

УДК 539.375

**ВПЛИВ ПЛАСТИЧНОСТІ З'ЄДНУВАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ
НА ПОВОРОТ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ
МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ***М. В. ДУДИК¹, Ю. В. ДІХТЯРЕНКО¹, В. М. ДЯКОН²*¹ *Уманський державний педагогічний університет;*² *Уманський відокремлений підрозділ Європейського університету*

Подано розв'язок задачі про зону передруйнування, що в умовах плоскої деформації розвивається з вершини міжфазної тріщини, яка збігається з кутовою точкою межі поділу двох різних матеріалів. Зону передруйнування змодельовано лінією розриву дотичного переміщення на межі поділу та бічною лінією розриву нормального переміщення. Отримано рівняння для обчислення довжини обох ліній розриву і вирази для визначення розкриття тріщини. Досліджено вплив пластичності з'єднувального матеріалу на напрямок і умови зрушення тріщини.

Ключові слова: *кутова точка межі поділу середовищ, міжфазна тріщина, міжфазна пластична смуга, бічна зона передруйнування, поворот тріщини.*

Пластичність відіграє важливу роль у міцності матеріалів, сприяючи їх розвантаженню в околі концентраторів напружень і, як наслідок, зростанню граничних рівноважних навантажень [1]. Нехтуючи пластичність матеріалів, досліджували [2] поворот міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки межі поділу двох різних середовищ. Нижче вивчено вплив пластичності з'єднувального матеріалу на початковий поворот тріщини, який розглянуто як результат двох подальших процесів. Припускали, що на початковому етапі з вершини тріщини по межі поділу поширюється вузька пластична смуга, яка змінює напружено-деформований стан в околі вершини, проте не усуваючи концентрацію напружень. Тому на наступному етапі у менш тріщиностійкому матеріалі композиту утворюється нахилена до межі поділу бічна зона передруйнування, а після досягнення в її вихідній точці (вершині тріщини) критичного розкриття відбуваються розрив міжчастинкових зв'язків і зрушення тріщини. Це передбачає послідовне розв'язання двох таких задач. У першій за моделлю Леонова–Панасюка визначають розміри початкової пластичної смуги на межі поділу матеріалів і напружено-деформований стан в околі вершини тріщини після утворення смуги, які використовують для розв'язання задачі про вторинну бічну зону передруйнування, а також знаходять умови зрушення тріщини.

Параметри початкової пластичної смуги у з'єднувальному матеріалі. В умовах плоскої деформації розглянемо задачу про маломасштабну пластичну смугу в околі вершини міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки межі поділу двох однорідних ізотропних середовищ з модулями Юнга E_1 , E_2 і коефіцієнтами Пуассона ν_1 , ν_2 . Припускаємо, що з'єднувальний матеріал пластичніший, ніж матеріали з'єднаних частин тіла. Тому, нехтуючи товщину з'єднувального матеріалу, моделюватимемо пластичну смугу лінією розриву дотичного переміщення, на якій дотичне напруження дорівнює границі текучості з'єднувального матеріалу за зсуву τ_s [3].

Вважаючи, що довжина початкової пластичної смуги l значно менша від довжини тріщини L та всіх інших розмірів тіла, для визначення параметрів смуги і напружено-деформованого стану в її околі розглядатимемо тіло як кусково-однорідну площину з межею поділу середовищ у вигляді сторін кута, з вершини якого вздовж однієї зі сторін виходить півнескінченна тріщина з вільними від навантаження берегами, вздовж іншої – лінія розриву дотичного переміщення скінченної довжини. На нескінченності формулюємо умову можливості збігу шуканого розв'язку з розв'язком аналогічної задачі теорії пружності, коли лінія розриву відсутня [4], який характеризується коренями λ рівняння

$$D(\lambda) = 0, \quad (1)$$

$$D(\lambda) = -(1 + \kappa_1)^2 d_1 - 4(1 + \kappa_1)(e - 1) d_1 d_2 - e^2 (1 + \kappa_2)^2 d_3 + \\ + 4(e - 1)^2 d_1 d_3 + 4e(1 + \kappa_2)(e - 1) d_3 d_4 + 2e(1 + \kappa_2)(1 + \kappa_1) d_5,$$

$$d_1 = (\lambda + 1)^2 \sin^2 \alpha - \sin^2(\lambda + 1)\alpha,$$

$$d_2 = \sin^2(\lambda + 1)(2\pi - \alpha), \quad d_3 = (\lambda + 1)^2 \sin^2 \alpha - \sin^2(\lambda + 1)(2\pi - \alpha),$$

$$d_4 = \sin^2(\lambda + 1)\alpha, \quad d_5 = d_1 + \sin(\lambda + 1)\alpha \sin 2\lambda\pi \cos(\lambda + 1)(2\pi - \alpha);$$

$$e = \frac{1 + \nu_2}{1 + \nu_1} \cdot \frac{E_1}{E_2}, \quad \kappa_{1(2)} = 3 - 4\nu_{1(2)}.$$

Розв'язок відповідної крайової задачі знайшли методом Вінера–Гопфа [5], як і подібної задачі про міжфазну зону передруйнування, яку моделювали лінією розриву нормального переміщення [6]. У результаті одержали такі трансцендентні рівняння для визначення відносної довжини $x = l/L$ пластичної смуги залежно від коренів характеристичного рівняння (1), що задовольняють умову $-1 < \operatorname{Re} \lambda < 0$:

а) характеристичне рівняння з двома або трьома дійсними коренями:

$$\sum_i n_i F(\lambda_i) N(\lambda_i) x^{\lambda_i} = \operatorname{sgn}(F(\lambda_1)) \frac{N(0)}{\tau}, \quad (2)$$

$$n_i = \frac{C_i}{C_1} \frac{L^{\lambda_i}}{L^{\lambda_1}}, \quad N(\lambda) = \frac{K^+(-\lambda - 1)}{(\lambda + 1)G^+(-\lambda - 1)}, \quad \tau = \frac{|C_1| L^{\lambda_1}}{\tau_s};$$

б) з двома комплексно-спряженими коренями ($\lambda_1 = \bar{\lambda}_2 = \lambda_r + i\lambda_m$) і одним або без жодного дійсного кореня λ_3 :

$$x^{\lambda_r} \cos(\lambda_m \ln x + \varphi + \xi + \psi) + n_3 M x^{\lambda_3} = \frac{S}{\tau}, \quad (3)$$

$$\varphi = \arg(F(\lambda_1)), \quad \xi = \arg N(\lambda_1), \quad \psi = \arctg n, \quad n = \frac{K_{II}}{K_I}, \quad \tau = \frac{|K| L^{\lambda_r}}{\sqrt{2\pi} \tau_s},$$

$$n_3 = \frac{\sqrt{2\pi} C_3}{|K|} \frac{L^{\lambda_3}}{L^{\lambda_r}}, \quad M = \frac{F(\lambda_3) N(\lambda_3)}{2 |F(\lambda_1)| |N(\lambda_1)|}, \quad S = \frac{N(0)}{2 |F(\lambda_1)| |N(\lambda_1)|}.$$

Тут C_i – сталі, що характеризують інтенсивність зовнішнього силового поля і задані за умовою задачі (для комплексних коренів $C_1 = \bar{C}_2 = (K_I + iK_{II}) / \sqrt{2\pi} L^{i\lambda_m}$, $K = K_I + iK_{II}$ – комплексний коефіцієнт інтенсивності напружень; ψ – фазовий кут, який характеризує ступінь змішування мод навантаження; n – параметр змішування мод);

$$F(\lambda) = \frac{X(1 + \kappa_1)[e(1 + \kappa_2)h_2 - 2d_1h_1]}{\Delta}, \quad X = \sqrt{\frac{(e + \kappa_1)}{8\pi(1 + e\kappa_2)}},$$

$$\Delta = 2(1 + \kappa_1)d_6 - e(1 + \kappa_2)d_7 + 4(e - 1)(\lambda \sin(\lambda + 2)(2\pi - \alpha)d_8 + \sin \lambda \alpha d_9),$$

$$h_1 = 2(e - 1)(\lambda + 2)\sin(\lambda + 1)(2\pi - \alpha)\sin \alpha + (1 + \kappa_1)\cos(\lambda + 2)(2\pi - \alpha),$$

$$h_2 = 2d_1 \cos(\lambda + 2)(2\pi - \alpha) + [(\lambda + 2)\sin(\lambda + 2)\alpha - \lambda \sin \lambda \alpha] \sin 2\lambda\pi,$$

$$d_6 = \lambda \sin \alpha \cos(\lambda + 1)(2\pi - \alpha) - \sin \lambda \alpha \cos 2\lambda\pi,$$

$$d_7 = (\lambda + 2)\sin \lambda(2\pi - \alpha) - \lambda \sin(\lambda + 2)(2\pi - \alpha),$$

$$d_8 = (\lambda + 2)\sin^2 \alpha - \sin^2(\lambda + 1)\alpha,$$

$$d_9 = (\lambda + 2)\sin(\lambda + 1)(2\pi - \alpha)\sin(\lambda + 1)\alpha - \sin(\lambda + 2)(2\pi - \alpha)\sin(\lambda + 2)\alpha;$$

$$K^+(p) = \frac{\Gamma(1-p)}{\Gamma(0,5-p)}, \quad G^+(p) = \exp\left[\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{\ln G(z)}{z-p} dz\right] \quad (\operatorname{Re} p < 0),$$

$$G(p) = \frac{(1 + \kappa_1)D_1(p) \cos p\pi}{AD(-1-p) \sin p\pi}, \quad A = \frac{(1 + \kappa_1 + e(1 + \kappa_2))(1 + \kappa_1)}{2(\kappa_1 + e)(1 + e\kappa_2)},$$

$$D_1(p) = e(1 + \kappa_2)\Delta_1\Delta_2 - (1 + \kappa_1)\Delta_3\Delta_4,$$

$$\Delta_1(p) = p^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 p(2\pi - \alpha), \quad \Delta_2(p) = p \sin 2\alpha + \sin 2p\alpha,$$

$$\Delta_3(p) = p^2 \sin^2 \alpha - \sin^2 p\alpha, \quad \Delta_4(p) = p \sin 2\alpha - \sin 2p(2\pi - \alpha).$$

Якщо $\alpha = \pi$, розв'язок досліджуваної задачі з рівнянням (3) переходить у розв'язок аналогічної задачі [7] для міжфазної пластичної смуги на продовженні тріщини, що лежить на плоскій межі поділу.

Знайшли також поле напружень біля вершини тріщини, яке змінилося через утворення міжфазної пластичної смуги. Тензор напружень має вигляд

$$\sigma_{ik}(r, \theta) = \sum_s g_{ik}(\theta, \lambda'_s) r^{\lambda'_s}, \quad r \rightarrow 0, \quad (4)$$

де $g_{ik}(\theta, \lambda'_s)$ – відомі функції; λ'_s ($\operatorname{Re} \lambda'_s > -1$) – корені рівняння

$$D_1(-1 - \lambda'_s) = 0. \quad (5)$$

Згідно з виразом (4) поведінка напружень у кутовій точці після виникнення в її околі міжфазної пластичної смуги буде сингулярною, якщо рівняння (5) матиме корені у смугі $-1 < \operatorname{Re} \lambda' < 0$, що підтверджують числові розрахунки.

Параметри бічної зони передруйнування. Оскільки з появою міжфазної пластичної смуги концентрація напружень не зникає, слід очікувати розвиток з вершини тріщини вторинної зони передруйнування у матеріалі з пружними параметрами E_1, ν_1 , який припускаємо найменш тріщиностійким. Згідно з гіпотезою локалізації [3] і δ_c -моделлю [8] подаємо зону нахиленою під кутом β до межі поділу лінією розриву нормального переміщення довжини d , значно меншої від довжин тріщини L і міжфазної пластичної смуги l . На лінії розриву нормальне напруження дорівнює опору відриву першого матеріалу σ_1 . Розв'язок задачі про вторинну зону передруйнування подібний до розв'язку задачі про бічну зону передруйнування без міжфазної пластичної смуги [2] і призводить до таких рівнянь для визначення її відносної довжини $y = d/L$:

$$\sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta)}{N(\lambda'_s)} y^{\lambda'_s} \sum_i n_i F(\lambda_i) N(\lambda_i) m(\lambda_i, \lambda'_s) x^{\lambda_i - \lambda'_s} = \frac{\sigma_1 N_1(0, \beta)}{\tau \tau_s},$$

якщо λ_i – дійсні, і

$$\sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta)}{N(\lambda'_s)} y^{\lambda'_s} \left[2 |F(\lambda_1)| |N(\lambda_1)| |m(\lambda_1, \lambda'_s)| x^{\operatorname{Re} \lambda_1 - \lambda'_s} \times \right. \\ \left. \times \cos(\operatorname{Im} \lambda_1 \cdot \ln x + \varphi + \xi + \psi + \mu_s) + n_3 F(\lambda_3) N(\lambda_3) m(\lambda_3, \lambda'_s) x^{\lambda_3 - \lambda'_s} \right] = \frac{\sigma_1 N_1(0, \beta)}{\tau \tau_s},$$

якщо λ_1, λ_2 – комплексні. Тут $R(p, \beta) = -\frac{2q(p, \beta)}{D_1'(p)}$, $D_1'(p) = \frac{dD_1(p)}{dp}$,

$$q(p, \beta) = e(1 + \kappa_2) [p \sin \alpha (p \sin \alpha \psi_1 - \sin p(2\pi - \alpha) \psi_2) + \\ + \sin p \alpha (p \sin \alpha \psi_3 - \sin p(2\pi - \alpha) \psi_4)] + \\ + [2(e - 1)(p \sin \alpha \psi_5 - \sin p(2\pi - \alpha) \psi_6) - (1 + \kappa_1) \psi_7] \Delta_1(p),$$

$$\psi_1 = p \sin(\alpha + \beta) \sin(p\beta - \alpha) - \sin p\beta \sin \beta,$$

$$\psi_2 = p \sin \beta \sin [p(2\pi - \alpha - \beta) - \alpha] - \sin(\alpha + \beta) \sin p(2\pi - \alpha - \beta),$$

$$\psi_3 = p \sin(\alpha + \beta) \sin p(\alpha + \beta) - \sin p\beta \sin(p\alpha + \alpha + \beta),$$

$$\psi_4 = p \sin \beta \sin p(2\pi - \beta) + \sin p(2\pi - \alpha - \beta) \sin(p\alpha - \beta),$$

$$\psi_5 = p \cos p\beta \sin(\alpha + \beta) - \sin p\beta \cos(\alpha + \beta),$$

$$\psi_6 = p \sin \beta \cos p(2\pi - \alpha - \beta) + \cos \beta \sin p(2\pi - \alpha - \beta),$$

$$\psi_7 = p \sin(\alpha + \beta) \sin(p\beta - \alpha) + \sin p(2\pi - \alpha - \beta) \sin [p(2\pi - \alpha) + \beta];$$

$$N_1(\lambda, \beta) = \frac{K^+(-\lambda - 1)}{(\lambda + 1)I(\lambda, \beta)}, \quad I(\lambda, \beta) = \exp \left[\frac{\lambda + 1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln G_1(it, \beta)}{t^2 + (\lambda + 1)^2} dt \right];$$

$$G_1(p, \beta) = \frac{D_2(p, \beta) \cos p\pi}{D_1(p) \sin p\pi},$$

$$D_2(p, \beta) = (1 + \kappa_1)(4\delta_1\delta_2 + \delta_3\delta_4)\Delta_3 - e(1 + \kappa_2)(\delta_3\delta_5 - \delta_2\delta_6)\Delta_2,$$

$$\delta_1 = \sin^2 \beta - \cos^2 p\beta, \quad \delta_2(p) = p^2 \sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2 p(2\pi - \alpha - \beta),$$

$$\delta_3(p) = p \sin 2(\alpha + \beta) + \sin 2p(2\pi - \alpha - \beta), \quad \delta_4(p) = p \sin 2\beta + \sin 2p\beta,$$

$$\delta_5(p) = p^2 \sin^2 \beta - \sin^2 p\beta, \quad \delta_6(p) = p \sin 2\beta - \sin 2p\beta,$$

$$m(\lambda_i, \lambda'_s) = \frac{\lambda_i}{\lambda'_s(\lambda'_s - \lambda_i)}, \quad \mu_s = \arg m(\lambda_1, \lambda'_s).$$

Орієнтацію зони передруйнування визначаємо з критерію максимуму потенціальної енергії, накопиченої в зоні передруйнування, еквівалентного умовам вибору напрямку зони

$$-\sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta)}{N(\lambda'_s)} \frac{\lambda'_s}{(\lambda'_s + 2)I(0, \beta)} y^{2+\lambda'_s} \sum_i n_i F(\lambda_i) N(\lambda_i) m(\lambda_i, \lambda'_s) x^{\lambda_i - \lambda'_s} = \max,$$

якщо λ_i – дійсні, і

$$-\sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta)}{N(\lambda'_s)} \frac{\lambda'_s}{(\lambda'_s + 2) I(0, \beta)} y^{2+\lambda'_s} \left[2 |F(\lambda_1)| |N(\lambda_1)| |m(\lambda_1, \lambda'_s)| x^{\text{Re} \lambda_1 - \lambda'_s} \times \right. \\ \left. \times \cos(\text{Im} \lambda_1 \cdot \ln x + \varphi + \xi + \psi + \mu_s) + n_3 F(\lambda_3) N(\lambda_3) m(\lambda_3, \lambda'_s) x^{\lambda_3 - \lambda'_s} \right] = \max,$$

якщо λ_1, λ_2 – комплексні.

З розв'язку задачі знайдемо розкриття зони передруйнування біля вершини тріщини як стрибок нормального переміщення

$$\delta = -\frac{4(1-\nu_1^2)L}{E_1 \sqrt{\pi G_1(0)}} \tau \tau_s \sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta) \lambda'_s}{N(\lambda'_s)(1+\lambda'_s)} y^{1+\lambda'_s} \sum_i n_i F(\lambda_i) N(\lambda_i) m(\lambda_i, \lambda'_s) x^{\lambda_i - \lambda'_s},$$

якщо λ_i – дійсні, і

$$\delta = -\frac{4(1-\nu_1^2)L}{E_1 \sqrt{\pi G_1(0)}} \tau \tau_s \sum_s \frac{R(-1-\lambda'_s, \beta) N_1(\lambda'_s, \beta) \lambda'_s}{N(\lambda'_s)(1+\lambda'_s)} y^{1+\lambda'_s} \times \\ \times \left[2 |F(\lambda_1)| |N(\lambda_1)| |m(\lambda_1, \lambda'_s)| x^{\text{Re} \lambda_1 - \lambda'_s} \times \cos(\text{Im} \lambda_1 \cdot \ln x + \varphi + \xi + \psi + \mu_s) + \right. \\ \left. + n_3 F(\lambda_3) N(\lambda_3) m(\lambda_3, \lambda'_s) x^{\lambda_3 - \lambda'_s} \right],$$

якщо λ_1, λ_2 – комплексні.

Результати та їх аналіз. Розрахунки за рівняннями (2), (3) свідчать, що довжина міжфазної пластичної смуги нелінійно зростає зі збільшенням зовнішнього навантаження, яке входить у рівняння через безрозмірний параметр τ . На розмір смуги відчутно впливає конфігурація навантаження (співвідношення дотичних і нормальних напружень), яку задають множниками n_i або параметром змішування мод n . Довжина пластичної смуги суттєво залежить від кута розхилу α межі поділу середовищ, причому існують кути, коли розмір смуги максимальний, тобто відповідна орієнтація прикладених до тіла зовнішніх сил сприяє розвитку зони, а отже, максимальному розвантаженню матеріалів біля вершини тріщини (рис. 1).

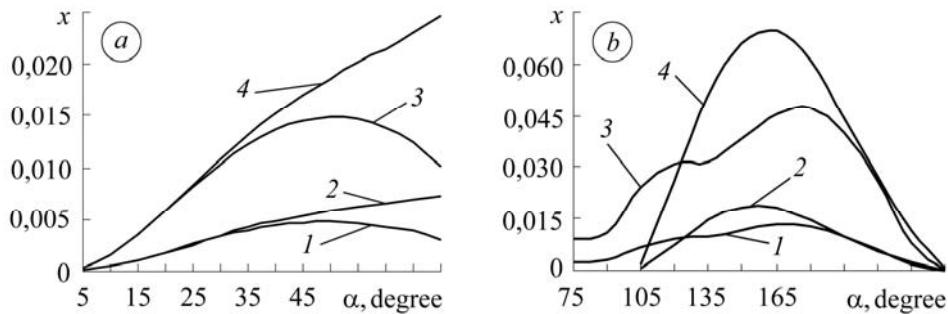


Рис. 1. Залежність відносної довжини пластичної смуги x від кута розхилу межі поділу середовищ α ($E_1/E_2 = 0,25$, $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $n_3 = 0$) для дійсних (а) та комплексних (б) коренів характеристичного рівняння (1) (а: 1 – $\tau = 0,2$, $n_2 = 0$;

2 – $\tau = 0,2$, $n_2 = 1$; 3 – $\tau = 0,4$, $n_2 = 0$; 4 – $\tau = 0,4$, $n_2 = 1$;

б: 1 – $\tau = 0,2$, $n = -1$; 2 – $\tau = 0,2$, $n = -\infty$; 3 – $\tau = 0,4$, $n = -1$; 4 – $\tau = 0,4$, $n = -\infty$).

Fig. 1. Dependence of a relative length of the plastic strip x on the opening angle of the interface α ($E_1/E_2 = 0.25$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$; $n_3 = 0$) for the case of real (a)

and of complex (b) roots of characteristic equation (1) (a: 1 – $\tau = 0.2$, $n_2 = 0$;

2 – $\tau = 0.2$, $n_2 = 1$; 3 – $\tau = 0.4$, $n_2 = 0$; 4 – $\tau = 0.4$, $n_2 = 1$;

b: 1 – $\tau = 0.2$, $n = -1$; 2 – $\tau = 0.2$, $n = -\infty$; 3 – $\tau = 0.4$, $n = -1$; 4 – $\tau = 0.4$, $n = -\infty$).

Для аналізу впливу міжфазної пластичної смуги на розмір і напрямок поширення бічної зони передруйнування використовували однакові параметри з'єднаних матеріалів і навантаження за наявності смуги і без неї [2]. Враховували, що безрозмірні параметри навантаження τ і σ з праці [2] зв'язані співвідношенням $\sigma = \tau_s \tau / \sigma_1$, що дає можливість безпосередньо порівнювати отримані характеристики зони передруйнування з такими ж, обчисленими за відсутності бічної пластичної смуги.

Розрахунки, виконані за окремих параметрів з'єднаних частин кусково-однорідного тіла, свідчать, що кут нахилу зони передруйнування слабо залежить від навантаження (рис. 2a), проте суттєво – від його конфігурації, а також кута розхилу межі поділу (рис. 3a, d). При цьому через достатньо розвинуту міжфазну пластичну смугу ($x > 0,01$) кут відхилення зони від межі поділу збільшується майже на 20° , тоді як слабо розвинена смуга при $\alpha < 30^\circ$, $n_2 = 1$ (рис. 3a) та при $\alpha \leq 90^\circ$, $n = -1$ і $105^\circ \leq \alpha \leq 125^\circ$, $n = -\infty$ (рис. 3d) майже не впливає на напрям поширення вторинної смуги.

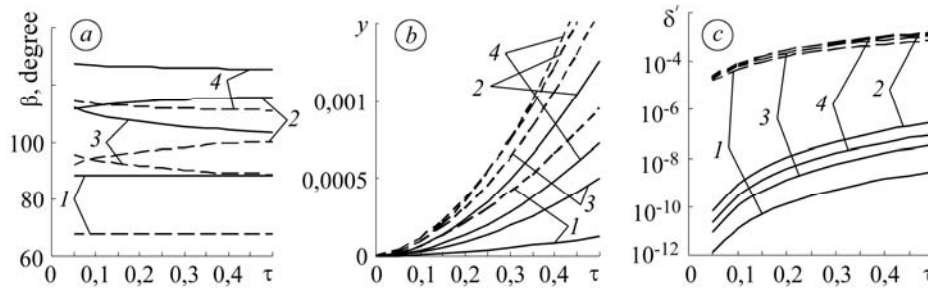


Рис. 2. Залежності кута нахилу зони передруйнування до межі поділу (a), відносної довжини (b) і відносного розкриття (c) бічної зони передруйнування від безрозмірного параметра навантаження τ ($E_1/E_2 = 0,25$; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $n_3 = 0$; $\sigma_1/\tau_0 = 10$): 1 – $\alpha = 50^\circ$, $n_2 = 0$; 2 – $\alpha = 50^\circ$, $n_2 = 1$; 3 – $\alpha = 150^\circ$, $n = -1$; 4 – $\alpha = 150^\circ$, $n = -\infty$ (штрихові лінії відповідають зоні передруйнування за відсутності міжфазної пластичної смуги).

Fig. 2. Dependences of a slope angle of the process zone to the interface (a), relative length (b) and relative opening displacement of the process zone (c) on the dimensionless parameter of the load τ ($E_1/E_2 = 0,25$; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $n_3 = 0$; $\sigma_1/\tau_0 = 10$): 1 – $\alpha = 50^\circ$, $n_2 = 0$; 2 – $\alpha = 50^\circ$, $n_2 = 1$; 3 – $\alpha = 150^\circ$, $n = -1$; 4 – $\alpha = 150^\circ$, $n = -\infty$ (dotted lines correspond to the process zone in the absence of the interfacial plastic strip).

З появою на межі поділу пластичної смуги довжина зони передруйнування зменшується в кілька разів (рис. 2b; 3b, e) за одного і того ж навантаження, ніж за її відсутності, але для слабо розвиненої смуги ($x \leq 0,01$) за деяких конфігурацій навантаження і кутів розхилу α довжина зони виявляється більшою (рис. 3e).

Пластична смуга суттєво впливає на розкриття тріщини $\delta' = \frac{E_1}{4(1-\nu_1^2)\sigma_1} \frac{\delta}{L}$

(рис. 2c; 3c, f). Розкриття за наявності міжфазної пластичної смуги на декілька порядків менше, ніж за її відсутності. Тому, згідно з критерієм критичного розкриття тріщини [8], для розриву міжчастинкових зв'язків у зоні передруйнування і зрушення в її напрямку початкової міжфазної тріщини потрібні значно більші зовнішні навантаження, ніж для непластичного з'єднувального матеріалу. Таким чином, пластичність стримує зрушення тріщини. Орієнтація зони передруйнування визначає напрямок її подальшого поширення. Тому, екстраполюючи значення кута нахилу зони (рис. 2a) за великих навантажень, можна передбачити кут початкового повороту тріщини за досягнення максимального навантаження, коли

розкриття зони стає критичним для першого матеріалу. Умовою такої екстраполяції отриманого вище розв'язку є малість розмірів зони передруйнування порівняно з довжиною тріщини аж до її зрушення. Оскільки пластична смуга призводить до розвантаження матеріалу в околі вершини тріщини і суттєво зменшує її розкриття ($2c$; $3c$, f), то і граничне навантаження буде значно вище, ніж за її відсутності.

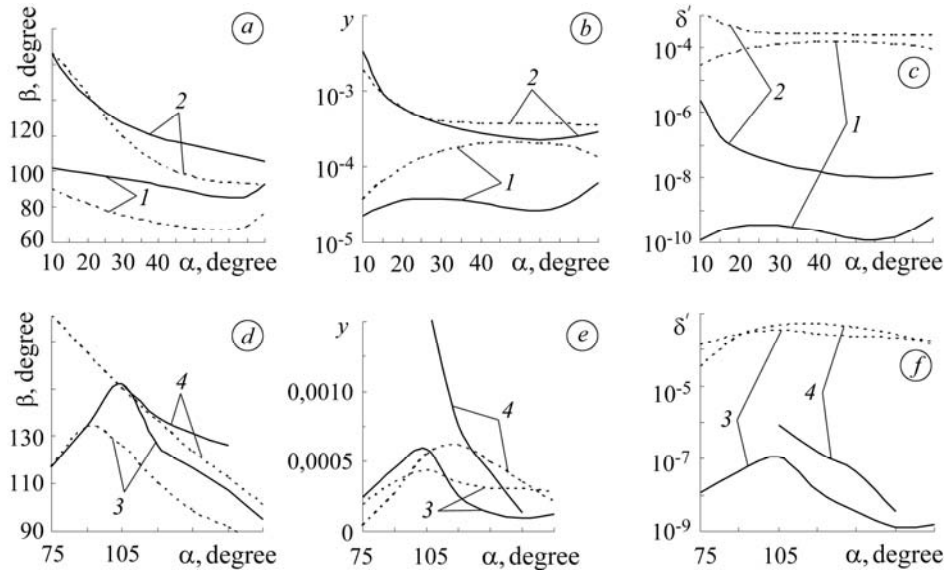


Рис. 3. Залежність кута нахилу зони передруйнування (*a, d*), відносних її довжини (*b, e*) та розкриття (*c, f*) від кута розхилу межі поділу середовищ ($E_1/E_2 = 0,25$; $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$; $\tau = 0,2$; $n_3 = 0$; $\sigma_1/\tau_0 = 10$) для дійсних (*a-c*) та комплексних (*d-f*) коренів λ_i характеристичного рівняння (1): 1 – $n_2 = 0$; 2 – $n_2 = 1$; 3 – $n = -1$; 4 – $n = -\infty$ (штрихові лінії відповідають зоні передруйнування за відсутності міжфазної пластичної смуги).

Fig. 3. Dependence of a slope angle of the process zone to the interface (*a, d*), relative length (*b, e*) and relative opening displacement of the process zone (*c, f*) on the opening angle of the interface α ($E_1/E_2 = 0.25$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$; $\sigma = 0.2$; $n_3 = 0$; $\sigma_1/\tau_0 = 10$) for the case of real (*a-c*) and of complex (*d-f*) roots λ_i of characteristic equation (1): 1 – $n_2 = 0$; 2 – $n_2 = 1$; 3 – $n = -1$; 4 – $n = -\infty$ (dotted lines correspond to the process zone in the absence of the interfacial plastic strip).

ВИСНОВКИ

На основі моделі Леонова–Панасюка методом Вінера–Гопфа отримано розв'язок задачі для початкової зони передруйнування, що розвивається з вершини міжфазної тріщини, яка виходить з кутової точки межі поділу. Зону утворюють міжфазна пластична смуга та вторинна бічна зона передруйнування, розміри яких залежать від кута розхилу межі поділу, пружних параметрів з'єднаних матеріалів і навантаження. Виявлено, що пластична смуга залежно від напрямку навантаження і кута розхилу може як збільшувати, так і зменшувати розміри бічної зони. Встановлено, що міжфазна пластична смуга послаблює концентрацію напружень в околі кутової точки. Досліджено вплив пластичної смуги у з'єднувальному матеріалі на орієнтацію і умови зрушення тріщини. Встановлено, що за достатньо розвинутої міжфазної пластичної смуги кут повороту тріщини збільшується від межі поділу майже на 20° , тоді як слаборозвинена смуга не впливає на напрям її поширення. Також через пластичність з'єднувального матеріалу суттєво збільшується граничне навантаження, за якого починається подальше поширення тріщини.

РЕЗЮМЕ. Приведено решение задачи о зоне предразрушения, которая в условиях плоской деформации развивается из вершины межфазной трещины, совпадающей с угловой точкой границы раздела двух различных материалов. Зону предразрушения смоделировано линией разрыва касательного смещения на границе раздела и боковой линией разрыва нормального смещения. Получены уравнения для расчета длины обеих линий разрыва и выражения для определения раскрытия трещины. Исследовано влияние пластичности связующего на направление и условия страгивания трещины.

SUMMARY. The solution of the problem on the prefracture zone developing in the plain strain conditions from the interface crack tip which coincides with the corner point of two dissimilar materials interface is presented. The prefracture zone is modelled by the line of rupture of tangential displacement at the interface and by the side line of rupture of normal displacement. The equations for the length of both rupture lines calculation and expressions for the crack opening displacement are obtained. The influence of the joint material plasticity on the direction and crack moving conditions is investigated.

1. *Партон В. З., Морозов Е. М.* Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
2. *Дудик М. В., Діхтяренко Ю. В.* Дослідження початкового етапу повороту міжфазної тріщини у кутовій точці межі поділу середовищ // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – **47**, № 5. – С. 53–59.
(*Dudyk M. V. and Dikhtyarenko Yu. V.* Investigation of the initial stage of kinking of an interface crack at an angular point of the interface of two media // *Materials Science.* – 2011. – **47**, № 5. – P. 627–635).
3. *Панасюк В. В., Саврук М. П.* Модель смуг пластичності в пружнопластичних задачах механіки руйнування // Там же. – 1992. – **28**, № 1. – С. 49–68.
(*Panasjuk V. V. and Savruk M. P.* Model for plasticity bands in elastoplastic failure mechanics // *Soviet Materials Science.* – 1992. – **28**, № 1. – P. 41–57).
4. *Theocaris P. S. and Gdoutos E. E.* Stress singularities in cracked composite full-planes // *Int. J. Fract.* – 1977. – **13**, № 6. – P. 763–773.
5. *Нобл Б.* Метод Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 278 с.
6. *Дудик М. В., Діхтяренко Ю. В.* Розвиток зони передруйнування від міжфазної тріщини у кутовій точці межі розділу двох пружних середовищ // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2011. – **54**, № 2. – С. 52–59.
7. *Каминский А. А., Кипнис Л. А., Колмакова В. А.* Линия скольжения в конце разреза на границе раздела различных сред // *Прикл. механика.* – 1995. – **31**, № 6. – С. 86–91.
8. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 246 с.

Одержано 09.10.2012