

УДК 330.34

М.Я. КВИК, Г.Г. ЦЕГЕЛИК, Л.П. ДОБУЛЯК

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕННЯ РЕНТАБЕЛЬНОСТІ ВИРОБНИЦТВА МАЛОГО ПІДПРИЄМСТВА

***Анотація.** Запропоновано використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва. Наводиться алгоритм розв'язування задачі в загальному випадку і його використання для розв'язання конкретного прикладу.*

***Ключові слова:** оптимізаційна модель, метод послідовних поступок, мале підприємство.*

Вступ

Для будь-якого підприємства, зокрема малого, створення раціональної структури управління є складним завданням, оскільки управління повинно здійснюватися з урахуванням правових, організаційних, економічних, екологічних, соціальних, психологічних, наукових, технічних, технологічних факторів тощо. Завдання вибору найкращих рішень, зазвичай, здійснювалося за допомогою єдиної числової функції – критерію оптимальності. Кращим є рішення, що забезпечує максимум (або мінімум) обраного критерію. У більшості випадків якість рішень характеризується не одним, а багатьма непорівняльними критеріями. Тому доводиться приймати рішення, ґрунтуючись не на одному, а на багатьох критеріях. Для цього керівникові необхідно опанувати загальнотеоретичні і загальнометодологічні питання аналізу ситуацій та самостійного прийняття рішень. Достатньо ефективним засобом компактного, структурованого і наочного відображення ситуації чи проблеми, що досліджується, є проникнення математичних розрахунків в економічні науки. Результати, отримані внаслідок розв'язання математичної задачі, дадуть змогу виробити оптимальні рекомендації стосовно тих чи інших дій [1].

1. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Математичні підходи до економіко-математичного моделювання підтримки прийняття рішень в управлінні малим підприємством формуються під впливом наукових праць вітчизняних і зарубіжних учених, серед яких В. Вігліньський, В. Вовк, В. Єлейко, О. Піскунова, Л. Сергєєва, В. Ситник, Г. Цегелик [2] тощо.

Особливої уваги заслуговують питання застосування і поглибленого дослідження оптимізаційних методів та моделей для вирішення цілого комплексу задач управління діяльністю малого підприємства. Зокрема, з огляду на те, що фінанси, устаткування, сировину й робочу силу можна уявити ресурсами, то значну кількість задач в економіці можна розглядати як задачі виробничого планування. Зазначимо, що ефективно управління усіма

можливими ресурсами, а також раціональне використання витрат дозволить підприємству одержати бажаний рівень прибутковості.

Метою даного дослідження є використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства.

2. Виклад основного матеріалу дослідження

Основною задачею підприємства-виробника є раціональне планування випуску продукції заради отримання максимального прибутку. З огляду на це, нами запропоновано двокритеріальну оптимізаційну модель, яка дає змогу скласти план випуску продукції таким чином, щоб максимально використати наявні ресурси і в той же час забезпечити максимальний прибуток і одночасний випуск продукції з мінімальними затратами. Для розв'язання цієї задачі з двома цільовими функціями і лінійними обмеженнями застосовано ідею методу послідовних поступок, яка полягає у відшуканні компромісного розв'язку, який забезпечує певний прибуток з невеликими затратами.

Для виробництва продукції (товарів) використовуються різні ресурси (сировина, знаряддя, праця тощо). Відомо, скільки одиниць кожного ресурсу використовується для виробництва одиниці кожної продукції, запас кожного ресурсу, затрати (в грошах) на виготовлення одиниці кожної продукції, а також прибуток від реалізації одиниці кожної продукції. Задача полягає в такому складанні плану виробництва продукції, за якого при використанні наявних ресурсів рентабельність виробництва була б найбільшою.

Для складання математичної моделі задачі введемо такі позначення:

R – рентабельність виробництва;

m – кількість ресурсів, що використовуються у виробництві;

n – кількість видів різної продукції, яку можна виготовляти з наявних ресурсів;

a_{ij} – кількість одиниць i -го ресурсу, що використовується для виробництва одиниці j -ї продукції;

b_i – кількість одиниць i -го ресурсу, що можна використати у виробництві продукції;

p_j – прибуток від реалізації одиниці j -ї продукції;

c_j – затрати на виготовлення одиниці j -ї продукції;

x_j – кількість одиниць j -ї продукції, що планується виготовити (шукані величини).

Тоді математична модель задачі матиме вигляд:

$$R = \frac{\sum_{j=1}^n p_j x_j}{\sum_{j=1}^n c_j x_j} \rightarrow \max \quad (1)$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m; \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (3)$$

Модель (1)–(3) еквівалентна такій двокритеріальній моделі:

$$P = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max, \quad (4)$$

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (5)$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m, \quad (6)$$

$$x_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (7)$$

Зрозуміло, що одночасно забезпечити максимальний прибуток і мінімальні затрати у виробництві неможливо. Тому для розв'язування задачі використаємо ідею методу послідовних поступок [1], відшукуючи компромісний розв'язок, який забезпечує певний прибуток з невеликими затратами.

Позначимо через M множину допустимих розв'язків задачі (4)–(7), тобто множину точок $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, що задовольняють умовам (6)–(7). Тоді алгоритм методу послідовних поступок для розв'язування задачі (4)–(7) полягає в наступному.

Спочатку розв'язуємо однокритеріальну модель

$$P = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max \quad (8)$$

за умови

$$X \in M. \quad (9)$$

Нехай $X_1 = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ – оптимальний розв'язок цієї моделі. Тоді обчислюємо прибуток $P(X_1)$ і затрати $C(X_1)$. Якщо затрати задовольняють виробника, то X_1 приймається за компромісний розв'язок моделі (4)–(7). В протилежному випадку виробник визначає величину поступки ΔP_1 , на яку він може погодитись з метою зменшення затрат, і визначає "уточнену" допустиму множину розв'язків M_1 , де

$$M_1 = \left\{ X \in M \left| \sum_{j=1}^n p_j x_j \geq \sum_{j=1}^n p_j x_j^{(1)} - \Delta P_1 \right. \right\}. \quad (10)$$

Після цього розв'язуємо модель

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (11)$$

за умови

$$X \in M_1. \quad (12)$$

Нехай $X_2 = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)})$ – розв’язок цієї моделі, тоді обчислюємо $C(X_2)$. Якщо затрати $C(X_2)$ задовольняють виробника, то X_2 приймається за компромісний розв’язок моделі (4)–(7). В протилежному випадку виробник визначає величину наступної поступки ΔP_2 , на яку він може погодитись з метою зменшення затрат, і визначає ”уточнену” допустиму множину розв’язків M_2 , де

$$M_2 = \left\{ X \in M \mid \sum_{j=1}^n p_j x_j \geq \sum_{j=1}^n p_j x_j^{(2)} - \Delta P_2 \right\}. \quad (13)$$

Після цього розв’язуємо модель

$$C = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (14)$$

за умови

$$X \in M_2. \quad (15)$$

Процес розв’язування однокритеріальних задач продовжується доти, доки знайдений компромісний розв’язок не буде задовольняти виробника.

Очевидно, задача матиме розв’язок у випадку, коли із зменшенням прибутку зменшуються затрати на виготовлення продукції.

Для розв’язання однокритеріальних задач можна використати симплексний метод [3].

3. Приклад реалізації

Клієнти готельно-ресторанного бізнесу замовили у виробника ТзОВ «Дивосвіт» халати жіночі двох видів (продукцію №1 (x_1) та продукцію №2 (x_2)). Для виготовлення халатів використовуються ресурси: велюр (сировина 1) та шовк (сировина 2). Відомо, скільки одиниць (y м²) кожного ресурсу використовується для виготовлення одиниці продукції кожного виду, прибуток від продажу одиниці продукції кожного виду (y грн) та затрати на виготовлення одиниці продукції кожного виду (y грн). Дані наведені у табл. 1. Підприємству необхідно скласти план виробництва продукції, за якого при використанні наявних ресурсів рентабельність виробництва була б найбільшою (забезпечується максимальний прибуток та мінімальні витрати).

Таблиця 1 – Вхідні дані до задачі

Види сировини	Види продукції		Запас сировини
	Продукція №1	Продукція №2	
Сировина 1	2	4	16
Сировина 2	4	3	24
Прибуток	3	3	
Затрати	3	2	

Джерело: побудовано автором

Модель задачі матиме вигляд:

$$P = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

$$C = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min,$$

за умов

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо задачу методом послідовних поступок. Спочатку знаходимо розв'язок однокритеріальної задачі

$$P = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$$

за умов

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

На рис. 1 відкладена множина допустимих розв'язків задачі (заштрихована область) і вектор $N_1(3,3)$.

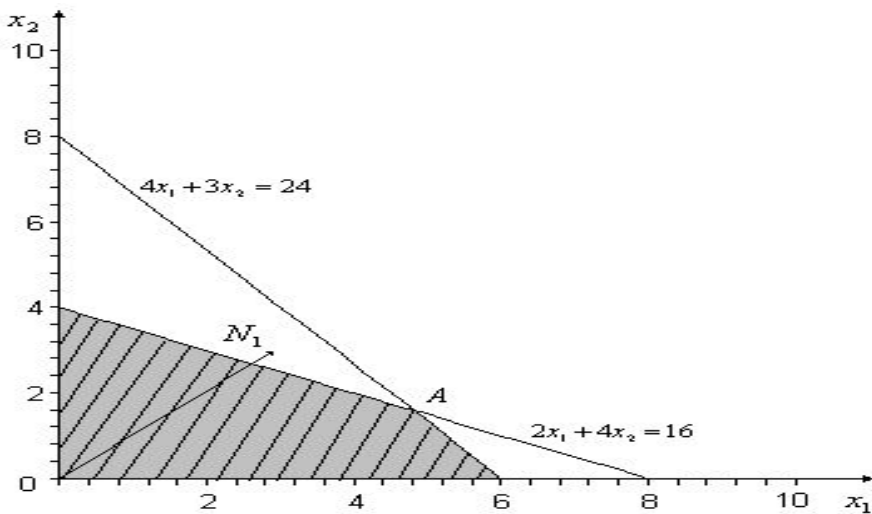


Рисунок 1 – Множина допустимих розв'язків

Джерело: побудовано автором

Із рис. 1 бачимо, що $\max P = 19,2$ і досягається в точці $A(4,8;1,6)$. При цьому в точці A затрати $C = 17,6$. Припустимо, що розв'язок $x_1 = 4,8, x_2 = 1,6$ нас не задовольняє. Зробимо поступку $\Delta P_1 = 4,2$ з метою зменшення затрат. Після цього розв'яжемо задачу (додаткове обмеження $3x_1 + 3x_2 \geq 19,2 - 4,2$ або $x_1 + x_2 \geq 5$)

$$C = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min,$$

за умов

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

На рис. 2 відкладена множина допустимих розв'язків одержаної задачі (заштрихована область) і вектор $N_2(3,2)$.

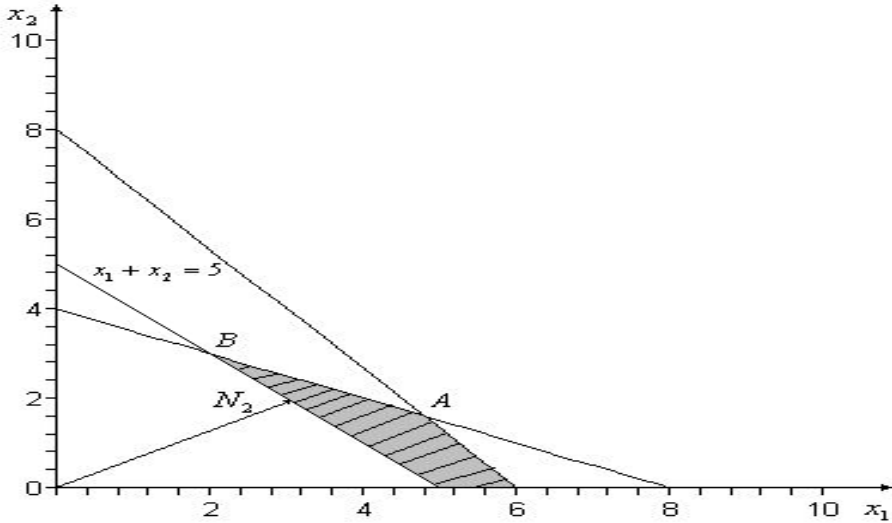


Рисунок 2 – Множина допустимих розв'язків

Джерело: побудовано автором

Із рис. 2 бачимо, що $\min C = 12$ і досягається в точці $B(2;3)$. При цьому в точці B прибуток $P = 15$.

Отже, зменшивши прибуток на 4,2 одиниці, затрати зменшаться на 5,6 одиниць. Вважаємо, що розв'язок $x_1 = 2, x_2 = 3$ нас задовольняє.

Таким чином, підприємству для одночасного досягнення максимального прибутку випуску продукції з мінімальними витратами доцільно виготовити дві одиниці продукції №1 і три одиниці продукції №2.

P.S. Якщо зробити ще одну поступку $\Delta P_2 = 1$ і розв'язати задачу

$$C = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min,$$

за умов

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 3x_2 \geq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

то отримаємо розв'язок $x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 = \frac{10}{3}$. При цьому $C = 10\frac{2}{3}$, $P = 14$.

Якщо розглянути задачу з кількістю змінних більшою за дві, то для розв'язування задач треба використовувати симплексний метод.

Висновки

Вперше пропонується використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва. За критерії оптимальності прийнято максимальний прибуток від реалізації продукції та мінімальні затрати на виробництво продукції. Наводиться алгоритм розв'язування задачі в загальному випадку і його використання для розв'язання конкретного прикладу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Волошин О.Ф. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посібник / О.Ф. Волошин, С.О. Машенко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 336 с.
2. Квик М.Я. Математичні методи і моделі підтримки прийняття рішень в управлінні малими підприємствами: автореферат канд. екон. наук, спец.: 08.00.11 – математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці / М.Я. Квик. – Черкаси: Східноєвропейський університет економіки та менеджменту, 2015. – 20 с.
3. Цегелик Г.Г. Математичне програмування: навч. посібник / Г.Г. Цегелик. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 338 с.

Стаття надійшла до редакції 12.02.2016