

---

УДК 621.311.24

**В.С. Подгуренко**, канд. техн. наук, **В.Е. Терехов**, аспирант  
Ин-т проблем моделирования  
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины  
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,  
Vladimir Terekhov [vl.terekhov86@gmail.com])

## **Математическое моделирование работы ветрогенератора, оснащенного системой установки угла поворота лопастей**

Рассмотрен первый этап построения обобщенной модели ветровой электрической установки (ВЭУ) — получение аналитического выражения коэффициента использования энергии ветра на основе параметрических данных для угла установки лопасти и скорости вращения ротора. В качестве исходных данных для построения математической модели использованы результаты эксплуатации одной из первых в Украине промышленной ветровой электрической станции «Ветряной парк Очаковский». Станция укомплектована ВЭУ Furländer FL 2500-100 номинальной мощностью 2500 кВт, высотой оси ротора 100 м и длиной лопасти 50 м.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* ветряная турбина, система установки угла лопасти.

Моделирование работы ветровой электрической установки (ВЭУ) — важный научно-практический шаг для анализа и синтеза эффективности работы промышленных ветровых электрических станций (ВЭС) в составе ветропарков Объединенной энергосистемы Украины. Современная ВЭУ является сложной технической и физической системой, состоящей из механических, электрических и гидравлических элементов. Топливом для ВЭУ служит ветер, параметры которого меняются для каждого момента времени. Переход от реальной конструкции ВЭУ к соответствующей математической модели необходим для оптимизации эксплуатационных параметров ВЭС. Основная задача модели — воспроизведение реальных физических процессов ВЭУ с допустимой степенью достоверности. При этом удастся глубже понять суть происходящих процессов, получить объективное представление о количественных и качественных закономерностях для последующего их прогнозирования в условиях изменения различных параметров работы ВЭУ.

© В.С. Подгуренко, В.Е. Терехов, 2018

Упрощенное представление системы ВЭУ позволяет надеяться, что отражать существенные стороны будет описывающая ее состояние во времени модель (динамическая), входные и выходные параметры которой являются однозначными (детерминированная), а величины входных и выходных параметров (результатов) имеют вероятностное распределение (стохастическая).

В настоящее время наиболее эффективными и, следовательно, наиболее распространенными в промышленной ветроэнергетике являются трехлопастные горизонтально-осевые ветряные турбины с регулируемым углом атаки лопастей. Эффективность ВЭУ определяется способностью извлечь максимально возможную часть энергии ветра и зависит как от конструктивных особенностей турбины, так и от ее системы управления. Заявленная производителем эффективность, как правило, не подкрепленная расчетами, имеет скорее декларативный характер. Моделирование работы ветряной турбины позволяет проверить это и выполнить количественную оценку допущения.

**Постановка задачи.** Эффективность работы ВЭУ существенно зависит от правильного выбора угла установки лопастей, что, в свою очередь, определяется зависимостью выходной мощности ВЭУ от текущей скорости ветра  $v$  и угла установки лопасти  $\beta$ . В процессе преобразования механической мощности ветроколеса (ВК) в электрическую участвуют такие основные элементы ВЭУ, как редуктор, генератор и трансформатор. В современной ветряной турбине суммарный КПД данных узлов составляет приблизительно 90 % [1].

На рис. 1 эти элементы представлены в виде черного ящика (ЧЯ). Входным параметром упрощенной модели будем считать ветер, выходным — вырабатываемую электрическую мощность, управляющим сигналом — угол установки атаки лопасти ВК.

Мощность генерации электроэнергии ветряной турбиной можно представить в виде

$$P_{\Gamma} = P_{\text{в.п}} C_p \quad (\text{Вт}), \quad (1)$$

где  $P_{\text{в.п}}$  — мощность кинетической энергии ветряного потока, принимаемого плоскостью ВК турбины;  $C_p$  — коэффициент использования энергии ветра (КИЭВ), максимальное значение которого согласно теории Бетца равно 0,593. Согласно теории Н.Е. Жуковского об идеальном ВК мощность ветряного потока, действующего на ВК [2], имеет вид

$$P_{\text{в.п}} = \frac{1}{2} \rho A v^3, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха (стандартное значение равняется 1,225 кг/м<sup>3</sup>);  $A$  — площадь ВК,  $A = \pi R^2$ ;  $R$  — радиус ВК;  $v$  — расчетная скорость ветра.

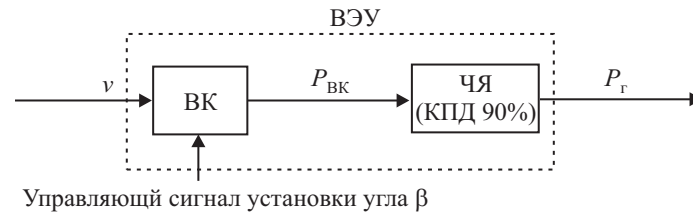


Рис. 1. Упрощенная модель ВЭУ:  $v$  — скорость ветра;  $P_{ВК}$  — механическая мощность;  $P_{Г}$  — мощность генерации электроэнергии

Значение  $C_p$  можно вычислить на основании данных паспортной мощности ВЭУ по уравнениям (1) и (2):

$$C_p = \frac{P_{Г}}{P_{в.п}} = \frac{2}{\rho} \frac{P_{Г}}{A v^3} = \frac{2 P_{Г}}{\rho \pi R^2 v^3}. \quad (3)$$

В то же время, коэффициент  $C_p$  является нелинейной функцией быстроходности  $\lambda$  ВК и угла установки лопасти  $\beta$ . График зависимости  $C_p = f(\lambda, \beta)$  (рис. 2) выглядит как семейство кривых для различных значений  $\beta$  и  $\lambda$ , и максимальная эффективность работы ВЭУ достигается только при определенных значениях  $\beta$  и  $\lambda$ . Быстроходность ВК определяется отношением угловой скорости конца лопасти ВК к текущей скорости ветра:  $\lambda = \frac{R\omega}{v}$ , где  $R$  — радиус лопасти,  $\omega$  — угловая скорость, рад/с.

**Результаты исследования.** Аналитическое представление функции  $C_p = f(\lambda, \beta)$ , получившее наибольшее распространение, имеет следующий вид [3]:

$$C'_p = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{-c_5/\lambda_i} + c_6 \lambda, \quad \frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{1 + \beta^3}, \quad (4)$$

где  $c_1 = 0,5176$ ;  $c_2 = 116$ ;  $c_3 = 0,4$ ;  $c_4 = 5$ ;  $c_5 = 21$ ;  $c_6 = 0,0068$ .

Анализ литературных данных показал, что коэффициенты  $c_1$ — $c_6$  были определены для двухлопастной ВЭУ с синхронным генератором Boeing MOD-2 мощностью 2,5 МВт. Возможно ли использование этих коэффициентов для моделирования работы современной ВЭУ, в частности FL 2500-100? Ведь с момента разработки Boeing MOD-2 прошло почти сорок лет. Для проверки уравнения (4) были использованы значения  $\beta$  и  $\lambda$ , полученные в процессе исследования работы Очаковской ВЭС при скорости ветра от двух до 18 м/с. Результаты исследования при текущей скорости ветра для ВЭУ FL 2500-100 приведены в табл. 1.

Для ВЭУ FL 2500-100 КИЭВ достигает наибольшего значения при  $\lambda = 7,5 \div 8,5$  (рис. 3). Следовательно, для повышения эффективности ВЭУ

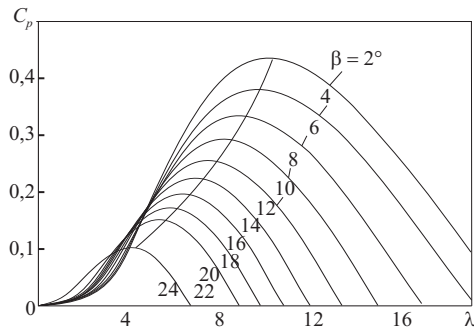


Рис. 2. Зависимость КПЭВ  $C_p$  при различных значениях  $\beta$  и  $\lambda$  для ВЭУ Boeing MOD-2 [4]

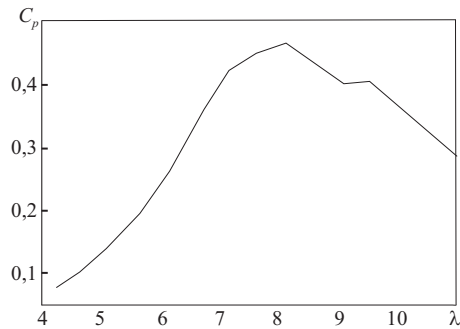


Рис. 3. График зависимости  $C_p$  от  $\lambda$  для ВЭУ FL 2500-100 (по замеренным данным)

необходимо, чтобы данная величина быстроходности находилась в максимально возможном диапазоне скорости ветра. Из рис. 2 и 3 видно, что оптимальная быстроходность трехлопастной ВЭУ всегда ниже двухлопастной. Следовательно, применив коэффициенты (4) для нахождения КПЭВ ВЭУ FL 2500-100, получим неправильный результат (рис. 4, а).

Из рис. 4, а, видно, что коэффициенты, использованные для ВЭУ MOD-2 Boeing, не могут быть использованы для ВЭУ FL 2500-100. Путем увеличения коэффициента  $c_3$  от 0,4 до 28, а также с помощью незначительной корректировки  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_5$  было достигнуто достаточное соответствие  $C_p$  и  $C'_p$  (рис. 4, б). Таким образом, уравнение (4) можно использовать для определения эффективности работы ВЭУ при условии корректировки коэффициентов для конкретной модели ВЭУ. Для ВЭУ FL 2500-100 коэффициенты будут такие:  $c_1 = 0,5$ ;  $c_2 = 121$ ;  $c_3 = 28$ ;  $c_4 = 5$ ;  $c_5 = 22,5$ ;  $c_6 = 0,0068$ .

Следует заметить, что в свободном доступе имеются не менее двух паспортных кривых мощности ВЭУ FL 2500-100 с максимальным отклонением одна от другой в некоторых позициях до 100 кВт (например, в [5] номинальная мощность ВЭУ FL 2500-100 равна 2500 кВт и среднее значение отклонения от кривой составляет 60,2 кВт, а в [6] номинальная мощность равна 2536 кВт и среднее значение отклонения от кривой составляет 37,1 кВт).

Кроме того, достоверность приведенных в табл. 1 параметрических данных не является достаточно точной ввиду отсутствия метрологической проверки датчиков. Основная цель исследования — показать возможность аналитического представления кривой мощности ВЭУ с использованием значений угла установки лопастей и быстроходности ВК.

Результаты сопоставления значений, рассчитанных по уравнению (4), и паспортных данных мощности генерации FL 2500-100 приведены в табл. 2 и на рис. 5.

Полученное аналитическое выражение (4) позволяет выполнить количественную оценку эффективности ВЭУ в определенных условиях. Так, имея данные о среднегодовой скорости ветра на определенной площадке, можно оценить среднегодовой КИЭВ для ВЭУ FL 2500-100 при данном размещении. Полученное значение позволяет определить оптимальную модель ветряной турбины для выбранной площадки. Например, среднегодовой ветер площадки в районе с. Дмитровка Очаковского района Николаевской области за 2012 г. составил 7,5 м/с. По имеющимся параметрическим данным определим функции зависимости угла установки лопасти  $\beta(v)$  и оборотов ВК  $\omega(v)$  от скорости ветра (данные округлены):

$$\begin{aligned} \beta(v) &= -0,000236v^5 + 0,008781v^4 - \\ &- 0,101851v^3 + 0,439319v^2 - 0,819913v + 0,907452; \\ \omega(v) &= -0,000086v^5 + 0,005717v^4 - \\ &- 0,141290v^3 + 1,546771v^2 - 6,611739v + 18,100925. \end{aligned}$$

Таблица 1

| Скорость ветра $v$ , м/с | Мощность генерации $P$ (паспортная) кВт | Угол установки лопасти $\beta$ , град | Угловая скорость вращения ВК $\omega$ , об/мин | Расчетное значение быстроходности ВК $\lambda$ |
|--------------------------|---|---------------------------------------|--|--|
| 3                        | 0                                       | 0,56                                  | 8,93   | 15,59  |
| 4                        | 81                                      | -0,05                                 | 8,93   | 11,68  |
| 5                        | 229                                     | -0,33                                 | 9,2  | 9,63   |
| 6                        | 439                                     | -0,38                                 | 9,82   | 8,57   |
| 7                        | 712                                     | -0,79                                 | 11,18  | 8,37   |
| 8                        | 1103                                    | -1,33                                 | 12,79  | 8,37   |
| 9                        | 1552                                    | -1,44                                 | 13,87  | 8,07   |
| 10                       | 2036                                    | -1,39                                 | 14,04  | 7,35   |
| 11                       | 2355                                    | -0,92                                 | 14,08  | 6,72   |
| 12                       | 2462                                    | 1,59                                  | 14,37  | 6,28   |
| 13                       | 2500                                    | 4,31                                  | 14,52  | 5,85   |
| 14                       | 2500                                    | 6,75                                  | 14,56  | 5,45   |
| 15                       | 2500                                    | 8,53                                  | 14,54  | 5,08   |
| 16                       | 2500                                    | 10,14                                 | 14,48  | 4,74   |
| 17                       | 2500                                    | 11,94                                 | 14,48  | 4,46   |
| 18                       | 2500                                    | 12,91                                 | 14,51  | 4,22   |
| 19                       | 2500                                    | 14,39                                 | 14,44  | 3,98   |

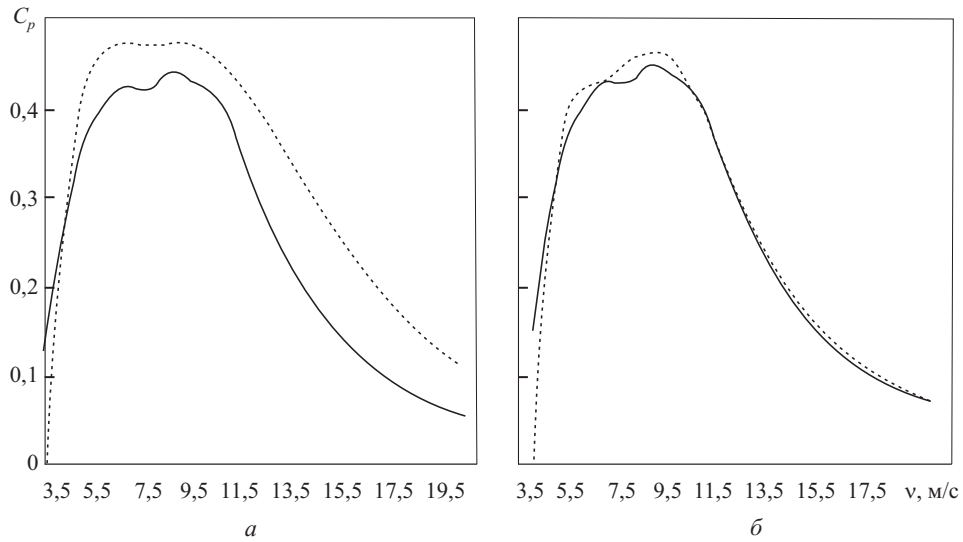


Рис. 4. Графическое представление КИЭВ  $C_p$  и  $C'_p$  по уравнениям (3) и (4) (а) и по уравнениям (3) и (4) при скорректированных коэффициентах  $c_1 — c_6$  (б): — по уравнению (3); ..... по уравнению (4)

Таблица 2

| $v$ , м/с        | Паспортная мощность генерации, кВт | Мощность, рассчитанная по (4), кВт | Разница (по модулю), кВт |
|------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|
| 3,5              | 35                                 | 2                                  | 33                       |
| 4                | 81                                 | 69                                 | 12                       |
| 5                | 229                                | 240                                | 11                       |
| 6                | 439                                | 446                                | 7                        |
| 7                | 712                                | 733                                | 21                       |
| 8                | 1103                               | 1143                               | 40                       |
| 9                | 1552                               | 1619                               | 67                       |
| 10               | 2036                               | 2072                               | 37                       |
| 11               | 2355                               | 2430                               | 75                       |
| 12               | 2462                               | 2549                               | 87                       |
| 13               | 2500                               | 2571                               | 71                       |
| 14               | 2500                               | 2575                               | 75                       |
| 15               | 2500                               | 2607                               | 107                      |
| 16               | 2500                               | 2607                               | 107                      |
| 17               | 2500                               | 2584                               | 84                       |
| 18               | 2500                               | 2624                               | 124                      |
| 19               | 2500                               | 2565                               | 65                       |
| Среднее значение |                                    |                                    | 60,2                     |

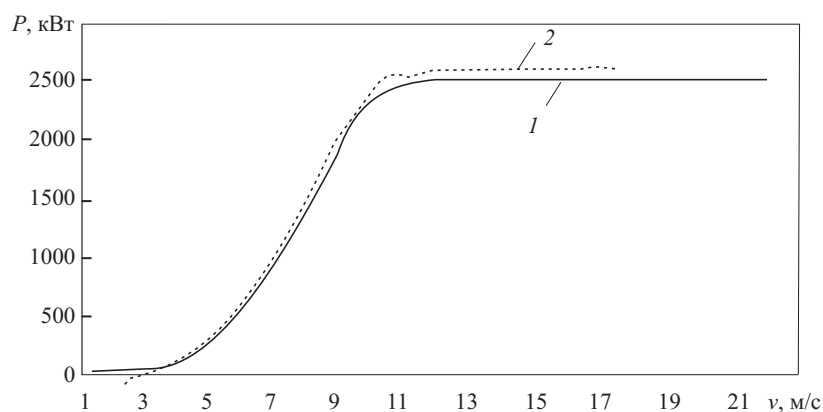


Рис. 5. Графическое сопоставление паспортной (1) и аналитической (2) величин мощности

Среднегодовая угловая скорость ВК  $\omega(7,5)$  равна 11,960 об/мин или 1,252 рад/с, а быстроходность ВК  $\lambda(7,5)$  равна 8,35. Среднегодовой угол установки лопасти  $\beta(7,5)$  равен  $-1,281^\circ$  или  $-0,022$  рад. Подставив полученные значения в уравнение (4), найдем значение среднегодового КИЭВ для ВЭУ FL 2500-100:  $C'_p(7,5) = 0,468$ . По уравнению (3) выполним проверку полученного значения (паспортная мощность ВЭУ при 7,5 м/с составляет по [5] 880 кВт, по [6] — 900 кВт):

$$C_{p1}(7,5) = \frac{2 \cdot 880000}{1,225 \cdot 3,1415 \cdot 2500 \cdot 422} = 0,433,$$

$$C_{p2}(7,5) = \frac{2 \cdot 900000}{1,225 \cdot 3,1415 \cdot 2500 \cdot 389} = 0,443.$$

Таким образом, погрешность составляет 6—8 % в зависимости от выбранной кривой мощности.

## Выводы

Результаты выполненной проверки вычисленной ранее аналитической зависимости КИЭВ подтвердили целесообразность ее использования при условии корректировки коэффициентов для конкретной модели ВЭУ. Полученное аналитическое выражение КИЭВ позволяет определять выходную мощность ВЭУ с учетом установленного угла и текущей быстроходности ВК, что является одним из вариантов аналитического представления кривой мощности с минимальным отклонением.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Søren Gundtoft*. Wind turbines. University College of Aarhus, 2009, p. 26. [http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4\\_2009\\_1.pdf](http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4_2009_1.pdf)
2. *Елистратов В.В., Панфилов А.А.* Проектирование и эксплуатация установок нетрадиционной и возобновляемой энергетики. Ветроэлектрические установки: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2011, с. 19—20. <http://nocvie.ru/uploads/fotos/panfilov/veu.pdf>
3. *Heier S.* Grid integration of wind energy onshore and offshore conversion systems. Kassel University, Fraunhofer Institute for Wind Energy and Energy System Technology (IWES) Kassel, Germany, 2014. John Wiley & Sons, Ltd, p. 43
4. *Belghazi O., Cherkaoui M.* Pitch angle control for variable speed wind turbines using genetic algorithm controller// *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2012, Vol. 13, №1, p. 7. <http://www.jatit.org/volumes/Vol39No1/2Vol39No1.pdf>
5. Электронный ресурс. Режим доступа: [https://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_154\\_fuhrlander\\_fl-2500-100.php](https://www.thewindpower.net/turbine_en_154_fuhrlander_fl-2500-100.php)
6. Электронный ресурс. Режим доступа: <https://en.wind-turbine-models.com/turbines/347-fuhrlander-fl-2500-100>.

Получена 31.10.17;  
после доработки 23.02.18

#### REFERENCES

1. *Søren Gundtoft* (2009), Wind turbines, University College of Aarhus, Aarhus, Denmark, available at: [http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4\\_2009\\_1.pdf](http://staff.iha.dk/sgt/Downloads/Turbines%20May4_2009_1.pdf)
2. *Elistratov, V.V. and Panfilov, A.A.* (2011), *Proektirovanie i ekspluatatsiya ustanovok netraditsionnoi i vobnovlyaemoi energetiki. Vetroelektricheskie ustanovki – Uchebnoe posobie* [Design and operation of alternative and renewable energy units. Wind power plants: text-book], Izdatelstvo politekhnicheskogo instituta, St.Petersburg, Russia, available at: <http://nocvie.ru/uploads/fotos/panfilov/veu.pdf>
3. *Heier, S.* (2014), Grid integration of wind energy onshore and offshore conversion systems. Kassel University, Fraunhofer Institute for Wind Energy and Energy System Technology (IWES), Kassel, Germany, John Wiley & Sons, Ltd, USA.
4. *Belghazi, O. and Cherkaoui, M.* (2012), Pitch angle control for variable speed wind turbines using genetic algorithm controller, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, available at: <http://www.jatit.org/volumes/Vol39No1/2Vol39No1.pdf>
5. Available at: [https://www.thewindpower.net/turbine\\_en\\_154\\_fuhrlander\\_fl-2500-100.php](https://www.thewindpower.net/turbine_en_154_fuhrlander_fl-2500-100.php)
6. Available at: <https://en.wind-turbine-models.com/turbines/347-fuhrlander-fl-2500-1000>

Received 31.10.17;  
after revision 23.02.18

В.С. Подгуренко, В.Е. Терехов

#### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ВІТРОГЕНЕРАТОРА, ОСНАЩЕНОГО СИСТЕМОЮ ВСТАНОВЛЕННЯ КУТА ПОВОРОТУ ЛОПАТІВ

Розглянуто перший етап побудови узагальненої моделі вітрової електричної установки (ВЕУ) — отримання аналітичного виразу коефіцієнта використання енергії вітру на основі параметричних даних для кута встановлення лопаті та швидкості обертів ротору. У якості вихідних даних для побудови математичної моделі використано результати експ-



луатації однієї з перших в Україні промислової вітрової електричної станції «Вітряний парк Очаківський». Станцію укомплектовано БЕУ Fuhrländer FL 2500-100 номінальною потужністю 2500 кВт з висотою вісі ротору 100 м і довжиною лопаті 50 м.

*К л ю ч о в і с л о в а: вітряна турбіна, система встановлення кута лопаті.*

*V.S. Podgurenko, V.E. Terekhov*

MATHEMATICAL MODELING  
OF THE PITCH-CONTROLLED WIND TURBINE WORK

The article focuses on the first step of wind turbine modeling which can be represented as the obtaining of the coefficient of performance  $C_p$ . This coefficient is based on available rotor angular velocity and pitch angle data. The dataset obtained from one of the first large Ukrainian wind-electric plants of the “Wind park Ochakovskiy” PJSC was used as initial data for constructing its mathematical model. This plant is equipped with Fuhrländer FL 2500-100 wind turbine (50 m blade length, 100 m rotor axis height).

*K e y w o r d s: wind turbine, pitch control.*

*ПОДГУРЕНКО Владимир Сергеевич, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1964 г. окончил Николаевский кораблестроительный ин-т. Область научных исследований — ветроэнергетика.*

*ТЕРЕХОВ Владимир Евгеньевич, аспирант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2010 г. окончил Национальный университет кораблестроения. Область научных исследований — ветроэнергетика.*

