

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ  
МАРКІВСЬКОГО ТИПУ В УМОВАХ СТОХАСТИЧНОЇ ПЕРІОДИЧНОСТІ  
ТА ЇХНЄ ЗАСТОСУВАННЯ В ЕНЕРГЕТИЦІ**

**М.В.Приймак**, докт.техн.наук, **О.В.Мацюк**, канд.техн.наук, **О.В.Маєвський**, **С.Ю.Прошин**  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,  
вул. Руська, 56, Тернопіль, 46001, Україна,  
e-mail: kaf\_kn@tu.edu.te.ua

*Висвітлено особливості етапів розвитку теорії систем масового обслуговування та наведено критерії їхнього поділу на системи марківського і немарківського типу. Із цих позицій встановлено, що енергосистеми та системи електроспоживання можуть розглядатися як системи масового обслуговування марківського типу. Обґрунтовано модель графіків споживання електроенергії у вигляді періодичного ланцюга Маркова. Розглянуто метод оцінки матриць переходів та на конкретному прикладі графіків енергоспоживання такі оцінки знайдено. Бібл. 8, табл. 1, рис. 3.*

**Ключові слова:** система масового обслуговування, статистична періодичність, періодичний ланцюг Маркова.

**Вступ.** У прикладних галузях народного господарства часто доводиться досліджувати різноманітні системи масового обслуговування (СМО) та їхні окремі складові. Багато об'єктів в енергетиці, зокрема електроенергетиці, теж можна розглядати як СМО. Це об'єднана енергосистема України, її енергорайони, енергогенеруючі компанії, системи електроспоживання різних рівнів тощо. Основна задача дослідження таких систем – оптимізація їхньої роботи. Ця задача породжує цілу низку похідних задач, більшість з яких пов'язана з аналізом процесів, що містять інформацію про ті чи інші сторони системи. На специфіку задач аналізу впливають ряд факторів. По-перше, електроенергію не можна «складувати», тому надлишково згенерована енергія веде до її втрати, недовиробництво позначається на її якості. По-друге, згадані вище системи функціонують в умовах випадковості та ритміки, причому чітко проявляється добова, тижнева, річна періодичності. Це призводить до того, що основні параметри, які характеризують стан досліджуваних систем, теж мають стохастично-періодичний характер. В першу чергу, це графіки енергоспоживання (енергонавантаження). Результати їхнього аналізу є базовими для задач прогнозу на споживання електроенергії, оптимізації режимів електропостачання. Тривалий час при вирішенні задач аналізу і прогнозу споживання електроенергії використовувалися моделі і методи стаціонарних та кусково-стаціонарних процесів. Починаючи з 90-х років минулого століття, з'явився ряд робіт, в яких при обґрунтуванні моделі енергонавантаження враховуються як їхня стохастична періодичність, так і причини, що цю періодичність породжують. Такими моделями виявилися періодичні та лінійні періодичні процеси і послідовності [1, 4–6]. Якщо ж енергосистеми, системи електроспоживання розглядати як СМО, зокрема як системи марківського типу, то роботи математичного характеру, в яких би розглядалися моделі енергонавантажень, що крім стохастичної періодичності враховують їхню марковість, практично відсутні. Тому актуальним є обґрунтування моделі енергонавантаження у вигляді періодичного ланцюга Маркова та розробка на базі цієї моделі відповідних методів їхнього аналізу. Перед тим, як перейти до розгляду цих питань, попередньо зупинимось на деяких загальних питаннях СМО, витоках і розвитку теорії масового обслуговування (ТМО), оскільки такий шлях до розгляду окреслених вище питань буде більш логічним і зрозумілим.

**Мета роботи** – дослідити можливість розгляду енергосистеми та системи електроспоживання як системи масового обслуговування марківського типу. Обґрунтувати модель графіків споживання електроенергії у вигляді періодичного ланцюга Маркова та на конкретному прикладі графіків електроспоживання знайти оцінки його матриць переходів.

**Теорія систем масового обслуговування та її сучасний стан.** Протягом досить тривалого часу, починаючи з робіт А.К. Ерланга (А.К. Erlang), які припадають в основному на 1908–1922 рр. і стосуються організації телефонних мереж, не спадає інтерес науковців до дослідження систем масового обслуговування. Виявилось, що задачі типу телефонних виникають в різних областях досліджень – в техніці, економіці, транспорті, організації виробництва. Проблема СМО зацікавилися математики, а методи їхніх досліджень сформувалися в науковий напрям, що отримав назву «**теорія масового обслуговування**», хоча в зарубіжній літературі (англійській) теорію масового обслуговування називають **теорією черг**. В

останні роки все частіше зустрічається назва **теорія потоків** (ТП). Про рівень зацікавленості СМО та відповідно ТМО свідчать наведені у [8] наступні статистичні дані. Наукові роботи, в яких одночасно зустрічаються слова «черга», «випадковість», за 1980 – 1995 роки склали в світі: серед математичних статей – 13 %, серед дисертацій – 24 %, серед робіт, опублікованих у наукових і інженерних журналах і збірниках в області фізики, електроніки, обчислювальних методів і інформаційних технологій – 60 % (дані за індексом INSPEC, розробленим американськими і німецькими товариствами електронної інженерії).

Серед найрізноманітніших СМО, які привертають увагу науковців, зустрічаються системи, для яких характерними є одночасно дві властивості – **марковість і стохастична періодичність**.

Нагадаємо, що розуміється під цими поняттями. Вважається, що система має марківську властивість, якщо поведінка системи в майбутньому залежить від її положення (стану), в якому вона перебуває в деякий фіксований момент часу  $t$ , і не залежить від положення, в якому система перебувала до цього моменту. Іноді властивість марковості описують більш стисло: майбутнє системи залежить від її теперішнього стану і не залежить від минулого. Під поняттям «стохастична періодичність» розуміється, що для сигналів, отриманих в результаті спостереження за системою, детермінована періодичність відсутня, але при цьому припускається, що періодично змінюються певні ймовірнісні характеристики. Чи є такі СМО в енергетиці, для яких одночасно характерні властивості **марковості і стохастичної періодичності**, розглянемо більш детально.

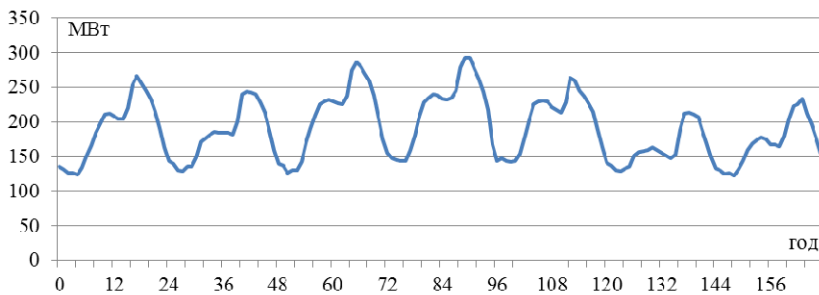


Рис. 1

**Стохастичну періодичність систем в електроенергетиці** розглянемо для системи електропостачання. На рис. 1 показано графік споживання електроенергії в м. Тернополі за сім днів тижня в січні 2010 року, причому з 1-го по 5-й є робочими днями, а 6-й і 7-й дні – вихідними. Візуальний аналіз графіка дозволяє зробити попередні висновки. Спостерігається «приблизна повторюваність» значень навантаження через період  $T=24$  год.; «повторюючіся» швидкості зростання і спадання навантажень на відповідних інтервалах часу; значення навантажень у нічні години теж близькі між собою. Разом з тим привертає увагу певна відмінність між навантаженнями в робочі і вихідні дні. Так, навантаження в робочі дні протягом приблизно від 7-ї до 20-ї години перевищують відповідні навантаження у вихідні дні. Серед робочих днів виділяються графіки навантажень за понеділок і вівторок. В певній мірі вони займають проміжне положення між графіками за наступні три робочі дні, з однієї сторони, і графіками за вихідні дні – з іншої. Крім цього в усі дні тижня значне зростання навантаження має місце о 21-й годині. Проте, даючи якісну характеристику навантаження, актуальним є питання, яким чином згадані та інші властивості навантажень охарактеризувати кількісно?

Вище було наголошено, що на даний час існує ряд моделей [1, 4–6], які дозволяють врахувати стохастичну періодичність сигналів, в нашому випадку – графіків електроспоживання. Насамперед, це періодичні та періодично корельовані процеси і послідовності, лінійні періодичні процеси. На основі цих моделей розроблені [5, 6] методи їхнього статистичного аналізу і прогнозу з використанням лише однієї реалізації. Застосовуючи ці методи, була проведена обробка електроспоживання в м. Тернополі за січень 2010 року. Графік оцінки математичного сподівання показано на рис. 2, оцінки середньоквадратичного відхилення – на рис. 3.

Важливо зазначити, що аналіз результатів оцінювання показує, що оцінка математичного сподівання електроспоживання з 23-ї години ночі до 7-ї години ранку значно менша, ніж значення оцінок з 8-ї години до 22-ї го-

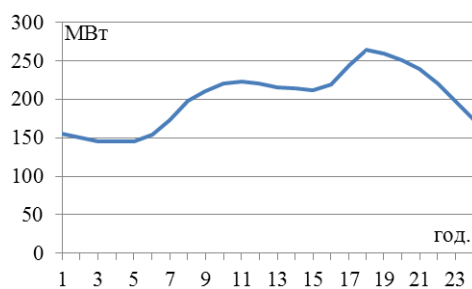


Рис. 2

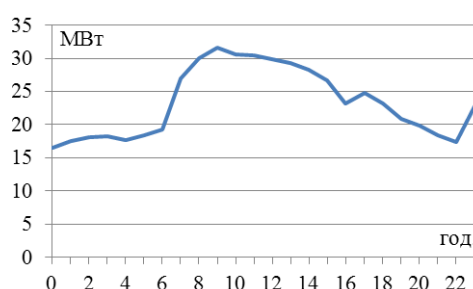


Рис. 3

дини. Максимальне електроспоживання припадає на період із 17-ї до 19-ї годин. Із оцінки середньоквадратичного відхилення можна зробити висновок, що споживання електроенергії більш регулярне в нічні години, найбільше розсіювання електроспоживання відносно середніх значень припадає на інтервал з 9-ї до 11-ї години.

**Умова марковості СМО.** Розглянемо тепер питання про можливість вважати електропостачальні системи системами масового обслуговування марківського типу. Як відомо [3], до основних структурних складових СМО належать: вхідний потік замовлень; тривалості обслуговування замовлень; організація (правила) обслуговування замовлень; якісні показники обслуговування замовлень.

Згідно з [2, 3], СМО можуть належати до систем марківського типу, якщо властивості марковості мають вхідний потік замовлень та тривалості їхнього обслуговування. Розпочнемо із потоку замовлень. Відомо [2, 3], що потік замовлень може бути описаний декількома способами, але для нашого випадку нас цікавлять лише два з них, а саме: послідовністю випадкових моментів часу  $t_i, i=0,1,2,\dots, t_0=0$ , в які надходять замовлення, або послідовністю інтервалів  $\tau_i, i=1,2,\dots$ , де  $\tau_i=t_i-t_{i-1}$  – інтервал між  $(i-1)$ -м та  $i$ -м замовленнями.

Тривалості обслуговування замовлень описуються послідовністю випадкових величин  $s_i, i=1,2,\dots$ , де  $s_i$  – тривалість обслуговування  $i$ -го замовлення. Якщо послідовності інтервалів  $\tau_i, i=1,2,\dots$  та  $s_i, i=1,2,\dots$  розподілені за **показниковим** розподілом із параметрами  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  відповідно, то таку СМО можна вважати системою **марківського** типу [2, 3].

**Електропостачальна система як СМО марківського типу.** Щодо обґрунтування марковості електропостачальних систем, на прикладі електропостачальної системи м. Тернополя розглянемо питання її вхідного потоку. Очевидно, що дослідити у всіх деталях вхідний потік електропостачальної системи міста (як і інших СМО подібного типу) практично неможливо. Але тут можна скористатися іншим підходом – дослідити цей процес спочатку на невеликій підсистемі електропостачальної системи. Якщо отримані результати будуть задовольняти певним умовам (про ці умови буде сказано дещо пізніше), то для винесення остаточних рішень достатньо буде скористатися однією із теорем Хінчина про суму великого числа потоків з певними властивостями. Для реалізації цього підходу підсистемою була вибрана локальна електромережа – мережа одного із навчальних закладів м. Тернополя. Були проведені відповідні дослідження, які показали, що вхідний потік замовлень задовольняє умовам відсутності наслідків і ординарності, а на певних проміжках часу (тривалість яких в залежності від години доби можна змінюватися від 5–10 хв. до 2–3 годин) – і умові стаціонарності. Можна припустити, що такі ж умови виконуються для всіх локальних електромереж м. Тернополя.

Щоб зробити висновки щодо вхідного потоку системи в цілому, скористаємося **теоремою Хінчина** [2, 3], суть якої полягає в наступному. Якщо потік  $\zeta(t)$  представляє собою суму великого числа незалежних між собою стаціонарних і ординарних потоків, кожний із яких вносить малий внесок в загальну суму, то за однієї умови аналітичного характеру потік  $\zeta(t)$  буде близьким до **найпростішого**. Для нього послідовність інтервалів  $\tau_i, i=1,2,\dots$ , що описує вхідний потік, має [7] показниковий розподіл

$$F_i(x) = P(\tau_i < x) = 1 - e^{-\lambda_i x}. \quad (1)$$

В частинному випадку, якщо всі інтервали однаково розподілені, то їхня функція розподілу  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ . Одна з основних властивостей цього розподілу – це відсутність наслідків [2, 3] або, іншими словами, – марковість. Це є підставою стверджувати, що моделлю вхідного потоку електропостачальної системи м. Тернополя є марківський процес  $\zeta(t), t \geq 0$ .

Використовуючи подібні міркування, може бути обґрунтована і модель послідовності  $s_i, i=1,2,\dots$  – тривалостей обслуговування замовлень. Не розглядаючи в даній роботі цього питання в деталях, припускаємо, що моделлю послідовності  $s_i, i=1,2,\dots$  теж є послідовність без наслідків.

Крім обґрунтування марковості системи електропостачання потрібно певним чином врахувати стохастичну періодичність її структурних складових – вхідного потоку замовлень і тривалостей їхнього обслуговування. Для цього можуть бути використані періодичні марківські процеси, а у випадку дискретного аргументу – періодичні ланцюги Маркова. Нагадаємо їхні визначення.

**Періодичні марківські процеси.** В основі поняття марківського процесу лежить ідея про процеси «без наслідків». Уявимо систему, яка може знаходитися в різних станах. Можливі стани системи утворюють деяку множину  $X$ , яку називають фазовим простором. Нехай система еволюціонує у часі. Її стан в момент часу  $t$  позначимо через  $x_t$ . Якщо  $x_t \in B, B \subset X$ , то говорять, що система в момент  $t$  знаходиться в множині  $B$ . Припустимо, що еволюція системи має стохастичний характер, тобто стан системи в момент часу  $t$ , взагалі кажучи, не визначається однозначно через стан системи в попередні

моменти часу  $s$ , де  $s < t$ , а  $\epsilon$  випадковим і описується ймовірнісним законом. Позначимо через  $P(s, x, t, B)$  ймовірність події  $x_t \in B$  за умови, що  $x_s = x$ ,  $s < t$ . Ймовірнісну міру  $P(s, x, t, B)$  називають ймовірністю переходу (іноді перехідною функцією; перехідною ймовірністю; умовною ймовірністю переходу) системи, що розглядається.

Під системою без наслідків розуміють систему, для якої ймовірність попадання в момент часу  $t$  в множину  $B$  при повністю відомому рухові системи до моменту часу  $s$  ( $s < t$ ), як і раніше, дорівнює  $P(s, x, t, B)$  і, таким чином, залежить тільки від стану системи в останній відомий момент часу. Іншими словами, стан деякої системи в теперішній момент часу  $s$  визначає ймовірність майбутнього розвитку процесу при  $t > s$ , а додаткова інформація про минулу поведінку процесу в моменти  $t < s$  не впливає на цю ймовірність, не змінює її або, як кажуть, не має жодного впливу, тобто залишається без наслідків.

Властивість, яка характеризує поведінку стохастичних систем без наслідків, називають властивістю відсутності наслідків або марківською властивістю, а ймовірнісну міру  $P(s, x, t, B)$  у цьому зв'язку ще називають марківською перехідною функцією (ймовірністю).

Випадковий процес  $\{\zeta(t), t \in (-\infty, \infty)\}$  називається марківським, якщо для двох довільних моментів часу  $t_0$  і  $t_1$ ,  $t_0 < t_1$  умовний розподіл  $\zeta(t_1)$  за умови, що задані всі значення  $\zeta(t)$ , при  $t \leq t_0$  залежить тільки від  $\zeta(t_0)$ .

Демо означення періодичного марківського процесу та періодичного ланцюга Маркова.

**Означення 1.** Марківський процес  $\{\zeta(t), t \in (-\infty, \infty)\}$  називається **періодичним марківським процесом**, якщо періодичною за сукупністю часових змінних є його умовна ймовірність переходу, тобто існує таке число  $T$ , що  $P(s, x, t, B) = P(s+T, x, t+T, B)$ .

Якщо для перехідної ймовірності  $P(s, x, t, B)$  множина  $B = (-\infty, y)$ , то функція  $F(s, x, t, y) = P(s, x, t, B)$  називається перехідною функцією розподілу. Для періодичного марківського процесу його функція розподілу є періодичною, тобто

$$F(s, x; t, y) = F(s + T, x; t + T, y). \quad (2)$$

**Періодичні ланцюги Маркова.** Послідовність цілочислових випадкових величин  $\{\xi_n\}$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$ , що приймають значення із фазового простору  $X = (1, 2, \dots, h, \dots, i, \dots)$ , називається ланцюгом Маркова, якщо для всіх  $n \geq 0$  умовна ймовірність

$$P\{\xi_{n+1} = j | \xi_0 = h, \dots, \xi_{n-1} = k, \xi_n = i\} = P\{\xi_{n+1} = j | \xi_n = i\} \stackrel{df}{=} p_{ij}(n). \quad (3)$$

Умовні ймовірності  $p_{ij}(n)$  в сукупності утворюють матриці

$$\Pi(n) = \|p_{ij}(n)\|, \quad i, j \in X, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

які називають матрицями переходів (перехідних ймовірностей, ймовірностей переходів) ланцюга.

**Означення 2.** Ланцюг Маркова  $\{\xi_n\}$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$  називається **періодичним**, якщо періодичними є його ймовірності переходів, тобто існує ціле  $L > 1$ , що  $p_{ij}(n) = p_{ij}(n+L)$ , де  $i, j$  – стани,  $i, j \in X$ .

Очевидно, що для періодичного ланцюга Маркова його матриці переходів  $\Pi(n) = \|p_{ij}(n)\|$  теж змінюються періодично з цим же періодом  $L$ :

$$\Pi(n) = \Pi(n + L), \quad n = 0, 1, \dots \quad (5)$$

Періодичний ланцюг також визначається першими  $L$  матрицями переходів

$$\Pi(0), \dots, \Pi(k), \dots, \Pi(L-1). \quad (6)$$

Для періодичних ланцюгів Маркова розроблено методи їхнього статистичного аналізу, зокрема, метод оцінки матриць переходів (6), досліджено властивості цих оцінок, запропоновано метрики для визначення точності цих оцінок [7]. Розроблено також метод імітаційного моделювання періодичних ланцюгів Маркова. Метод оцінок матриць переходів перевірено з використанням реалізацій періодичних ланцюгів, отриманих шляхом їхнього імітаційного моделювання [7].

**Оцінювання матриць переходів системи електропостачання.** Метод оцінки матриць переходів застосовано до графіків споживання електроенергії. Для цього попередньо для деяких параметрів були вибрані такі значення. Інтервал, через який фіксувалася кількість спожитої енергії, або крок дискретизації  $\Delta t = 3$  години. Оскільки ми досліджуємо добову періодичність із періодом  $T = 24$  години, період ланцюга  $L = 24/3 = 8$ . За цієї умови ланцюг Маркова повністю визначається матрицями переходів  $\Pi(0), \Pi(1), \dots, \Pi(7)$ . Щодо кількості станів, в яких може перебувати ланцюг, то було вибрано три стани. Самі стани визначалися наступним чином. Нехай  $P_{\min}$  і  $P_{\max}$  – мінімальна і максимальна кількість енергії, яка споживалася за вибраний інтервал часу  $\Delta t = 3$  години. Розділимо інтервал  $[P_{\min}, P_{\max}]$

на три рівних відрізки, а точки поділу та крайні точки інтервалу позначимо через  $a_0, a_1, a_2, a_3$ , де  $a_0=P_{\min}, a_3=P_{\max}$ . Першим станом  $S_1$  вважається інтервал  $[a_0, a_1)$ , другий стан  $S_2$  ототожнюється з інтервалом  $[a_1, a_2)$ , третій стан  $S_3$  – це інтервал  $[a_2, a_3]$ . Зрозуміло, що коли кількість спожитої енергії за час  $\Delta t=3$  години належить одному із інтервалів  $[a_{i-1}, a_i)$ ,  $i=1, 2, 3$ , то «на мові ланцюгів Маркова» це означає, що система перебуває у відповідному стані  $S_i$ ,  $i=1, 2, 3$ .

$\tilde{\Pi}(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\tilde{\Pi}(1) = \begin{vmatrix} 0,259 & 0,741 & 0 \\ 0,259 & 0,741 & 0 \\ 0,259 & 0,741 & 0 \end{vmatrix}$
$\tilde{\Pi}(2) = \begin{vmatrix} 0 & 0,929 & 0,071 \\ 0 & 0,200 & 0,800 \\ 0 & 0,564 & 0,436 \end{vmatrix}$	$\tilde{\Pi}(3) = \begin{vmatrix} 0 & 0,589 & 0,411 \\ 0 & 0,905 & 0,095 \\ 0 & 0,273 & 0,727 \end{vmatrix}$
$\tilde{\Pi}(4) = \begin{vmatrix} 0,143 & 0,767 & 0,233 \\ 0,286 & 0,714 & 0 \\ 0 & 0,615 & 0,385 \end{vmatrix}$	$\tilde{\Pi}(5) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
$\tilde{\Pi}(6) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\tilde{\Pi}(7) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Для оцінювання матриць переходів  $\Pi(0), \Pi(0), \dots, \Pi(7)$  були використані графіки спожитої електроенергії в м. Тернополі протягом осені 2009 року. Оцінки матриць  $\tilde{\Pi}(0), \tilde{\Pi}(1), \dots, \tilde{\Pi}(7)$  наведено в таблиці. Аналіз оцінок матриць характеризує закономірності споживання електроенергії протягом доби осіннього періоду та ймовірності зміни (ймовірності переходів) щодо кількості її споживання в кожний наступний інтервал часу. Щодо подальшого розвитку цієї тематики, то розглядається питання про викори-

стання матриць переходів періодичного ланцюга для задач оперативного прогнозу споживання енергії в кожний наступний інтервал часу  $\tau_{i+1}$  в залежності від кількості спожитої енергії протягом теперішнього інтервалу  $\tau_i$  і розташування цього інтервалу в межах доби.

Таким чином, у роботі обґрунтовано можливість використання в енергетиці періодичних ланцюгів Маркова (у випадку неперервного аргументу – періодичних марківських процесів) для дослідження стохастично-періодичних СМО марківського типу, а саме об'єднаної енергосистеми, окремих енергосистем, їхніх енергорайонів, енергогенеруючих компаній, систем електроспоживання різних рівнів.

1. Баранов Г.Л., Марченко Б.Г., Приймак Н.В. Построение модели и анализ стохастически периодических нагрузок энергосистем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – №2. – С. 12–21.
2. Гнеденко Б.В. Беседы о теории массового обслуживания. – М.: Знание, 1973. – 64 с.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
4. Марченко Б.Г., Мислович М.В., Приймак М.В. Статистичний аналіз енергонавантажень з врахуванням їх стохастичної періодичності // Технічна електродинаміка. – 2003. – №4. – С. 61–65.
5. Марченко Б.Г., Приймак М.В. Побудова моделі та аналіз стохастичних періодичних навантажень енергосистем // Праці Інституту Електродинаміки. Зб. наук. пр. – 1999. – Вип.1. – С. 129–153.
6. Приймак М.В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами: Автореф. дис. докт.техн.наук: 05.13.06 / Київ: НАУ, 2001. – 34 с.
7. Приймак М., Віцентій О., Прошин С. Похибка оцінок матриць переходів періодичного ланцюга Маркова // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2010. – Том 15. – № 3. – С. 150–159.
8. Фосс С.Г. Стохастические системы и сети обслуживания. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет. – 14 с.

УДК 621.311

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ МАРКОВСКОГО ТИПА В УСЛОВИЯХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ПЕРИОДИЧНОСТИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭНЕРГЕТИКЕ

**М.В.Приймак**, докт.техн.наук, **О.В.Мацюк**, канд.техн.наук, **О.В.Маевский**, **С.Ю.Прошин**  
Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя,  
ул. Руська, 56, Тернополь, 46001, Украина.  
e-mail: [kaf\\_kn@tu.edu.te.ua](mailto:kaf_kn@tu.edu.te.ua)

*В статье отражены основные этапы развития теории систем массового обслуживания и приведены критерии их разделения на системы марковского и немарковского типа. Установлено, что энергосистемы и системы потребления электроэнергии могут быть рассмотрены как системы массового обслуживания марковского типа. Обоснована модель графиков потребления электроэнергии в виде периодической цепи Маркова. Рассмотрен метод оценивания матриц переходов и найдены такие оценки для конкретного примера графиков электропотребления. Библ. 8, табл. 1, рис. 3.*

**Ключевые слова:** система массового обслуживания, стохастическая периодичность, периодическая цепь Маркова.

**MODELS AND METHODS OF INVESTIGATION FOR MARKOV TYPE QUEUING SYSTEMS  
UNDER CONDITIONS OF STOCHASTIC PERIODICITY AND ITS APPLICATION IN ENERGETICS**

**Pryimak M., Matsiuk O., Maevskiy O. Proshyn S.**  
Ternopil National Ivan Puluj Technical University,  
Ruska str., 56, Ternopil, 46001, Ukraine.  
e-mail: [kaf\\_kn@tu.edu.te.ua](mailto:kaf_kn@tu.edu.te.ua)

*The main stages of queuing systems development are highlighted and represented the criteria of division of these systems onto Markov and non-Markov types. On the base of these positions we have established that power systems and power consumption systems can be treated as queuing systems of Markov type. The model of graphs of electrical power consumption as periodical Markov chain is grounded. The method of evaluation of transitional matrices is examined, and on concrete example of power consumption, such evaluations are retrieved. References 8, table 1, figures 3.*

**Key words:** queuing system, stochastic periodicity, periodical Markov chain.

1. Baranov G.L. Marchenko B.G., Pryimak M.V. Model forming and analysis of stochastic periodical loads of power systems // Izvestiia AN SSSR. Energetika i transport. – 1991. – №2. – Pp. 12–21. (Rus)
2. Gnedenko B.V. Dialogues about the theory of queuing systems. – Moskva: Znanie, 1973. – 64 p. (Rus)
3. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Introduction into the theory of queuing systems. – Moskva: Nauka, 1987. – 336 p. (Rus)
4. Marchenko B.G., Myslovych M.V., Pryimak M.V. Statistical analysis of power loads with accounting of their stochastic periodicity // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2003. – №4. – Pp. 61–65. (Ukr)
5. Marchenko B.G., Pryimak M.V. Creation of the model and analysis of stochastic periodical loads in power systems // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy. – 1999. – Vol.1. – Pp. 129–153. (Ukr)
6. Pryimak M.V. Fundamentals of modeling theory, analysis and prediction in automated systems of control of rhythmical processes: Autoref. desert. doc of Tech. Sc.: 05.13.06 / Kyivskiy Natsionalnyi Aviatsiyniy Universytet, 2001. – 34 p. (Ukr)
7. Pryimak M., Vitsentiy O., Proshyn S. Error of estimations of matrices of transitions of periodic markov's chain // Visnyk Ternopil'skoho Natsionalnoho Tekhnichnoho universytetu. – 2010. – Vol. 15. – №3. – Pp. 150–159. (Ukr)
8. Foss S.H. Stochastic systems and service networks. – Novosibirsk: Novosibirskii Gosudarstvennyi Universitet. – 14 p. (Rus)

Надійшла 18.04.2013  
Остаточний варіант 02.07.2013