

УДК 539.421.2

## ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ТРІЩИНИ ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ У БАЛКОВОМУ ЗРАЗКУ

П. С. КУНЬ, С. Т. ШТАЮРА, Т. М. ЛЕНКОВСЬКИЙ

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

З використанням методу суперпозиції напружених станів встановлено формулу для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень поперечного зсуву  $K_{II}$  у балковому зразку двотаврового перерізу. Порівняння розрахункових результатів із теоретичними, отриманими раніше методом скінченних елементів, вказує на задовільну їх збіжність у широкому діапазоні відносних довжин тріщини.

**Ключові слова:** балковий зразок двотаврового перерізу, поперечний зсув, коефіцієнт інтенсивності напружень, тріщиностійкість, метод суперпозиції, метод скінченних елементів.

На відміну від широко дослідженого механізму нормального відриву експериментальне моделювання росту втомної тріщини поперечного зсуву і далі потребує посиленої уваги для розробок нових спеціальних зразків і певних схем та умов навантаження, які б забезпечили тривалу стабільність росту тріщини та коректність отриманих результатів [1–4].

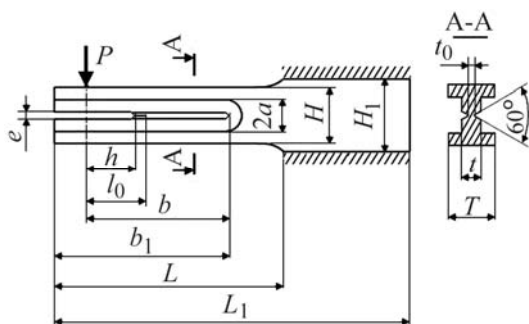


Рис. 1. Зразок для дослідження характеристик тріщиностійкості за поперечного зсуву.

Fig. 1. Specimen for investigation of crack growth resistance characteristics under transverse shear.

Для цього розробили балковий зразок двотаврового перерізу, який, за відповідної схеми консольного згину (рис. 1), запропонували для дослідження конструкційних матеріалів на статичну та циклічну тріщиностійкість [5].

Щоб використовувати далі цей зразок, необхідно встановити формули для коефіцієнта інтенсивності напружень ( $K_{II}$ ) поперечного зсуву за заданої схеми навантаження.

Щоб визначити  $K_{II}$ , запропонували наближений підхід, який базується на застосуванні методу суперпозиції напружених

станів, що широко використовується у лінійній механіці руйнування [6]. Задачу з визначення напруженого стану біля вершини тріщини в балковому зразку із боковою поздовжньою тріщиною за консольного згину зусиллям  $P$  (рис. 2a) можна звести до двох допоміжних задач: про згин зусиллям  $P$  бездефектного зразка (рис. 2b) та про стале зсувне навантаження зусиллями  $\tau$  на берегах крайової тріщини консольного балкового зразка (рис. 2c).

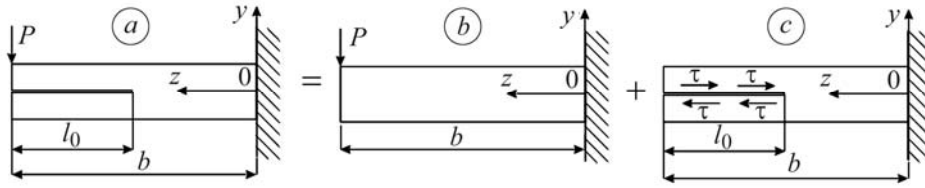


Рис. 2. Схема подання вихідної задачі (а) двома допоміжними задачами: згин бездефектної балки (b) та зсувним навантаженням на берегах крайової тріщини у балці (c).

Fig. 2. Scheme of original problem presentation (a) by two intermediate problems: defect-free beam bending (b) and shear loading at the edge crack faces in a beam (c).

При цьому зусилля  $\tau$  (рис. 2c) визначають для балки без тріщини (рис. 2b) на основі розподілу дотичних напружень у балці сталого перерізу за формулою Журавського та закону парності дотичних напружень

$$\tau = \tau_{\max}, \quad (1)$$

де  $\tau_{\max}$  – максимальне дотичне напруження, що діє в площині  $y = 0$ , яке у заданому поперечному перерізі за умов плоского згину балки (рис. 1) обчислюють за формулою:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{t_0 \cdot H} \cdot f_0(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta). \quad (2)$$

Тут введені такі позначення:

$$\alpha = a/H; \quad \varepsilon = e/H; \quad \theta_0 = t_0/T; \quad \theta = t/T, \quad (3)$$

$$f_0(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) = \frac{A_1(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) \cdot A_2(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta)}{2\theta_0 \cdot [B_1(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) + B_2(\alpha, \varepsilon, \theta)]}; \quad (4)$$

$$A_1(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) = 1 + 2\alpha \cdot (\theta - 1) - (\theta - \theta_0) \cdot \varepsilon/2; \quad (5)$$

$$A_2(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) = \frac{(\theta - \theta_0) \cdot \varepsilon^2/3 + 4(1 - \theta) \cdot \alpha^2 - 1}{(\theta - \theta_0) \cdot \varepsilon + 4(1 - \theta) \cdot \alpha - 2}; \quad (6)$$

$$B_1(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) = \frac{(\theta^2 + 4\theta\theta_0 + \theta_0^2) \cdot \varepsilon^3/8}{9(\theta + \theta_0)} + \frac{\theta(\alpha - \varepsilon/2)^3 - (\alpha - 1/2)^3}{3}; \quad (7)$$

$$B_2(\alpha, \varepsilon, \theta) = \theta \cdot (\alpha - \varepsilon/2) \cdot (\alpha + \varepsilon/2)^2 - (\alpha - 1/2) \cdot (\alpha + 1/2)^2. \quad (8)$$

Під час встановлення КІН поперечного зсуву для допоміжної задачі (рис. 2c) можна використати відомий відповідний наближений розв'язок задачі про дію сталих зсувних навантажень на берегах крайової тріщини [7] (рис. 3).

Для такої схеми КІН запишемо формулою:

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l_0} \cdot f_1(\lambda), \quad (9)$$

де

$$f_1(\lambda) = (1,12 - 0,56\lambda + 0,09\lambda^2 + 0,18\lambda^3) / \sqrt{1 - \lambda}; \quad (10)$$

$$\lambda = l_0/b \quad (0 \leq \lambda \leq 1). \quad (11)$$

Використовуючи попередні залежності для дотичного напруження  $\tau$  як зсувного зусилля на берегах тріщини, яке для заданого зразка визначають за форму-

лами (1), (2), залежність КІН  $K_{II}$  від силового навантаження і геометричних параметрів зразка остаточно набуде вигляду

$$K_{II} = \frac{P}{t_0 \cdot H} \sqrt{\pi l_0} \cdot F(\lambda), \quad (12)$$

де  $F(\lambda)$  – функція впливу геометрії зразка

$$F(\lambda) = f_0(\alpha, \varepsilon, \theta_0, \theta) \cdot f_1(\lambda). \quad (13)$$

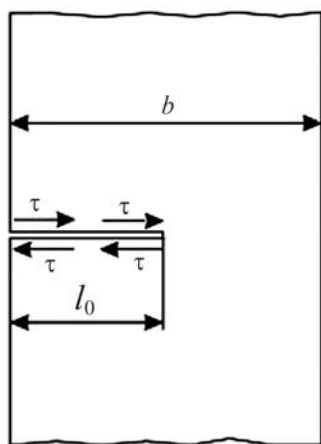


Рис. 3. Зсувне навантаження на берегах крайової тріщини у смузі.

Fig. 3. Shear loading at the edge crack faces in a strip.

Підставляючи у формули (3–13) конкретні розміри зразка  $2a = 15,9$  mm;  $b = 72,0$  mm;  $b_1 = 87,8$  mm;  $e = 1,4$  mm;  $h = 25,2$  mm;  $t = 3,2$  mm;  $t_0 = 1,1$  mm;  $H = 27,8$  mm;  $H_1 = 32,0$  mm;  $T = 9,6$  mm;  $L = 110,2$  mm;  $L_1 = 180,0$  mm, встановлюємо КІН  $K_{II}$  для довільної довжини бокової тріщини. Нижче (рис. 4) наведені результати обчислень на основі запропонованого методу суперпозицій напружених станів та результати, отримані методом скінченних елементів (МСЕ) [8] для часткового випадку – відсутності тертя берегів тріщини.

Зіставлення результатів незалежних обчислень свідчать про добру кореляцію на проміжку зміни відносної довжини тріщини  $0,45 \leq \lambda \leq 0,75$ .

Розбіжність зліва інтервалу є наслідком заміни початкового бокового концентратора у схемі суперпозицій напруженого стану вихідної задачі (див. рис. 2) тріщиною, а неврахування умов защемлення зразка на одному з країв у формулах (9)–(13) призводить до розбіжності справа. Однак наявного проміжку достатньо для досліджень статичної тріщиностійкості та побудови кінетичних діаграм втомного руйнування за поперечного зсуву.

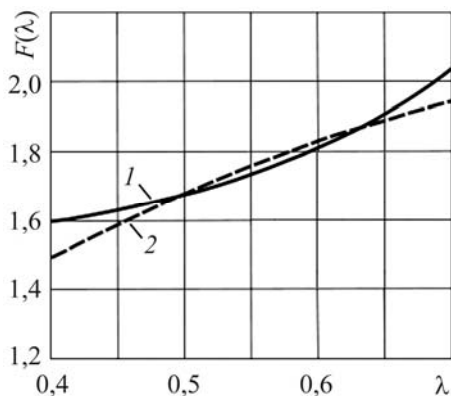


Рис. 4. Залежність відносних величин КІН поперечного зсуву від довжини тріщини: 1 – метод суперпозицій; 2 – МСЕ.

Fig. 4. Dependence of the relative values of SIF under transverse shear on the crack length: 1 – method of superposition; 2 – finite element method.

Запропоновані формули для визначення КІН  $K_{II}$  можна використовувати для побудови теоретичних моделей втомного росту тріщин поперечного зсуву як за ідеалізованих умов, нехтуючи тертям берегів тріщини, так і за умов, близьких до реальних (з врахуванням зусилля протидії поперечному зсуву берегів втомної тріщини).

## ВИСНОВКИ

Отримано формулу для визначення КІН  $K_{II}$  у балковому зразку двотаврового перерізу з боковими V-подібними канавками, навантаженого консольним згином.

Задовільна збіжність з результатами, отриманими МСЕ в діапазоні відносних довжин тріщини  $0,45 \leq \lambda \leq 0,75$ , підтверджує можливість використання цієї формули для встановлення характеристик циклічної чи статичної тріщиностійкості високоміцних конструкційних матеріалів, коли сили тертя на берегах тріщини незначні (коефіцієнт тертя берегів тріщини  $f_C \approx 0$ ) і ними можна знехтувати.

*РЕЗЮМЕ.* Используя метод суперпозиций напряженных состояний установлена формула для определения коэффициента интенсивности напряжений поперечного сдвига  $K_{II}$  в балочном образце двутаврового сечения. Сравнение расчетных результатов с теоретическими, полученными ранее методом конечных элементов, указывает на удовлетворительную их сходимость в широком диапазоне относительных длин трещины.

*SUMMARY.* Using the method of superposition of stress states the formula for determining the stress intensity factor  $K_{II}$  in the transverse shear of I-beam specimen is established. The calculated results are compared with the theoretical ones previously obtained by the finite element method, thus indicating their satisfactory convergence in a wide range of the relative crack lengths.

1. Buzzard R. J., Gross B., and Srawley J. E. Mode II fatigue crack growth specimen development // Fracture mechanics: Seventeenth Volume, ASTM STP 905 / Ed. J. H. Underwood, R. Chait, C. W. Smith et al. – Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1986. – P. 329–324.
2. Yuan W. G., Lai M. O., and Lee K. H. Evaluation of KII test specimens using J-integral // Finite Elements in Analysis and Design. – 1994. – № 18. – P. 211–224.
3. Панасюк В. В. Деякі актуальні проблеми міцності матеріалів і довговічності конструкцій // Фіз.-хім. механіка матеріалів – 2009. – 45, № 2. – С. 5–22.  
(Panasyuk V. V. Some urgent problems of the strength of materials and durability of structures // Materials Science. – 2009. – 45, № 2. – P. 141–161.)
4. Hellier A. K. and Zarrabi R. On the mode II fatigue threshold for mild steel // Int. J. of Fracture. – 2011. – 167, № 2. – P. 262–272.
5. Патент на корисну модель № 74163. Зразок для визначення характеристик циклічної тріщиностійкості конструкційних матеріалів за поперечного зсуву / Я. Л. Іваницький, Т. М. Ленковський, С. Т. Штаюра, Ю. В. Мольков. – Опубл. 25.10.2012, Бюл. № 20.
6. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 246 с.
7. Саєрук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
8. Методика побудови кінетичних діаграм втомного руйнування сталей за поперечного зсуву з врахуванням тертя берегів тріщини / Я. Л. Іваницький, Т. М. Ленковський, В. М. Бойко, С. Т. Штаюра // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – № 6.– С. 41–45.

Одержано 20.09.2013