УДК 330.4: 519.866 **А.М. Онищенко, В.І. Кудін**

Міжгалузева балансова схема «витрати-випуск» в умовах інноваційної політики Паризької угоди

В статті запропоновано модифіковану балансову еколого-економічну модель типу “витрати-випуск” з врахуванням встановлених Паризькою угодою обмежень на викиди парникових газів. Розглянуто математичний апарат визначення зміни обсягів валового випуску основного та допоміжного виробництв у випадку зміни міжгалузевих зв’язків.

Ключові слова: *сталий розвиток, Паризька угода, еколого-економічна система, балансові моделі «витрати-випуск», імітаційне моделювання.*

В статье предложено модифицированную балансовую эколого-экономическую модель «затраты-выпуск» с учетом установленных Парижским соглашением ограничений на выбросы парниковых газов. Рассмотрено математический аппарат определения объемов отраслевого валового выпуска основного и вспомогательного производств в случае изменения межотраслевых связей.

Ключевые слова: *устойчивое развитие, Парижское соглашение, эколого-экономическая система, балансовые модели «затраты-выпуск», имитационное моделирование.*

Abstract. The article proposes a modified balance ecological-economic "input-output" model, taking into account the restrictions on greenhouse gas emissions established by the Paris Agreement. The mathematical apparatus for determining the volumes of the sectoral gross output of the main and auxiliary industries in the case of a change in interbranch relations is considered.

Keywords: *sustainable development, the Paris Agreement, an ecological and economic system, Leontief "input-output" model, Leontief-Ford "input-output" model, simulation modeling*.

Актуальність. Низка питань, пов'язаних з участю країни в Паризькій угоді [1], визначає необхідним, в першу чергу, оцінку потенційного обсягу майбутнього ринку екологічних послуг, визначення можливих партнерів, розробку економічної стратегії, яка б визначала пріоритети стосовно кожного економічного механізму, пропорції їх застосування з метою залучення максимального обсягу екологічних інвестицій.

Особлива роль у розв'язанні принципових проблем природокористування – обґрунтування величини витрат на охорону довкілля з врахуванням соціально-економічного ефекту та розподілу їх у територіально-галузевому розрізі – належить балансовим еколого-економічним моделям типу "витрати-випуск", а також регіональним та галузевим моделям.

Виходячи з цього, постає необхідність побудови балансової еколого-економічної моделі, яка б включала витрати на реалізацію зобов'язань за Паризькою угодою. При цьому невід'ємність за своїм змістом економічних та екологічних показників вимагає дослідження питання продуктивності балансової моделі. Останнє пов'язане з властивостями технологічних матриць моделі. Зміна галузевої структури еколого-економічної системи, що відображається в коефіцієнтах даних матриць в свою чергу впливає на обсяги виробництва і вимагає розробки алгоритмів визначення розв'язку без розв'язання модельних рівнянь.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Теорія еколого-економічної взаємодії є порівняно новим напрямом розвитку економічної науки, який ґрунтується на засадах метафізики економіки, соціальної динаміки, теорії суспільного вибору, теоріях управління.

Методологічні засади дослідження процесів взаємодії економіки та екології активно досліджували такі вчені, як: В. Вернадський, М. Мойсеєв, С. Дорогунцов, О. Рюміна, Ю. Іванілов, О. Лотов, В. Макаров, О. Рубінов, Р. Раяцкас, а також зарубіжні вчені У. Айзерд, Р. Айрес, Г. Дейл, З. Гул, Р. Костанзи, Дж. Кей, М. Джампетро, С. Ель Серафі.

Механізми та результати екологізації економіки знаходять своє відображення в працях основоположників балансових методів дослідження В. Леонтьєва, Д. Форда, Дж. Неймана, М. Морішима, Д. Гейла, моделях вчених Римського клубу М. Медоуза, Дж. Форрестера, М. Печчеї.

Зокрема, слід відзначити науковий доробок, опублікований у виданні [2], де досліджено методологічні питання еконоіко-математичного моделювання сталого розвитку, що включають системне вивчення економічних та екологічних проблем і пов'язують економічне зростання зі станом навколишнього середовища, зокрема, з використанням вичерпних природних ресурсів та з утилізацією виникаючих забруднень. Запропоновано міжгалузеві моделі, які розвивають та узагальнюють модель Леонтьєва-Форда, макромоделі сталого розвитку, агреговані динамічні моделі екологічно чистих технологій, ринкові механізми еколого-економічної взаємодії.

Дослідження особливостей змісту проблеми скорочення емісій парникових газів та її економічної складової широко представлено в публікаціях О. Кокоріна, В. Бердина, Г. Сафонова, В. Шевчука, І. Трофимової, О. Трофимчука, К. Танген, М. Граб, А. Міхаелова, Б. Мюллера та ін.

Комплексно висвітлено проблему реалізацію Кіотського протоколу, Паризької угоди у виданнях Всесвітнього фонду дикої природи. В огляді [3] міститься аналіз комплексу проблем, пов'язаних з регулюванням викидів парникових газів; узагальнено міжнародний, регіональний і національний досвід розробки, створення і експлуатації систем прямого і непрямого «парникового» регулювання, в тому числі квотування і торгівлі викидами парникових газів; узагальнено досвід роботи міжнародного вуглецевого ринку та його механізмів, включаючи механізм спільного здійснювалення, розглянуті перспективи розвитку вуглецевого ринку; узагальнені висновки і пропозиції для розвитку інструментів низьковуглецевого розвитку економіки.

Слід відзначити публікації вчених Київського національного університету імені Тараса Шевченка [4], які досліджують питання оптимальності розподілу відповідальності в рамках Кіотського протоколу на основі апарату нечітких множин та теорії прийняття рішень. Одним з основних недоліків більшості міжнародних угод про охорону навколишнього природного середовища є відсутність конкретних механізмів їх реалізації, в першу чергу, формалізованих правил розподілу відповідальності, зокрема, фінансової, яку можна з певною долею точності визначити. На основі даного прогнозу агенти угоди можуть приймати відповідне рішення про кооперацію. В розвиток запропонованих механізмів розподілу квот на думку авторів доцільно розглянути нечіткі постановки моделей розподілу колективних витрат, оскільки параметри, введені при формуванні індивідуальних потенційних доходів агентів є емпіричними, а значить неточними.

Невирішені проблеми. Виконання встановлених зобов'язань щодо неперевищення квот на викиди парникових газів, накладає певні обмеження на основні економічні показники виробничої діяльності. Оскільки існує залежність між обсягами валового випуску та об'ємами емісій CO_2, в першу чергу, це стосується валового випуску продукції, обсягу інвестицій, кінцевого продукту, їх оптимального розподілу у системі національного багатства. Дотримуючись загального принципу поділу економічних досліджень на мікро-, мезо- та макрорівні, необхідно розглянути функціонування виробництва у розрізі існуючих галузей, що обумовлено складністю та багатофакторністю задач скорочення викидів парникових газів в національній економіці.

Мета статті. Оскільки зміст Паризької угоди має еколого-економічний характер, реалізація її положень вимагає застосування міждисциплінарного підходу. Як ефективний інструментарій дослідження в даному випадку можуть розглядатися балансові еколого-економічні моделі "витрати-випуск" [2], яким належить особлива роль в розв'язанні принципових проблем перспективного планування з врахуванням природокористування, а саме обґрунтування величини витрат на охорону навколишнього середовища з врахуванням соціально-економічного ефекту та розподілу їх у територіально-галузевому розрізі. При цьому перехід мезоеономічної структури на засади сталого розвитку призводить до зміни міжгалузевих зв'язкв, що відповідним чином позначається на основних галузевих показниках як в позитивному, так і негативному аспектах. Необхідність оцінки такого негативного впливу вимагає розробки та застосування сучасних інтелектуальних технологій до побудованої еколого-економічної системи.

Постановка завдання. Перша балансова модель, що охоплює взаємозв'язки економіки та навколишнього середовища, була запропонована В.Леонтьєвим та Д.Фордом [5]. Вона узагальнює схему класичного міжгалузевого балансу і включає дві групи галузей: основне виробництво (галузі матеріального виробництва) та допоміжне виробництво (галузі зі знищення забруднень). Основні умови моделі виражаються системою рівнянь:

$$x_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + y_1,$$
$$x_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 - y_2. \qquad (1)$$

В системі (1) $x_1 = \left(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1\right)^T$ – вектор-стовпчик об'ємів виробництва продукції;

$x_2 = \left(x_1^2, x_2^2, \ldots, x_m^2\right)^T$ – вектор-стовпчик об'ємів знищених забруднюючих речовин;

$y_1 = \left(y_1^1, y_2^1, \ldots, y_n^1\right)^T$ – вектор-стовпчик об'ємів кінцевої продукції;

$y_2 = \left(y_1^2, y_2^2, \ldots, y_m^2\right)^T$ – вектор-стовпчик об'ємів незнищених забруднень;

$A_{11} = \left(a_{ij}^{11}\right)_1^n$ – квадратна матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на виробництво одиниці продукції j;

$A_{12} = \left(a_{ig}^{12}\right)_{i,g=1}^{n,m}$ – прямокутна матриця витрат продукції i на одиницю знищення забруднювачів g;

$A_{21} = \left(a_{kj}^{21}\right)_{k,j=1}^{m,n}$ – прямокутна матриця випуску забруднювачів k на одиницю виготовленої продукції j;

$A_{22} = \left(a_{kg}^{22}\right)_1^m$ – квадратна матриця випуску забруднювачів k на одиницю знищення забруднювачів g.

В системі (1) неявно припускається, що коефіцієнти $a_{ij}^{11} \geq 0$, $a_{ig}^{12} \geq 0$, $a_{kj}^{21} \geq 0$, $a_{kg}^{22} \geq 0$ розповсюджують на всі види виробничої діяльності (матеріальне виробництво та знищення забруднювачів) гіпотези основної моделі міжгалузевого балансу: кількість технологічних способів дорівнює кількості видів продукції та в кожному технологічному способі виробляється лише один вид продукції. В подальшому будемо вважати матриці A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22} невід'ємними: $A_{11} \geq 0$, $A_{12} \geq 0$, $A_{21} \geq 0$, $A_{22} \geq 0$. Економічний зміст моделі Леонтьєва-Форда вимагає, щоб всі її змінні були невід'ємними, тобто, $x_i^1 \geq 0$, $x_k^2 \geq 0$, $y_i^1 \geq 0$, $y_k^2 \geq 0$.

Поставимо задачу на основі наведеної вище балансової схеми "витрати-випуск" врахувати витрати на виконання обмежень за Паризькою угодою. Вирішення даної задачі передбачає розв'язання цілого комплексу фундаментальних проблем сучасної науки, до переліку яких належать, наприклад, розробка надійних методів прогнозування параметрів стану довкілля та критеріїв її якості, здатних забезпечити кількісне вимірювання ступеня задоволення потреб людства у чистоті та природному різномаїтті; створення науково обґрунтованої методики визначення економічного збитку від забруднення довкілля; побудова системи моделей взаємодії різних компонентів природних комплексів з врахуванням природних та антропогенних факторів та умов.

Результати дослідження. Запропоновано враховувати витрати на виконання емісійних обмежень парникових газів у структурі галузей основного виробництва у вигляді:

$$\begin{cases} x_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + Cy_2 + y_1, \\ x_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 - y_2, \end{cases} \quad (2)$$

де Cy_2 – витрати, пов'язані з викидами парникових газів (тобто витрати на обслуговування викидів парникових газів, зокрема, це плата за дозволи на викиди);

$C = \left(c_{ig}^{12}\right)_{i,g=1}^{n,m}$ – прямокутна матриця витрат продукції i на одиницю викидів забруднювача g;

У векторно-матричному вигляді модель (2) можна представити так:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 & C \\ 0 & -E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$

де E_1 та E_2 – відповідні одиничні діагональні матриці.

Перше рівняння запропонованої моделі відображає економічний баланс – розподіл галузевого валового випуску продукції на виробниче споживання основного та допоміжного виробництв, кінцеве споживання основного виробництва та витрати, пов'язані з виконанням зобов'язань за Паризькою угодою. Друге рівняння відображає фізичний баланс парникових газів, як суму емісій, спричинених діяльністю основного та допоміжного виробництв, та їх незнищених обсягів.

Економічний зміст змінних моделі (2) вимагає розгляду їх невід'ємних значень. Останнє тісно пов'язано з питанням продуктивності балансових моделей, що дозволяє вести мову про реальне функціонування виробничої системи, здатної забезпечити проміжне споживання, додатні обсяги кінцевого продукту та виконання встановлених обмежень з викидів парникових газів.

З метою дослідження питання забезпечення невід'ємності розв'язків виразимо x_2 з другого рівняння та підставимо у перше:

$$x_1 = \left(E_1 - A_1\right)^{-1}\left(y_1 + Cy_2 - A_{12}\left(E_2 - A_{22}\right)^{-1} y_2\right),$$

де $A_1 = A_{11} + A_{12}\left(E_2 - A_{22}\right)^{-1} A_{21}$ – квадратна матриця n-го порядку.

Також виразимо x_1 з першого рівняння та підставимо у друге:

$$x_2 = \left(E_2 - A_2\right)^{-1}\left(A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} y_1 + A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} Cy_2 - y_2\right),$$

де $A_2 = A_{22} + A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} A_{12}$ – квадратна матриця m-го порядку.

Таким чином, формальний розв'язок системи (2) можна записати у вигляді:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(E_1 - A_1\right)^{-1} & \left(E_1 - A_1\right)^{-1}\left(A_{12}\left(E_2 - A_{22}\right)^{-1} - C\right) \\ \left(E_2 - A_2\right)^{-1} A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} & \left(E_2 - A_2\right)^{-1}\left(E_2 - A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} C\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ -y_2 \end{pmatrix}$$

.

Згідно методики запропонованої в [2] узагальнимо поняття продуктивності на випадок блочної матриці з невід'ємними елементами:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \geq 0 . \tag{3}$$

Будемо вважати невід'ємну блочну матрицю продуктивною, якщо продуктивними є матриці A_{11}, A_{12}, A_1 та A_2. Продуктивність матриць A_1 та A_2 означає рентабельність основного та допоміжного виробництв за повним циклом виробництва продукції та за повним циклом знищення парникових газів. Якщо матриці A_{11}, A_{12}, A_1 та A_2 – продуктивні, то матриці

$$\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} \ge 0,\ \left(E_2 - A_{22}\right)^{-1} \ge 0,\ \left(E_1 - A_1\right)^{-1} \ge 0,$$
$$\left(E_2 - A_2\right)^{-1} \ge 0$$
існують та мають невід'ємні елементи.

Продуктивність блочної матриці (3) не гарантує невід'ємності розв'язків системи (2). Проаналізуємо отримані вирази для x_1 та x_2. З системи (2) отримуємо
$$x_1 = \left(E_1 - A_{11}\right)^{-1}\left(A_{12}x_2 + Cy_2 + y_1\right).$$

Звідси випливає, що при $x_2 \ge 0$, $y_1 \ge 0$, $y_2 \ge 0$ виконується умова $x_1 \ge 0$.

Таким чином, необхідною та достатньою умовою невід'ємності розв'язків моделі (2) при продуктивності блочної матриці (3) та при $y_1 \ge 0$, $y_2 \ge 0$ буде умова $x_2 \ge 0$, тобто
$$\left(E_2 - A_2\right)^{-1}\left(A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} y_1 + A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1} Cy_2 - y_2\right) \ge 0.$$

З останньої нерівності отримуємо достатню умову існування невід'ємних розв'язків:
$$A_{21}\left(E_1 - A_{11}\right)^{-1}\left(y_1 + Cy_2\right) \ge y_2,$$
яку можна замінити ще більш жорсткою достатньою умовою:
$$A_{21}\left(y_1 + Cy_2\right) \ge y_2.$$

Остання нерівність означає, що достатньою умовою функціонування основного та допоміжного виробництв є неперевищення обсягу неутилізованих викидів парникових газів над повними емісіями парникових газів, що виникають при виробництві кінцевого продукту та витрат спрямованих на обслуговування зобов'язань за Паризькою угодою.

Інша актуальна наукова проблема полягає в тому, що в основі запропонованої моделі (2) знаходиться принципова схема міжгалузевого балансу, першим квадрантом якої є міжгалузеві потоки, які відповідають функціонально-структурним галузевим зв'язкам. Галузь відіграє вирішальну роль у забезпеченні прогресивних структурних змін у економічній системі, прискоренні темпів розвитку та підвищенні технічного рівня виробництва, створює соціально-економічні передумови глибоких перетворень у сфері праці, обслуговування, в домашніх господарствах. Міжгалузеві зв'язки економіки є багатосторонніми, масштаби їх розвитку визначають обсяг товарообігу та його структуру. Особливості та зміна умов функціонування галузевих комплексів зумовлюють необхідність їх врахування при проведенні прогнозних та планових розрахунків валового галузевого виробництва, основного та допоміжного виробництв, кінцевого продукту, обсягів скорочень емісій парникових газів, міжгалузевих еколого-економічних зв'язків.

Структурна зміна вказаних показників визначається елементами технологічних матриць моделі (3), що обумовлює необхідність розробки алгоритмів оцінки впливу зміни матричної структури на розв'язок системи рівнянь.

Модель (2) можемо подати як:

$$Au = C. \tag{4}$$

де

$$A = \begin{pmatrix} E_1 - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & E_2 - A_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \ u = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - (n+m)\text{-}$$

розмірність вектора,

$$C = \begin{pmatrix} E_1 & C \\ 0 & -E_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

вектор, як результат множення матриці на вектор-стовпець (E_1, E_2 – відповідні блоки матриць з одиничними діагональними елементами, 0 – матриця з нульовими елементами).

Також введемо (відповідно (5)) “збурену” (в елементах матриць A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, C) систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\bar{A}u = \bar{C}\,. \tag{6}$$

(Тут $\bar{A}$, $\bar{C}$ - відповідно збурені матриця та стовпець).

Нехай для системи (5) відомі базисний розв’язок, обернена матриця. Праведлива теорема [6].

Теорема 1. Зв'язок компонент векторів розкладу для рядків матриці (4), елементів обернених матриць, компонент векторів базисних розв’язків, відносних оцінок в двох суміжних базисних матрицях подається співвідношеннями:

$$\bar{\alpha}_{rk} = \frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}},\ \bar{\alpha}_{ri} = \alpha_{ri} - \frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}}\alpha_{li},\ r = \overline{1, n+m},\ i = \overline{1, n+m},\ i \neq k\,. \tag{7}$$

$$\bar{e}_{rk} = \frac{e_{rk}}{\alpha_{lk}},\ \bar{e}_{ri} = e_{ri} - \frac{e_{rk}}{\alpha_{lk}}\alpha_{li},\ r = \overline{1, n+m},\ i = \overline{1, n+m},\ i \neq k\,. \tag{8}$$

$$\bar{u}_{0j} = u_{0j} - \frac{e_{jk}}{\alpha_{lk}}\Delta_l,\ j = \overline{1, n+m}\,. \tag{9}$$

$$\bar{\Delta}_k = -\frac{\Delta_l}{\alpha_{lk}},\ \bar{\Delta}_r = \Delta_r - \frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}}\Delta_l,\ r = \overline{1, n+m},\ r \neq k\,. \tag{10}$$

Умовою невиродженості базисних матриць при переході від одного базисного розв’язку до суміжного при введенні вектора нормалі a_l обмеження $a_l u \leq c_l$ k-м рядком матриці A є виконання: $\alpha_{lk} \neq 0$.

На основі наведених співвідношень (7)-(10) можемо будувати алгоритми для дослідження (6) (“збуреної” моделі). Такі алгоритми є конкретизацією методу базисних матриць [6], що в даному застосуванні є ітераційним процесом проведення направлених змін в моделі. Трансформування системи (4) в (6) може проводитись послідовними замінами відповідних рядків матриці (4) на "збурені" рядки ($i, i+1, i+2, ..., i+i_0$) (6). При проведенні кожної заміни будемо перераховувати значення відповідних елементів методу (розкладу векторів нормалей, елементів оберненої матриці, компонент вектору розв'язку тощо) згідно формул (7)-(10). Перехід від системи (4) до (6) буде здійснено за i_0 ітерацій при умові, що зазнали збурень i_0 рядків матриці обмежень.

В процесі моделювання (ітераційна процедура по уточненню значень елементів) можуть зазнавать змін та уточнень окремі елементи, рядки матриці обмежень, а також і стовпці. З наведених вище формул явно не простежується вплив таких змін на розв'язок (6). Проведемо дослідження впливу змін k-го стовпця матриці обмежень A у вигляді $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$ на розв'язок u_0, де $A_k = (a_{1k}, a_{2k}, ..., a_{mk})^T$, $A_k^{'} = (a_{1k}^{'}, a_{2k}^{'}, ..., a_{mk}^{'})^T$ (форма збурення A (4)) На основі (6) побудуємо допоміжну лінійну систему вигляду

$$\max C^T u, \tag{11}$$

$$Au = C \tag{12}$$

$$u \geq 0 \tag{13}$$

$$\min C^T x, \tag{14}$$

$$A^T x > C \tag{15}$$

За формою запису (11)-(13) та (14)-(5) є двоїстою парою задач лінійного програмування з деякими особливостями – співпадання векторів–нормалей цільової функції (11) та вектора-обмежень (15), матриці обмежень задач A, A^T - квадратні. Вважаємо, що для (12) відомі

$u_0,\ A = A_b,\ A_b^{-1}$ - базисний розв'язок, базисна пряма та обернені матриці, а "збуренню" підлягає стовпець A_k у вигляді $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$ (відповідно, $\overline{A}_k^T = A_k^T + A_k^{'T}$ - збурений рядок k матриці A^T). Слід зазначити, що для (15) $A^T = A_b^T,\ \left(A_b^T\right)^{-1}$ - відповідно базисна та обернена базисні матриці в контексті формул (11)-(13). Проведемо згідно формул (7)-(10) зв'язку елементів методу базисних матриць в двох суміжних базисних матрицях дослідження значень компонент розкладу вектору нормалі C^T цільової функції (14) при заміщенні в базисній матриці A^T рядка k рядком $\overline{A}_k^T = A_k^T + A_k^{'T}$ та умов збереження невиродженості матриці обмежень. Проведемо дослідження задачі (11)-(13). Оскільки, $A_b \times A_b^{-1} = E,\ \left(A_b^T\right)^{-1} \times A_b^T = E$, то для компонент розвинення вектора-рядка C^T можемо записати

$$C^T = L_0 \times A_b^T,\ L_0 = C^T \times \left(A_b^T\right)^{-1} = A_b^{-1} \times C, \tag{16}$$

де $L_0 = (L_{01}, L_{02}, ..., L_{0m})$ - вектор-рядок розкладу вектора C^T за рядками базисної матриці A_b^T. Неважко переконатись, що $A_b^{-1} \times C$ співпадає з u_0, тобто $u_0 = A_b^{-1} \times C$ для (12) (або (4)). Аналогічно, при розгляді збуреної матриці $\overline{A}_b^T$ ($\overline{A}^T = \overline{A}_b^T,\ \left(\overline{A}_b^T\right)^{-1}$), яка утворена заміщенням рядка k матриці A^T рядком $\overline{A}_k^T = A_k^T + A_k^{'T}$ розклад вектора C^T буде мати вигляд

$$C^T = \overline{L}_0 \times \overline{A}_b^T,\ \overline{L}_0 = C^T \times \left(\overline{A}_b^T\right)^{-1} = \overline{A}_b^{-1} \times C, \tag{17}$$

де $\overline{L}_0 = (\overline{L}_{01}, \overline{L}_{02}, ..., \overline{L}_{0m})$ - вектор розкладу вектора C^T за рядками базисної матриці $\overline{A}_b^T$.

Неважко переконатись, що $\overline{A}_b^{-1} \times C$ співпадає з $\overline{u}_0$, тобто $\overline{u}_0 = \overline{A}_b^{-1} \times C$ для (12) (або (6)). Тут матриця $\overline{A}_b^{-1}$ є оберненою до $\overline{A}_b = \overline{A}$, тобто оберненою до матриці A (4) в якій проведено заміщення k-го стовпця матриці обмежень A_k стовпцем $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$. Згідно положень методу базисних матриць (до задачі (14)-(15) зв'язок компонент вектору розкладу вектора-нормалі C^T L_0 та $\overline{L}_0$ в двох суміжних базисних матрицях (відмінних k-м рядком) подається співвідношенням

$$\overline{L}_{0i} = L_{0i} - \frac{L_{0k}}{\overline{L}_{kk}} \times \overline{L}_{ki}, \ i \neq k \tag{18}$$

$$\overline{L}_{0k} = \frac{L_{0k}}{\overline{L}_{kk}}, \ \ i = k \ , \tag{19}$$

Неважко переконатись, що для (14)-(15)

$$\overline{L}_{ki} = \overline{A}_k^T \times (A_b^T)_i^{-1}$$

$$\overline{L}_{ki} = (A_k^T + A_k^{''T}) \times (A_b^T)_i^{-1} = A_k^T \times (A_b^T)_i^{-1} + A_k^{''T} \times (A_b^T)_i^{-1}$$

$$\overline{L}_{ki} = L_{ki} + L_{ki}^{'} = 0 + L_{ki}^{'}, \ i \neq k$$

$$\overline{L}_{kk} = \overline{A}_k^T \times (A_b^T)_k^{-1} = \overline{A}_k^T \times (A_b^T)_k^{-1}$$

$$\overline{L}_{kk} = (A_k^T + A_k^{''T}) \times (A_b^T)_k^{-1} = A_k^T \times (A_b^T)_k^{-1} + A_k^{''T} \times (A_b^T)_k^{-1}$$

$$\overline{L}_{kk} = L_{kk} + L_{kk}^{'} = 1 + L_{kk}^{'}$$

відповідно, для (11)-(13)

$$\overline{L}_{ki} = \overline{A}_k^T \times (A_b^T)_i^{-1} = (A_b)_i^{-1} \times \overline{A}_k$$

$$\overline{L}_{ki} = (A_k^T + A_k^{''T}) \times (A_b^T)_i^{-1} = (A_b)_i^{-1} \times (A_k + A_k^{''})$$

$$\overline{L}_{ki} = (A_b)_i^{-1} \times (A_k + A_k^{''}) = (A_b)_i^{-1} \times A_k + (A_b)_i^{-1} \times A_k^{''} =$$

$$\overline{L}_{ki} = L_{ki} + L_{ki}^{'} = 0 + L_{ki}^{'}, \ i \neq k$$

$$\overline{L}_{kk} = \overline{A}_k^T \times (A_b^T)_k^{-1} = (A_b)_k^{-1} \times \overline{A}_k$$

$$\overline{L}_{kk} = (A_k^T + A_k^{''T}) \times (A_b^T)_k^{-1} = (A_b)_k^{-1} \times (A_k + A_k^{''})$$

$$\overline{L}_{kk} = (A_b)_k^{-1} \times (A_k + A_k^{''}) = (A_b)_k^{-1} \times A_k + (A_b)_k^{-1} \times A_k^{''} =$$

$$\overline{L}_{kk} = L_{kk} + L_{ki}^{'} = 1 + L_{ki}^{'}$$

де $(A_b^T)_i^{-1}$ - стовпець i матриці $(A_b^T)^{-1}$, $(A_b)_k^{-1}$ - рядок k матриці $(A_b)^{-1}$ співпадають із компонентами базисних розв’язків u_0 та $\overline{u}_0$ задачі (11)-(13) при заміщенні k-го стовпця матриці обмежень A_k стовпцем $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$.

Твердження 1. Еволюція розв’язків (6) при збуренні стовпців матриці у вигляді $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$ співпадає зі змінами коефіцієнтів розкладу вектору нормалі C^T (14) при зміні рядка k матриці A_b^T у вигляді $\overline{A}_k^T = A_k^T + A_k^{'T}$ за схемою метода базисних матриць.

Твердження 2. Покомпонентний зв'язок векторів розв’язку (6) u_0 та $\overline{u}_0$ при проведенні заміщення k-го стовпця матриці обмежень A_k стовпцем $\overline{A}_k = A_k + A_k^{'}$ описується співвідношенням

$$\overline{u}_{0k} = \frac{u_{0k}}{1 + (A_b^{-1})_k \times A_k^{'}}, \; i = k \tag{20}$$

$$\overline{u}_{0i} = u_{0i} - \frac{u_{0k}}{1 + (A_b^{-1})_k \times A_k^{'}} \times \left[(A_b^{-1})_i \times A_k^{'} \right], \; i \neq k \tag{21}$$

причому умовою збереження невиродженості розв’язку є виконання умови $1 + (A_b^{-1})_k \times A_k^{'} \neq 0$.

Наслідок 1. При проведенні розрахунків можна застосовувати більш загальну формулу розрахунку компонент вектора розв’язку (6) в результаті збурення вектора стовпця матриці обмежень (умова твердження 2) у вигляді

$$\bar{u}_0 = u_0 - \frac{u_{0k}}{1 + (A_b^{-1})_k \times A_k^{'}} \times \left[(A_b^{-1}) \times A_k \right], \qquad (23)$$

або

$$\bar{u}_0 = u_0 - \frac{u_{0k}}{\bar{L}_{kk}} \times L_k^{'} \,,$$

де $\bar{L}_{kk} = 1 + (A_b^{-1})_k \times A_k^{'}, \;\; L_k^{'} = A_b^{-1} \times A_k^{'}$

Зауваження. Формула (23) ($\bar{u}_0 = u_0 - \frac{u_{0k}}{\bar{L}_{kk}} \times L_k^{'}$) - подання рівняння прямої у параметричній формі, де u_0 - початковий вектор, $L_k^{'}$ - вектор нормалі, $-\frac{u_{0k}}{\bar{L}_{kk}}$ - значення праметра зміщення вподовж вектора $L_k^{'}$ (від u_0). Значення компонент вектора $L_k^{'}$ та $-\frac{u_{0k}}{\bar{L}_{kk}}$ формуї величина збурення в стовпці з номером k .

Наведемо основні кроки алгоритму знаходження компонент збуреного розв'язку (6) - в результаті зміни стовпця системи (4) A_k стовпцем $\bar{A}_k = A_k + A_k^{'}$

1. Маємо відомі вектор $u_0 = (u_{01}, u_{02}, ..., u_{0m})^T$, A_b, A_b^{-1} - пряму та обернену базисну матрицю (4).
2. Нехай проводимо заміщення k-го стовпця матриці обмежень A_k стовпцем $\bar{A}_k = A_k + A_k^{'}$. Знаходимо вектор

$$L_k^{'} = (L_{k1}^{'}, L_{k2}^{'}, ..., L_{km}^{'}) = A_b^{-1} \times A_k^{'},\; L_{kk}^{'} = \left(A_b^{-1}\right)_k \times A_k^{'} \,,$$

$$\bar{L}_{kk} = 1 + L_{kk}^{'} = 1 + \left(A_b^{-1}\right)_k \times A_k^{'} \,,$$

де $\left(A_b^{-1}\right)_k$ - k -й рядок матриці A_b^{-1} .

3. Формуємо новий розв'язок $\bar{u}_0 = u_0 - \frac{u_{0k}}{\bar{L}_{kk}} \times L_k^{'}$ згідно формули (23).

Крок 3 алгоритму знаходження компонент збуреного розв'язку (6) - в результаті заміни стовпця системи (4) A_k стовпцем $\overline{A}_k$ можна проводити згідно формули (20), (21).

Проілюструємо запропонований алгоритм визначення об'ємів валового галузевого випуску у випадку технологічних міжгалузевих змін на умовних даних.

Нехай коефіцієнти технологічних матриць еколого-економічної моделі (3) мають такі значення:

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix},\ A_{12} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 \end{pmatrix},\ A_{21} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 \end{pmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.1 \end{pmatrix},$$

матриця витрат на обслуговування емісій парникових газів та вектори галузевого кінцевого випуску і обмеження за викидами парникових газів відповідно:

$$C = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 \end{pmatrix},\ y_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 23 \end{pmatrix},\ y_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Перевіримо виконання умови продуктивності для еколого-економічної системи у випадку обраних числових даних. Блочна матриця A

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

очевидно є продуктивною за достатньою умовою продуктивності технологічних матриць балансових моделей леонтьєвського типу. Окрім того виконується розглянута вище достатня умова продуктивності моделі (3) – нерівність $A_{21}\left(y_1 + Cy_2\right) \geq y_2$:

$$\begin{pmatrix} 9.76 \\ 11.27 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Переходимо до покрокової реалізації алгоритму

1. Знаходимо розв'язок вихідної системи (4) та обернену блочну технологічну матрицю:

$$u_0 = \begin{pmatrix} 38.17 \\ 60.43 \\ 32.67 \\ 30.62 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix},$$

$$A^{-1} = A_b^{-1} = \begin{pmatrix} 1.25 & 3.125 & -3.125 & 0.625 \\ -11.25 & 6.875 & 3.125 & -0.625 \\ 8.75 & -8.125 & -1.875 & 4.375 \\ 5.0 & -2.5 & 2.5 & -2.5 \end{pmatrix}.$$

2. Припускаємо, що збурення в моделі (6) зазнає третій стовпець ($k = 3$):проводимо заміщення k-го стовпця матриці обмежень $A_3 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{pmatrix}$ стовпцем $\overline{A}_3 = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}$.

Знаходимо вектор $\overline{L}_k = (L_{k1}, L'_{k2}, \ldots., L_{km}) = A_b^{-1} \times \overline{A}_k$:

$$\overline{L}_3 = \begin{pmatrix} 1.25 & 3.125 & -3.125 & 0.625 \\ -11.25 & 6.875 & 3.125 & -0.625 \\ 8.75 & -8.125 & -1.875 & 4.375 \\ 5.0 & -2.5 & 2.5 & -2.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.625 & -0.625 & 0.375 & 0.5 \end{pmatrix}$$

3. Визначаємо розв'язки:

$$\overline{u}_1 = 38.17 - \frac{32.67}{0.375} \cdot 0.625 = -16.28$$

$$\overline{u}_2 = 60.43 - \frac{32.67}{0.375} \cdot (-0.625) = 114.88$$

$$\overline{u}_3 = \frac{32.67}{0.375} = 87.12$$

$$\overline{u}_4 = 30.62 - \frac{32.67}{0.375} \cdot 0.5 = -12.94$$

Отримані розв’язки збігаються з розв’язками отриманими безпосередньо прямими обчисленнями. Легко переконатися та вказати на суттєву зміну у функціонуванні допоміжного виробництва, зокрема, від’ємні показники вимагають зміни у структурі технологічних матриць як основного, так і допоміжного спектру галузей.

Висновки. Необхідність врахування екологічного фактору в сучасній системі подальшого розвитку цивілізації обумовлює актуальність розгляду виробничої діяльності суспільства в рамках єдиної соціо-еколого-економічної системи. При цьому важливою вимогою її існування є необхідність збалансування інтересів кожної з вказаних підсистем. Ефективним інструментом для цього слугують балансовий метод та відповідні розроблені на його основі моделі, зокрема запропонована в статті модель врахування витрат на реалізацію проектів скорочення емісій парникових газів. З метою її ефективного використання встановлено умови продуктивності та запропоновано алгоритм визначення об’ємів валових галузевих випусків у випадку зміни технологічної галузевої структури. Подальші дослідження доцільно проводити в напрямку включення додаткових економічних та екологічних обмежень, а також зміни класичних вихідних припущень щодо технологічної структури запропонованої моделі.

Література

1. Sustainable Innovation Forum, 2016. – [Elektronny resurs]. – Режим доступа: http://www.cop21paris.org
2. Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. – К.: Вища школа, 1999. – 236с.
3. Регулирование выбросов парниковых газов как фактор повышения конкурентоспособности России /А.А. Аверченков, А.Ю. Галенович, Г.В. Сафонов, Ю.Н. Федоров, Москва: НОПППУ. 2013, с. 88
4. Волошин А.Ф., Горицына И.А. Механизмы распределения квот на выбросы по Киотскому протоколу – Bulgaria, Varna. Proc. XI-th Int. Conf. Knowledge-dialogue-Solution", 2009.
5. Леонтьев В.В. Межотраслевой анализ влияния структуры экономики на окружающую среду [Текст] / В.В. Леонтьев, Д. Форд. – Экономика и математические методы. – 1972. – Т.8. – №3. – С.370–400.
6. Волошин А.Ф., Кудин В.И. "Последовательный анализ вариантов в задачах исследования и проектирования сложных систем" (под общей редакцией академика И.В.Сергиенко). - К.: Наукова думка, 2015. - 351с.

УДК: 330.46:658.8 **Л.І. Бажан, І.В. Яблоков**

Вплив зворотного зв'язку на синергетичний ефект управління транспортно-логістичною системою

Досліджені проблеми ефективного управління процесами в транспортно-логістичній системі на основі інтегрованого підходу до всіх ланок господарчої діяльності з метою підвищення її конкурентоспроможності за умов синергетичного ефекту з урахуванням впливу зворотного зв'язку.