

УДК 621.501.72

П. І. Ковальчук*, д-р. техн. наук,

О. С. Демчук**, канд. техн. наук,

Р. Ю. Коваленко*

*Інститут водних проблем і меліорації НААН України, м. Київ,

**Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ЗАБРУДНЕННЯ В РІЧКАХ ПРИ ПРОМИВКАХ ІЗ ВОДОСХОВИЩ

Розглянуто проблему математичного моделювання процесів поширення забруднень в річках при промивках із водосховищ. Розроблено балансову двошарову модель динаміки руху потоку при промивці. Створено програмний комплекс, що реалізує моделювання процесів промивки р. Інгулець водами з Карачунівського водосховища.

Ключові слова: забруднення річки, промивка із водосховища, балансова модель, донні відкладення, якість води для зрошення, витрата води.

Вступ. Водогосподарська ситуація гірничорудних підприємств Кривбасу характеризується надлишком зворотних вод. Щорічно в Кривбасі відкачується майже 18-20 млн. м³ кар'єрних вод та 20-22 млн м³ шахтних вод з мінералізацією від 5 до 96 г/л. Шахтні води є переважно хлоридними водами з високим вмістом хлорид-, натрій-, сульфат-, магній-, та кальцій-іонів, що перевищують ГДК для поверхневих вод [1].

Найбільшими забруднювачами басейну р. Інгулець являються: голвна притока р. Саксагань; хвостосховища, які знаходяться біля р. Інгулець; ставки, зокрема балка Свистуново. В залежності від виду забруднювачів здійснюється формалізація їх впливу на об'єкт (безпосереднє змішування потоків, поширення забруднень через ґрунтові води та ін.).

У хвостосховищах в басейні р. Інгулець складаються відходи збагачення залізних та уранових руд. Крім того, вони виконують важливу водорегулюючу функцію, оскільки є найважливішою складовою ланкою системи оборотного водопостачання комбінатів [2].

Проблема хвостосховищ полягає в тому, що в них скидаються також і високомінералізовані шахтні води, внаслідок чого мінералізація води у водоймах хвостосховищ збільшується. Ці води утворюють небезпеку виникнення потужних гідрохімічних аномалій, які мають негативний вплив на прилеглу територію і поверхневі води. У Криворізькому басейні розташовані наступні хвостосховища (рис. 1):

Північного гірничо-збагачувального комбінату (ПівнГЗК), Центрального гірничо-збагачувального комбінату (ЦГЗК), хвостосховище Миролюбівське Інгулецького гірничо-збагачувального комбінату (ІнГЗК) та об'єднане хвостосховище Новокриворізьського (НкГЗК) та Південного (ПівдГЗК) гірничо-збагачувальних комбінатів [1].

Через ґрунтові води розчини мігрують із хвостосховищ у притоки р. Інгулець або в саму річку. Цим самим вони являються дифузними джерелами забруднення поверхневих вод. Математичне моделювання інфільтрації забруднюючих речовин у річку здійснюється на основі моделі [3] із розв'язанням оберненої задачі визначення інтенсивності впливу дифузного джерела забруднень.

З метою поліпшення ситуації Держводагентство України організовує проведення промивання русла р. Інгулець за рахунок подачі води по каналу Дніпро-Інгулець (60–65 млн. м³). Це у деякій мірі поліпшує хімічний склад води у р. Інгулець, але повністю не вирішує проблему одержання задовільної якості води для зрошення.

Ставиться задача сценарного аналізу різних варіантів промивки й вибору найбільш оптимального з них, що забезпечить необхідну якість води для здійснення зрошення на Інгулецькій зрошувальній системі (рис. 1).

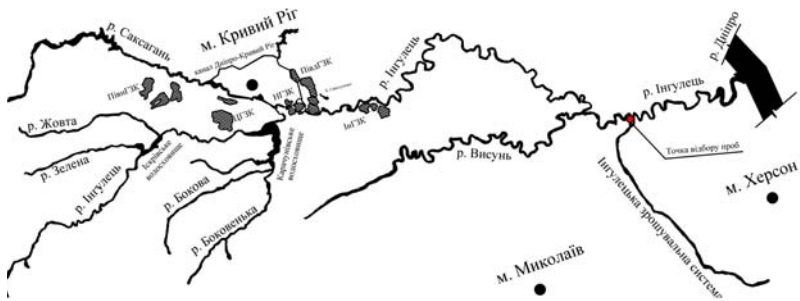


Рис. 1. Схема басейну р. Інгулець з її притоками та розташуванням основних хвостосховищ у Криворізькому басейні

Математична модель динаміки забруднення річки при промивці з водосховища. Із системи рівнянь Сен-Венана, що описує нестационарний рух рідини у відкритих руслах, матимемо:

$$b \frac{\partial y_1}{\partial t} + \frac{\partial Q_1}{\partial x} = q, \quad (1)$$

де $y_1(x, t)$ — глибина води (у верхньому шарі); $Q_1(x, t)$ — витрати води в руслі (верхній шар); $q(x, t)$ — розподілений боковий притік; $b(y)$ — ширина потоку по вільній поверхні води.

Це рівняння з координатою t , як нестационарне, розглядається вздовж руху хвилі по x . Після проходження хвилі $\frac{\partial y_1}{\partial t} = 0$ і дане рівняння стає стаціонарним: $\frac{\partial Q_1}{\partial x} = q$ з постійною витратою Q_1 .

Фізична модель може бути представлена різницеvim рівнянням:

$$Q_1^{i+1} = Q_1^i + q \cdot \Delta x. \quad (2)$$

Коли потік із Карачунівського водосховища з витратою Q_1 проходить по p . Інгулець, він піднімає мул, який рухається зі швидкістю $v_2 \leq v_1$ і витратою Q_2 .

Перенесення і взаємодія верхнього шару води з нижнім (з мулом і високою концентрацією забруднюючих речовин) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} a(x) \frac{\partial u_1}{\partial x} - v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \mu(x)S + f(x, t); & (3) \\ \frac{\partial S}{\partial t} = -v_2(x) \frac{\partial S}{\partial x} - \mu(x)S + d(x, t), & (4) \end{cases}$$

де u, S — концентрації забруднюючих речовин у верхньому і нижньому шарах відповідно; v_1, v_2 — швидкість руху води у верхньому та нижньому шарах; $a(x)$ — коефіцієнт дифузії; $\mu(x)$ — інтенсивність вимивання забруднень з нижнього шару.

Рівняння (3) та (4) в різницеvій формі матимуть вигляд:

$$\begin{cases} u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{\tau}{\Delta x} \left[\left(a^2(x) \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} - v_1 u_i^n \right) - \left(a^2(x) \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} - v_1 u_{i-1}^n \right) \right] + \\ + \tau \mu_i S_i^n \pm \tau f(x_i, t_n); & (5) \\ S_i^{n+1} = S_i^n - \tau \mu(x) S_i^n + \frac{\tau}{\Delta x} (v_2 S_{i-1}^n - v_2 S_i^n). \end{cases}$$

Балансова модель динаміки руху потоку при промивці р. Інгулець водами Карачунівського водосховища. Побудуємо різницеvі балансові моделі, виходячи з наступних міркувань. Після випуску води з Карачунівського водосховища в р. Інгулець відбуваються три процеси:

- 1) витіснення солонуватих вод у р. Дніпро (у нижній течії р. Інгулець);
- 2) переміщення водних мас у двох шарах — придонному і поверхневому;

3) часткове змішування двох водних потоків — придонного і поверхневого, після чого встановлюються нові концентрації солей в обох шарах.

У відповідності з рівняннями (1), (3) та (4), які описують загальний вигляд нестационарного руху рідини та переносу забруднень, для вивчення промивки р. Інгулець імпульсним методом [4] розроблено балансову модель.

Пропонується балансова камерна модель (336 комірок з кроком 1 км., 337-а комірка — стік в Дніпро). Тоді рівняння переміщення (витіснення) водних мас мають вигляд:

- для верхнього шару:

$$W_i^{n+1} = r(W_i^n + q_i^n) + (1-r)(W_{i-1}^n + q_{i-1}^n), \quad (6)$$

де W_i^n , W_{i-1}^n — об'єми води в i -й момент часу в i -й та $(i-1)$ -й комірці; q_i^n , q_{i-1}^n — об'єми води в n -й момент часу в i -й та $(i-1)$ -й комірці, що надходять з приток або фільтруються з ґрунтовими водами; W_i^{n+1} — водні ресурси в i -й комірці в $(n+1)$ -й момент часу; r — коефіцієнт що залежить від швидкості потоку: при $r = 0$, водні маси з i -й комірки переходять цілком в $(i+1)$ -й комірку, при $r = 1$ — повністю стояча вода, $0 < r < 1$ — частина води залишається в i -й комірці, інша частина надходить з $(i-1)$ -ї комірки; $0 \leq r \leq 1$; $i = 1, \dots, 336$; $r = 0,02$ (взято в сценарії).

- для нижнього шару:

$$D_i^{n+1} = D_i^n \mu + p_i^n \mu + (1-\mu)(D_{i-1}^n + p_{i-1}^n), \quad (7)$$

де D_i^n , D_{i-1}^n — водні ресурси, що надходять з i -ї та $(i-1)$ -ї комірок; p_i^n , p_{i-1}^n — водні ресурси, які надходять в нижній шар з приток або фільтруються з ґрунту; μ — коефіцієнт швидкості руху води, при $\mu = 1$ — стояча вода; $\mu = 0$ — все надходить з $(i-1)$ -ої комірки; $0 \leq \mu \leq 1$; $\mu = 0,25$ (взято в сценарії).

Процеси перемішування нижнього та верхнього шарів відбуваються в такій послідовності: спочатку відбувається перетік води, а потім змінюються концентрації забруднюючої речовини в результаті змішування.

Концентрація в $(n+1)$ -й момент часу в i -й комірці в результаті змішування у верхньому шарі знаходиться за формулою:

$$U_i^{n+1} = \frac{rW_i^n U_i^n + r q_i^n C_{q_i}^n + (1-r)W_{i-1}^n U_{i-1}^n + (1-r)q_{i-1}^n C_{q_{i-1}}^n + \lambda D_i^n S_i^n - \lambda D_i^n U_i^n}{W_i^{n+1}}, \quad (8)$$

де змішуються у верхній частині потоку: $rW_i^n U_i^n$ — водні ресурси rW_i^n з концентрацією U_i^n в i -й комірці (в n -й момент часу); $r q_i^n C_{q_i}^n$ — водні ресурси $r q_i^n$, які поступили з притоки чи з ґрунтових вод з концентрацією $C_{q_i}^n$ в i -й комірці; $(1-r)W_{i-1}^n U_{i-1}^n$ — водні ресурси $(1-r)W_{i-1}^n$ з концентрацією U_{i-1}^n в i -й комірці; $(1-r)q_{i-1}^n C_{q_{i-1}}^n$ — водні ресурси, $(1-r)q_{i-1}^n$, що надійшли з $(i-1)$ -ої комірки в дану комірку з притоки чи з ґрунтових вод з концентрацією $C_{q_{i-1}}^n$.

Між верхнім і нижнім шаром іде водообмін: з нижнього шару надходять у верхній водні ресурси λD_i^n з концентрацією S_i^n і опускаються в нижній шар — λD_i^n з концентрацією U_i^n .

Концентрація в $(n+1)$ -й момент часу в i -й комірці нижнього шару знаходиться за формулою:

$$S_i^{n+1} = \frac{\mu D_i^n S_i^n + \mu p_i^n R_{q_i}^n + (1-\mu)D_{i-1}^n S_{i-1}^n + (1-\mu)p_{i-1}^n R_{q_{i-1}}^n - \lambda D_i^n S_i^n + \lambda D_i^n U_i^n}{D_i^{n+1}}, \quad (9)$$

де змішуються в нижній частині потоку: $\mu D_i^n S_i^n$ — водні ресурси μD_i^n з концентрацією S_i^n , що залишилися в i -й комірці; $\mu p_i^n R_{q_i}^n$ — водні ресурси μp_i^n з концентрацією $R_{q_i}^n$, що надходять із ґрунту з ґрунтовими водами або з притоку річки (μ — коефіцієнт, при $\mu \rightarrow 0$, швидкість потоку зростає, при $\mu \rightarrow 1$, швидкість потоку зменшується до нуля); $(1-\mu)D_{i-1}^n S_{i-1}^n$ — водні ресурси, що надійшли з $(i-1)$ -ї комірки з концентрацією S_{i-1}^n ; $(1-\mu)p_{i-1}^n R_{q_{i-1}}^n$ — водні ресурси $(1-\mu)p_{i-1}^n$ з концентрацією $R_{q_{i-1}}^n$, що надходять в $(i-1)$ -у комірку з притоку або з ґрунтових вод; $-\lambda D_i^n S_i^n$ — водні ресурси $-\lambda D_i^n$ з концентрацією S_i^n , що надходять в верх, у верхній шар (знак «мінус» означає убування з нижнього шару); $\lambda D_i^n U_i^n$ — водні ресурси, що надходять з верхнього шару в нижній з концентрацією U_i^n (яка у верхньому шарі).

Тобто, процес промивки полягає в тому, що більш солоня вода піднімається у верхній шар, а менш солоня опускається в нижній шар.

Натурне та теоретичне обґрунтування промивки р. Інгулець дніпровською водою. Існуючий регламент промивки р. Інгулець полягає в тому, що весною, в залежності від погодних умов року, проводиться промивка великими витратами (15–20 м/с) води р. Інгулець, яка триває кілька діб. Поступова витрата води зменшується до 5 м/с і залишається сталою протягом вегетаційного періоду. Як показує характеристика основних забруднювачів р. Інгулець, їх специфічний вплив полягає в тому, що вони забруднюють річку протягом всього року. Так, в період з листопада по лютий забруднення скидаються у великих кількостях відповідно до Регламенту скидів зворотних, високомінералізованих шахтних вод у річки Інгулець і Саксагань. У вегетаційний період (з березня по жовтень кожного року) часто відбуваються аварійні скиди забруднень та неорганізовані скиди з дифузних джерел, хвостосховищ та ставків. В цей час за рахунок неорганізованих викидів через ґрунтові води, загальна мінералізація води, а також її значення по окремих показниках зростають.

Для обґрунтування імпульсного методу промивки відбирались проби води біля головної насосної станції Інгулецької зрошувальної системи (рис. 1) до проведення промивок і під час промивки з різних глибин (1 м і 3 м від поверхні). Оцінювання здійснювалось за екологічними та агрономічними критеріями якості води для зрошення. Встановлено, що в результаті промивки вміст показника аніон-хлору (Cl^-) зменшується, а, отже, промивка сприяє поліпшенню якості води, категорія якості якої змінюється від «непридатної» до «обмежено придатної» (рис. 2).

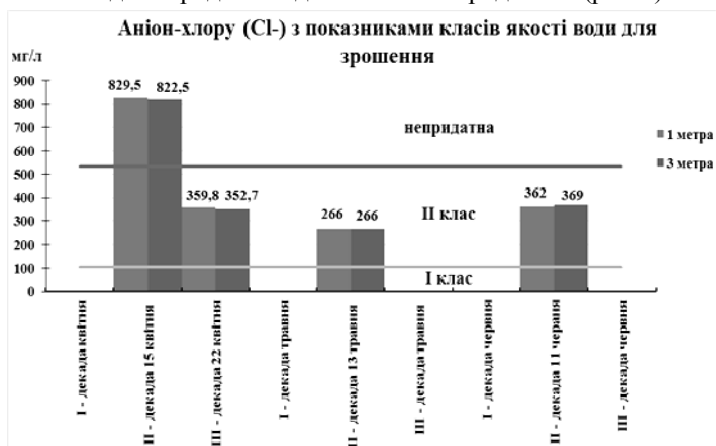


Рис. 2. Динаміка якості води для зрошення в точці водозабору Інгулецької зрошувальної системи за показником аніон-хлору в процесі промивки р. Інгулець з Карачунівського водосховища

В результаті аналізу процесу промивки зафіксовано швидке покращення (за 1–2 доби) показників якості води для зрошення, що важливо для оцінки ефективності варіанту управління та побудови моделей промивки забруднених вод. Проте при зниженні інтенсивності промивки з $24 \text{ м}^3/\text{с}$ до $10 \text{ м}^3/\text{с}$, а в подальшому і до $5 \text{ м}^3/\text{с}$, концентрація дещо підвищилася, хоча залишилася в межах другого класу, тобто є обмежено придатною. Підвищення концентрації пояснюється впливом антропогенних джерел забруднення в басейні р. Інгулець, які діють як дифузні неорганізовані джерела, впливу яких не можна запобігти. Отже, в певний момент часу потрібен ще один імпульс промивки, який знизить величину аніон-хлору та інших показників якості води для зрошення [5].

Проведене теоретичне дослідження та комп'ютерний експеримент показали аналогічний хід динаміки в часі аніон-хлору (СІ) (рис. 2) в процесі промивки р. Інгулець з Карачунівського водосховища.

Висновки.

1. Математичне моделювання процесів забруднення в річках при промивках із водосховищ дозволяє провести сценарний аналіз різних варіантів промивки та вибрати найбільш ефективний з них, що забезпечить водою необхідної якості Інгулецьку зрошувальну систему.
2. В подальшому необхідно встановити біля забору на Інгулецьку зрошувальну систему моніторинговий контроль за якістю води біля забору на зрошення і, в міру потреби, подавати імпульс промивки дніпровською водою з Карачунівського водосховища.

Список використаних джерел:

1. Гідрогеохімічне навантаження хвостосховищ на навколишнє середовище (на прикладі Криворізького рудного регіону) / О. В. Криворучкіна, С. І. Терещенко, І. М. Байсарович, М. М. Коржнев. // Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. Геологія. — 2009. — № 47. — С. 300.
2. Федоров И. С. Складирование отходов рудообогачения / И. С. Федоров, М. Н. Захаров. — М. : Недра, 1989. — 228 с.
3. Kovalchuk P. I. Identification of the model of pollutants distribution in the surface waters based on fieldies / P. I. Kovalchuk, A. V. Gerus // International Conference RIVER BASINS 2015. Monitoring, Modelling & Management of Pollutants. June 24th and 25th 2015. Germany, Karlsruhe — 2015. — P. 101–105.
4. Ковальчук П. І. Сценарне моделювання для оптимізації варіантів формування якості води для зрошення в басейні р. Інгулець / П. І. Ковальчук, Р. Ю. Коваленко. // Чиста вода. Фундаментальні, прикладні та промислові аспекти : матер. III Міжнар. наук.-практ. конф.. — 2015. — С. 99–102.
5. Коваленко Р. Ю. Теоретико-експериментальне обґрунтування регламенту промивки р. Інгулець на основі імпульсного методу подачі води / Р. Ю. Коваленко / Всеукраїнська науково-практична конференція присвячена, Всесвітньому дню води «Вода і робочі місця», ІВПІМ. м. Київ. — 2016. — С. 56–57.

The problem of mathematical modeling of river pollution processes under leaching from reservoirs is devoted. Balance two-layer model of the dynamics of the flow during flushing is developed. Software package that implements the simulation of river Ingulets washing processes from Karachunevske water reservoir is created.

Key words: *river pollution, flushing of the reservoir, balance model, sediment, water quality for irrigation, water consumption.*

Отримано: 19.04.2016

УДК 519.644; 519.711

О. М. Коломис, канд. фіз.-мат. наук,

Л. В. Луц, канд. фіз.-мат. наук

Інститут кібернетики НАН України, м. Київ

ЕФЕКТИВНІ ЗА ШВИДКОДІЄЮ АЛГОРИТМИ ОБЧИСЛЕННЯ ОЦІНОК ВЗАЄМНО КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ РІЗНОЇ ДОВЖИНИ

Запропоновані ефективні за швидкодією алгоритми секціонування для обчислення оцінок взаємно кореляційних функцій стаціонарних ергодичних випадкових процесів послідовностей різної довжини, у випадку, коли одна з них суттєво довші за іншу; отримані оцінки їх основних характеристик.

Ключові слова: *оцінка взаємно кореляційних функцій, «непрямий» алгоритм, алгоритми секціонування, оцінка евклідової норми, похибка заокруглення.*

Вступ. Із появою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [1], було розроблено ряд обчислювальних алгоритмів прискореного розв'язання деяких задач цифрової обробки сигналів. Побудовані і обґрунтовані ефективні за швидкодією алгоритми обчислення таких оцінок ймовірнісних характеристик: оцінок згортки, кореляційних функцій, спектральних щільностей стаціонарних випадкових процесів, виявлення прихованих періодичностей [2] та інші, які базуються на використанні ШПФ.

Одне з найбільш важливих застосувань алгоритму ШПФ пов'язане з використанням теореми про дискретну згортку двох функцій [2]. Такий підхід дозволяє в багатьох випадках суттєво зменшити обсяг обчислювальних витрат і відповідно оцінки похибок заокруглення.

Застосування теореми про дискретну згортку для обчислення оцінок авто- та взаємно кореляційних функцій дозволяє будувати «швидкі», тобто ефективні за швидкодією алгоритми.