma_T/\sigma_B$	$C_{\mathrm{Hmax}}/C_0$
Сталь 20	330	520	0,64	1,19
65Г	525	980	0,54	1,4
40X	850	950	0,89	1,76
22К	260	500	0,52	1,18
16ГНМ	400	560	0,71	1,45
X70	695	733	0,95	1,75

Механічні властивості досліджуваних сталей та відповідна їм максимальна концентрація водню у зоні передруйнування

Рис. 7. Залежність максимальної відносної концентрації водню у зоні передруйнування від механічних властивостей матеріалу.

Fig. 7. Dependence of the maximum relative concentration of hydrogen on mechanical properties of material.

Отже, маючи таку залежність (рис. 7), можна для сталей з іншим значенням  $\sigma_T$ , наближено оцінити максимальну концентрацію водню у зоні передруйнування у навантаженому матеріалі.



## ВИСНОВКИ

Теоретично визначили і експериментально підтвердили розподіл гідростатичних напружень та концентрації водню на продовженні лінії тріщини у рівномірно розтягнутій пластині (див. рис. 1), а також після повного розвантаження зразків, використовуючи істинні діаграми "напруження–деформація" наводненого металу. Побудували графічні залежності концентрації водню біля вершини тріщини від механічних характеристик матеріалу, які можна використати для оцінювання концентрації водню біля гострих концентраторів напружень у наводненому металі зі заданою границею текучості.

*РЕЗЮМЕ*. Предложен теоретико-экспериментальный подход для оценивания концентрации водорода в зоне предразрушения. Построены графические зависимости концентрации водорода от механических характеристик материала и внешней нагрузки. *SUMMARY*. A theoretical and experimental approach to assessing the concentration of hydrogen in the prefracture zone is proposed. Graphical dependences of hydrogen concentration on the mechanical characteristics of the material and external loading are built.

- Sofronis P. and McMeeking R. M. Numerical analysis of hydrogen transport near a blunting crack tip // J. Mech. Phys. Solids. – 1989. – 37. – P. 317–350.
- 2. Krom A. H. M., Koers R. W. J., and Bakkerr A. Hydrogen transport near a blunting crack tip // Ibid. – 1999. – 47, № 4. – P. 971–992.
- Numerical analysis of hydrogen diffusion problems using the finite element method / H. Kanayama, T. Shingoh, S. Ndong-Mefane et al. // J. Theor. and Appl. Mech. Japan. – 2008. – 56. – P. 389–400.
- Finite element analysis of the stress and deformation fields around the blunting crack tip
   / R. Miresmaeili, M. Ogino, R. Shioya et al. // Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University. – 2008. – 68, № 4. – P. 151–161.
- Finite element implementation of an elastoplastic constitutive equation in the presence of hydrogen / L. Liu, R. Miresmaeili, M. Ogino et al. // J. Comput. Sci. and Technol. – 2011. -5, № 1. – P. 62–76.
- Taha A. and Sofronis P. A micromechanics approach to the study of hydrogen transport and embrittlement // Engng Fracture Mechanics. – 2001. – 68. – P. 803–837.
- Transient hydrogen diffusion analyses coupled with crack-tip plasticity under cyclic loading / H. Kotake, R. Matsumoto, S. Taketomi et al. // Int. J. of Pressure Vessels and Piping. – 2008. – 85. – P. 540–549.
- Modelling hydrogen embrittlement in 316L austenitic stainless steel for the first wall of the Next European Torus / J. Toribio, A. Valiente, R. Cortes et al. // Fusion Eng. Des. – 1995. – 29. – P. 442–147.
- Two-dimensional numerical modelling of hydrogen diffusion assisted by stress and strain / J. Toribio, D. Vergara, M. Lorenzo, V. Kharin // WIT Transactions on Engng Sci. – 2009. – 65. – P. 131–140.
- Оптимізація моделювання дифузії водню під напруженням для вивчення водневого окрихчення брусків з концентратором / Дж. Торібіо, В. Харін, Д. Вергара, М. Лоренцо // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 6. – С. 91–106.

(*Optimization* of the simulation of stress-assisted hydrogen diffusion for studies of hydrogen embrittlement of notched bars / J. Toribio, V. Kharin, D. Vergara, M. Lorenzo // Materials Science. -2010. -46,  $N_{\odot} 6. -P. 819-833.$ )

- 11. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. К.: Наук. думка, 1991. 416 с.
- 12. Андрейків О. Є., Гембара О. В. Механіка руйнування та довговічність металічних матеріалів у водневмісних середовищах . – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
- Numerical analysis of hydrogen diffusion and concentration in solid with emission around the crack tip / T. Yokobori, T. Nemoto, K. Saton, T. Yamada // Engng Fract. Mech. – 1996. – 55, № 1. – P. 47–60.
- The characteristics of hydrogen diffusion and concentration around a crack tip concerned with hydrogen embrittlement / T. Yokobori, Ya. Chinda, T. Nemoto et al. // Corr. Sci. - 2002. - 44. - P. 407-424.
- Wang M., Akiyama E., and Tsuzaki K. Determination of the critical hydrogen concentration for delayed fracture of high strength steel by constant load test and numerical calculation // Ibid. – 2006. – 48. – P. 2189–2202.
- Stashcuk M. and Dorosh M. Evaluation of hydrogen stress in metal and redistribution of hydrogen around crack-like defects // Int. J. Hydrogen Energy. 2012. 37. P. 14687–14699.
- Concepts and Applications of Finite Element Analysis / R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha, R. J. Witt. – New York: John Wiley. – 2002. – 720 p.
- Krom A. H. M., Koers R. W. J., and Bakkerr A. Hydrogen transport near a blunting crack tip // J. Mech. Phys. Solids. – 1999. – 47. – P. 971–992.
- Панасюк В. В., Іваницький Я. Л., Максименко О. П. Аналіз пружно-пластичного деформування матеріалу зони передруйнування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – № 5. – С. 67–73.

(*Panasyuk V. V., Ivanyts'kyi Ya. L., and Maksymenko O. P.* Analysis of the elastoplastic deformation of the material in the process zone // Materials Science. -2004. -40, No 5. -P. 648-655.)

Одержано 20.11.2013