

УДК 004.925.4

О. Н. Романюк, О. О. Дудник

Вінницький національний технічний університет
Хмельницьке шосе, 95, 21021 Вінниця, Україна

Анізотропна фільтрація з використанням текстурних карт вагових коефіцієнтів

Запропоновано метод використання спеціальних текстурних карт вагових коефіцієнтів для підвищення продуктивності обчислення вагових функцій у процесі анізотропної фільтрації текстур за рахунок використання заздалегідь розрахованих вагових коефіцієнтів.

Ключові слова: анізотропна фільтрація, гаусівська модель пікселя, текстурування, текстурна карта.

Вступ

Комп'ютерна графіка ефективно розвивається у напрямку підвищення реалістичності відтворення реальних об'єктів і процесів [1]. Підвищення реалістичності комп'ютерної графіки досягають за рахунок формування зображень, які точно відтворюють конструктивні та візуальні особливості об'єкта. При формуванні таких зображень широко використовують методи текстурування. Використання текстур для відтворення візуальних особливостей поверхні передбачає встановлення співвідношення між екранними координатами об'єкта та координатами текстури, вибірку та фільтрацію відповідних текселів [1–6].

Для досягнення високого ступеня реалістичності при текстуруванні широко використовується анізотропна фільтрація, яка дозволяє більш точно визначати кольори пікселів, які відповідають елементам текстури, що розташовані не паралельно екрану. На думку фахівців, це найбільш якісний і поширений метод текстурування. На відміну від ізотропних видів фільтрації (білінійна та трилінійна) використовується проекція пікселя на текстурну поверхню, яка розглядається як витягнутий еліпс (рис. 1) [1–4]. Для визначення кольору екранного пікселя використовують усереднення кольору всіх текселів, які попадають в еліпс. При усередненні кольорів текселів можуть використовуватися вагові коефіцієнти, що дозволяють врахувати фізичні особливості пікселів пристроїв виводу [1–3].

Серед усіх моделей пікселя найбільш адекватною є гаусівська модель [1, 3], згідно з якою інтенсивність кольору змінюється нелінійно від центру пікселя, як показано на рис. 2.

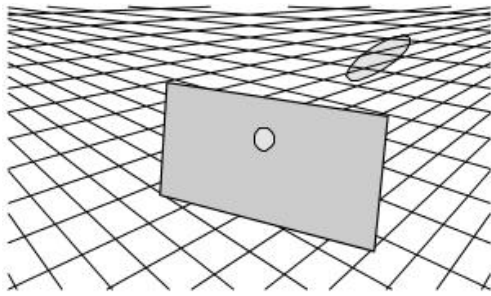


Рис. 1. Проекція пікселя на поверхню текстури

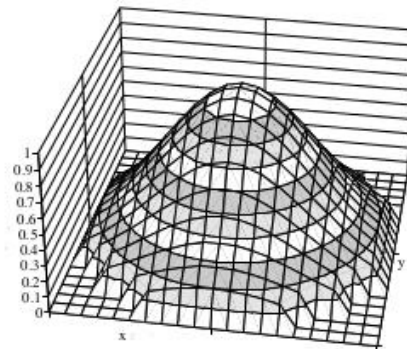


Рис. 2. Гаусівська модель пікселя

У сучасних засобах комп'ютерної графіки найчастіше використовують вагові коефіцієнти, що відповідають відстані текселя до центру еліпса [2, 3, 7]. Відстань від центру пікселя змінюється лінійно, тому такі методи не відповідають гаусівській моделі пікселя [1, 3, 7]. Іншим підходом є обчислення складних математичних функцій на основі нормального закону розподілу, що призводить до істотного зниження продуктивності [3, 7, 8]. Тому існує потреба в розробці методів використання точних вагових функцій на основі Гаусівської моделі пікселя без виконання складних обчислень.

Аналіз останніх досліджень

Відповідно до гаусівської моделі піксель у просторі екрану має форму тіла обертання кривої Гауса з діаметром основи рівним 1 та об'ємом рівним 1 [1, 3, 7, 8]. При проекції у простір текстури його форма змінюється вздовж вектора нахилу полігону, при цьому основа фігури набуває форми еліпса (рис. 3). Значення кольору пікселя на екрані визначається значеннями кольорів усіх текселів, що формують еліпс [1–3, 5]. При цьому слід врахувати, що інтенсивність кольору текселів знижується в міру віддалення від центру еліпсу до зон блюмінгу пропорційно висоті фігури в такій точці [1, 3, 7, 8].

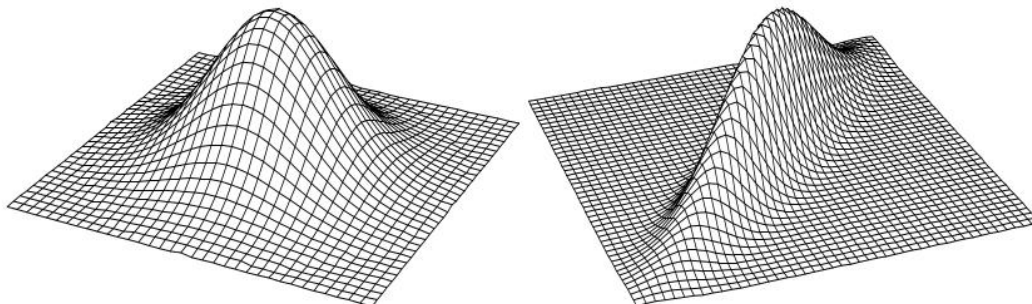


Рис. 3. Форма пікселя в просторі екрану та його проекції у просторі текстури відповідно до гаусівської моделі пікселя

Для вибірки текселів, що формують основу проекції, складають рівняння еліпса за наступним алгоритмом [2, 3, 5, 9].

1. Визначення векторів осей:

$$(U_x, V_x) = \left(\frac{du}{dx}, \frac{dv}{dx} \right), \quad (U_y, V_y) = \left(\frac{du}{dy}, \frac{dv}{dy} \right). \quad (1)$$

2. Визначення коефіцієнтів рівняння:

$$A = V_x^2 + V_y^2, \quad B = -2(U_x V_x + U_y V_y), \quad C = U_x^2 + U_y^2, \quad F = (U_x V_y + U_y V_x)^2. \quad (2)$$

3. Кінцеве рівняння:

$$AU^2 + BUV + CV^2 = F,$$

де $U = u - u_0$, $V = v - v_0$.

На основі отриманого рівняння, з урахуванням нахилу осей еліпса, можна скласти таку вагову функцію [3]:

$$W(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{[(u-u_0) \cdot \cos(\theta) + (v-v_0) \cdot \sin(\theta)]^2}{\sigma_1^2} + \frac{[-(u-u_0) \cdot \sin(\theta) + (v-v_0) \cdot \cos(\theta)]^2}{\sigma_2^2} \right]}.$$

Очевидно, що виконання таких обчислень призведе до істотного зниження продуктивності формування графічних сцен, тому можливе використання спрощення [3]:

$$W(u, v) = \left(1 - \frac{1}{2} \left[\frac{[U \cdot \cos(\theta) + V \cdot \sin(\theta)]^2}{\sigma_1^2} + \frac{[V \cdot \cos(\theta) - U \cdot \sin(\theta)]^2}{\sigma_2^2} \right] \right)^8.$$

Як видно з наведених формул, висока обчислювальна складність ускладнює використання вагових функцій на основі гаусівської моделі пікселя у складних графічних сценах з високими вимогами до продуктивності обчислень.

Сучасні графічні акселератори характеризуються наявністю значних об'ємів доступної оперативної пам'яті, що дозволяє працювати з великою кількістю текстурних карт. Тому існує тенденція до підвищення продуктивності різних обчислень шляхом використання спеціальних текстурних карт із заздалегідь розрахованими проміжними значеннями (карти висот, карти нормалей, карти відстаней тощо). Такий підхід доцільно застосувати і для спрощення визначення вагових коефіцієнтів.

Метою дослідження є підвищення продуктивності анізотропної фільтрації за рахунок використання спеціальних текстурних карт вагових коефіцієнтів для визначення вагових коефіцієнтів.

Розв'язання задачі

Карта вагових коефіцієнтів — це кольорова текстурна карта, значення кожного з текселів якої лежить у межах від 0 до 1 і відповідає значенню деякої вагової функції $W(u, v)$ для відповідних координат (рис. 4).

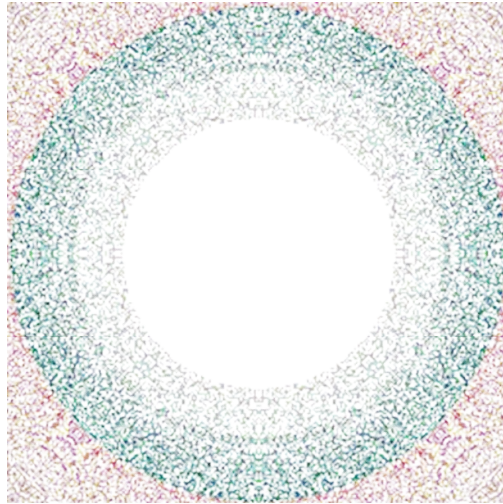


Рис. 4. Зразок карти вагових коефіцієнтів з роздільною здатністю 256×256 для гаусівської моделі пікселя

Для визначення текстурних координат точки на карті вагових коефіцієнтів слід виконати білінійну інтерполяцію координат. При цьому, як координатні осі слід використовувати осі еліпса.

Щоб обчислити координати точки у системі координат осей еліпса визначимо відстань від точки до відповідних осей. Відстань від заданої точки до прямої визначають за формулою:

$$d = \frac{|(y_2 - y_1)x_0 - (x_2 - x_1)y_0 + x_2y_1 - y_2x_1|}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}, \quad (3)$$

де $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ — координати двох точок на прямій, а x_0, y_0 — координати заданої точки. Як координати x_1, y_1 для обох осей використаємо координати u_0, v_0 центру еліпса (далі M). Значення координат другої точки для кожної з осей обчислимо шляхом додавання до x_1, y_1 векторів осей, що отримані при складанні рівняння еліпса, за формулою (1):

$$\begin{aligned} [x_2, y_2]_U &= [x_1, y_1] + [U_x, U_y] = [x_1 + U_x, y_1 + U_y], \\ [x_2, y_2]_V &= [x_1, y_1] + [V_x, V_y] = [x_1 + V_x, y_1 + V_y], \end{aligned}$$

де $[x_2, y_2]_U, [x_2, y_2]_V$ — координати точок, що лежать на осях еліпса. Різниці між координатами точок рівні відповідним координатам векторів: $y_2 - y_1 = U_y$; $x_2 - x_1 = U_x$ — для однієї осі та $y_2 - y_1 = V_y$, $x_2 - x_1 = V_x$ — для іншої.

Підставимо отримані значення та значення із формули (2) у формулу (3) для отримання абсолютних координат точки у системі координат осей еліпса. Оскільки координати можуть бути від'ємними, то модуль чисельника можна не визначати, тому:

$$x = \frac{V_y \cdot u - V_x \cdot v + (V_x + u_0) \cdot v_0 - (V_y + v_0) \cdot u_0}{\sqrt{A}} = \frac{u_0 \cdot V_y - v_0 \cdot V_x - V_y \cdot u + V \cdot v}{\sqrt{A}},$$

$$y = \frac{U_y \cdot u - U_x \cdot v + (U_x + u_0) \cdot v_0 - (U_y + v_0) \cdot u_0}{\sqrt{C}} = \frac{u_0 \cdot U_y - v_0 \cdot U_x - U_y \cdot u + U \cdot v}{\sqrt{C}},$$

де u_0, v_0 — координати центру еліпса; u, v — координати поточного текселя.

Для визначення відносних координат точки у системі координат осей еліпса слід розділити абсолютні координати на довжини відповідних півосей еліпса. Довжини півосей рівні модулям векторів U та V :

$$|\vec{U}| = \sqrt{U_y^2 + U_x^2} = \sqrt{C}, \quad |\vec{V}| = \sqrt{V_y^2 + V_x^2} = \sqrt{A}.$$

Таким чином, відносні координати точки обчислюються за формулами:

$$x = u_0 \cdot V_y - v_0 \cdot V_x - V_y \cdot u + V \cdot v \cdot \frac{1}{\sqrt{A \cdot C}},$$

$$y = u_0 \cdot U_y - v_0 \cdot U_x - U_y \cdot u + U \cdot v \cdot \frac{1}{\sqrt{A \cdot C}}. \quad (4)$$

Як видно із формул (4), значення $\frac{1}{\sqrt{A \cdot C}}$ (далі позначимо як S) спільне для x

та y , тому його можна обчислити один раз. Сучасні процесори дозволяють обчислювати наближене значення оберненого квадратного кореня з високою продуктивністю та без виконання операції ділення. Для процесорів, які не мають такої можливості, швидке обчислення оберненого квадратного кореня можливе з використанням метода Ньютона [10].

Позначимо $u_0 \cdot V_y - v_0 \cdot V_x$ як K_x , а $u_0 \cdot U_y - v_0 \cdot U_x$ як K_y . Ці частини формул (4) не залежать від координат поточного текселя. Тому вони можуть бути обраховані один раз для усього еліпса на етапі визначення коефіцієнтів рівняння еліпса. Крім того, при використанні анізотропної фільтрації з методами кешування [9], значення K_x та K_y для кожного пікселя можуть бути розраховані до початку рендерингу сцени. Тоді формули мають вигляд:

$$x = K_x - V_y \cdot u + V \cdot v \cdot S, \quad y = K_y - U_y \cdot u + U \cdot v \cdot S. \quad (5)$$

Абсолютні координати точки на карті вагових коефіцієнтів визначаються за формулою

$$u = \frac{w \cdot (x+1)}{2}, \quad v = \frac{h \cdot (y+1)}{2}, \quad (6)$$

де w, h — ширина та висота текстурної карти.

У випадках, коли карта вагових коефіцієнтів будується на основі функції симетричної відносно обох осей, таких як крива Гауса, необхідний для зберігання текстури розмір пам'яті можна скоротити в чотири рази. Для цього достатньо ви-

користувати лише верхній правий сектор текстурної карти. У такому випадку формули (5) матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}x &= |K_x - V_y \cdot u + V \cdot v \cdot S|, \\y &= |K_y - U_y \cdot u + U \cdot v \cdot S|.\end{aligned}$$

Тому формули (6) спрощуються до такого вигляду:

$$u = x \cdot w, \quad v = y \cdot h.$$

У випадках, коли до об'ємів необхідної пам'яті висуваються жорсткіші вимоги ніж до швидкості обчислень, а вагова функція задана тілом обертання, можна скористатись одновимірною текстурою (рис. 5).



Рис. 5. Збільшений зразок одновимірної карти вагових коефіцієнтів для симетричних функцій з шириною 64 на прикладі гаусівської моделі пікселя

Особливістю функцій, що задані тілом обертання, є те, що значення функції в усіх точках, які лежать на однаковій відстані від осі обертання, є однаковим незалежно від координат точок. Виходячи з цього, координати точки в одновимірній текстурі можна обчислити за теоремою Піфагора:

$$x = \sqrt{(K_x - V_y \cdot u + V \cdot v \cdot S)^2 + (K_y - U_y \cdot u + U \cdot v \cdot S)^2},$$

або у векторній формі:

$$x = |\vec{P}|,$$

де P — вектор, координати якого рівні координатам точки, визначеним за формулами (5). У такому випадку формули (6) матимуть вигляд:

$$u = x \cdot w, \quad v = 0.$$

Таким чином, за допомогою отриманих формул, можна визначити координати текселя на карті вагових коефіцієнтів. Це дає змогу зчитувати вагові коефіцієнти зі спеціальної текстурної карти та вилучити їхні обчислення з обчислювального процесу.

У ході тестування виявлено, що використання вагової карти замість обчислення складних формул забезпечує підвищення продуктивності до 1,5 разів. При цьому значного зниження якості не відбувається. На рис. 6 зображено результат накладання текстури без виконання анізотропної фільтрації, а на рис. 7 відображено результат виконання анізотропної фільтрації з ваговою функцією на основі гаусівської моделі пікселя з використанням вагової текстурної карти. При цьому, середньоквадратична похибка NMSE зображення, що сформоване із використанням вагової функції, відносно зображення без її використання, складає 0,08294, що свідчить про суттєві візуально видимі відмінності між двома зображеннями. А

показник NMSE зображення, сформованого з використанням вагових карт, по відношенню до зображення, сформованого з використанням вагових функцій, які розраховуються в реальному часі, складає всього 0,000708, що свідчить про те що візуальні відхилення досить незначні.

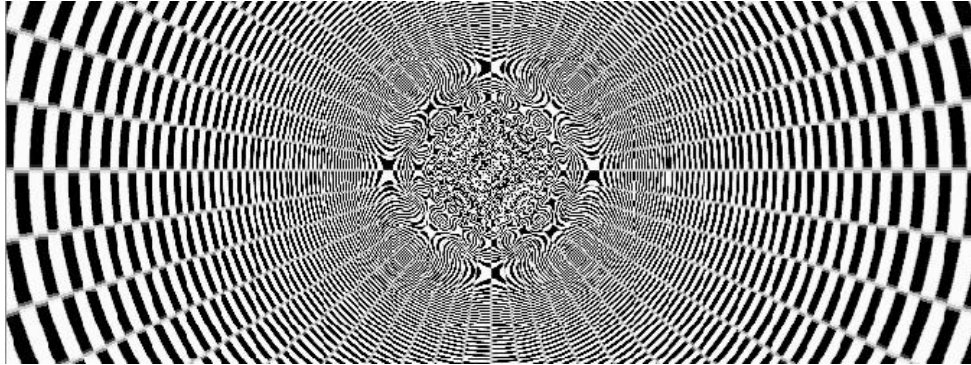


Рис. 6. Результат текстурування без виконання анізотропної фільтрації

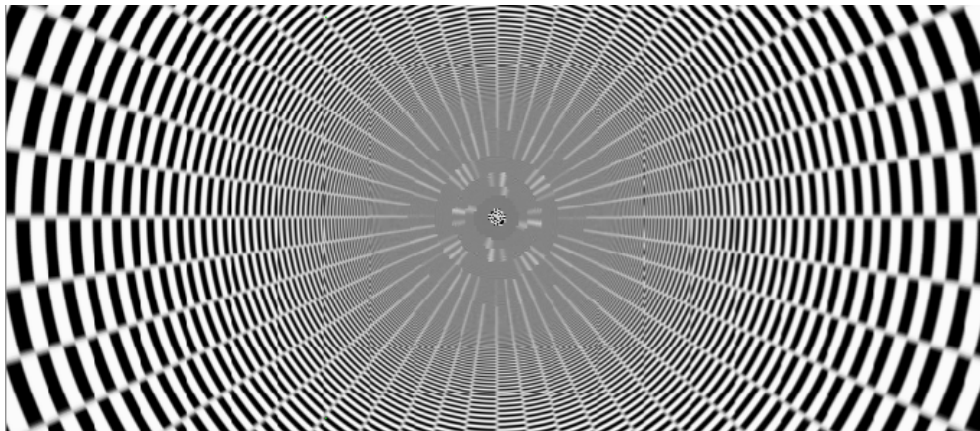


Рис. 7. Результат виконання анізотропної фільтрації з використанням вагової функції на основі гаусівської моделі пікселя

Висновки

Анізотропна фільтрація дозволяє досягти більш високої реалістичності формування графічних сцен при використанні вагових функцій, що враховують фізичні властивості пікселя. Запропоновано метод анізотропної фільтрації з використанням спеціальних текстурних карт вагових коефіцієнтів. Застосування карт вагових коефіцієнтів дає можливість істотно підвищити продуктивність анізотропної фільтрації з використанням складних вагових функцій.

1. Романюк С.О., Дудник О.О., Савицька Л.А., Романюк О.В. Анізотропна фільтрація з використанням вагових функцій. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2015. № 3. С. 459–462.

2. Heckbert Paul. Survey of texturemapping. Graphics Interface. 1986.
3. Романюк О.Н., Абрамчук І.В., Дудник О.О. Анізотропна фільтрація з використанням вагової функції на основі гаусівської моделі пікселя. *Вимірjувальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2016. № 2. С. 117–121.
4. Романюк О.Н., Дудник О.О. Метод підвищення продуктивності перспективно-коректного текстурювання. *Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. 2016. № 1(22). С. 43–46.
5. Романюк О.Н., Дудник О.О. Підвищення продуктивності перспективно-коректного текстурювання з використанням анізотропної фільтрації. *Вимірjувальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2016. № 3. С. 192–195.
6. Романюк О.Н., Дудник О.О., Мельник О.В. Неортогональна растеризація при перспективно-коректному текстурюванні. VI Міжнародна конференція «Моделирование и компьютерная графика» (25–29 трав. 2015, м. Красноармійськ). Красноармійськ, 2015. С. 174–178.
7. Романюк О.Н., Дудник О.О. Математичні моделі пікселя. Електронні інформаційні ресурси: створення, використання доступ. *Збірник міжнародної науково-практичної конференції*. Вінниця, 2014. С. 289–293.
8. Романюк О.Н., Абрамчук І.В., Дудник О.О., Мельник О.В. Модифікація гаусівської моделі пікселя для задач антиаліазингу. *Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. 2015. № 1(20). С. 84–88.
9. Романюк О.Н., Дудник О.О. Анізотропна фільтрація текстур з використанням методів кешування. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2016. № 6. С. 59–64.
10. Lomont C. Fast inverse square root. *Technical Report*. 2003.

Надійшла до редакції 22.08.2017