

А.И.Глухенький, канд.техн.наук, **А.А.Михаль**, канд.техн.наук (Ин-т электродинамики НАН Украины, Киев)

РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА СОСТАВЛЯЮЩИХ ИМПЕДАНСА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПРОВОДНИКА ПРИ ИХ ИЗМЕРЕНИИ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

В системе, содержащей прямой и обратный проводники с переменным током, численно исследуются электромагнитные процессы при измерении импеданса участка цилиндрического проводника. Для двух вариантов конфигураций измерительных выводов показана связь дифференциальных параметров электромагнитного поля с напряжением на зажимах для подключения вольтметра, а также получены выражения для расчета измеренных значений импеданса. Проведен анализ тангенса фазового угла и погрешности измерения сопротивления, возникающей при переходе от постоянного тока к переменному.

В системі, що містить прямий і зворотний провідники зі змінним струмом, чисельно досліджуються електромагнітні процеси при вимірюванні імпедансу ділянки циліндричного провідника. Для двох варіантів конфігурацій вимірювальних відводів показано зв'язок диференціальних параметрів електромагнітного поля з напругою на затискачах для підключення вольтметра, а також отримано вирази для розрахунку обмірюваних значень імпедансу. Проведено аналіз тангенса фазового кута й похибки вимірювання опору, що виникає при переході від постійного струму до змінного.

Введение. Высокая точность измерения электрических пассивных величин, таких как сопротивление, удельная электрическая проводимость, диэлектрическая и магнитная проницаемость, или активных величин, таких как ток, напряжение, мощность, угол фазового сдвига, во многих случаях не может быть реализована без учета погрешностей, вносимых первичными измерительными преобразователями (ПИП).

В зависимости от целевого назначения конструкция ПИП может быть различной. В общем случае она включает в себя чувствительный элемент и систему подводящих проводов и зажимов для подключения измерительного прибора. В ряде случаев в качестве чувствительного элемента ПИП используется цилиндрический прямолинейный проводник. Так, например, простейшей конструкцией шунта является прямой стержень кругового сечения [1]. В основе конструкции первичного преобразователя государственного эталона электролитической проводимости [2,6] лежит столб электролита (водного раствора хлористого калия), заключенный внутри трубки из кварцевого стекла.

Требования к метрологическим характеристикам ПИП на современном этапе резко возросли. Это обстоятельство предопределяет необходимость разработки и создания шунтов переменного тока класса точности 0,001 и выше. Воспроизведение электролитической проводимости с минимальной неопределенностью в кондуктометрическом эталоне требует определения сопротивления столба электролита (проводника второго рода) с относительной погрешностью, которая не должна превышать 5×10^{-6} .

Как правило, высокоточные измерения сопротивления первичных преобразователей осуществляются с применением переменного тока. Обусловлено это отсутствием влияния термо-ЭДС, меньшим уровнем спектральной мощности шума, использованием принципиально более точных мостовых уравновешенных цепей на основе делителей с тесной индуктивной связью. В некоторых средах, например, растворах электролитов, из-за опасности выпадения осадка измерения осуществляются только на переменном токе или постоянном токе очень малых величин.

Хорошо известно, что переменный электрический ток создает переменное магнитное поле, которое в соответствии с явлением электромагнитной индукции во всем окружающем пространстве наводит электродвижущие силы (ЭДС). При этом ЭДС возникают как в самих проводниках с током (за счет само- и взаимной индукции), так и в элементах измерительной системы (за счет взаимной индукции). В массивных проводах за счет вихревых токов дополнительно проявляются поверхностный эффект и эффект близости, которые тем сильнее, чем больше поперечное сечение проводника, выше частота и удельная электропроводность проводника, и чем ближе проводники расположены друг к другу.

Целью настоящей работы является расчетное исследование этих эффектов в процессе измерения импеданса цилиндрического проводника. Причем удельная проводимость проводника может изменяться в широких пределах от металлов с электронной проводимостью ($\sigma = 10^5 - 10^7$ См/м) до

растворов электролитов с ионным типом проводимости ($\sigma = 10^{-4} - 10^2$ См/м). Эта задача актуальна по двум соображениям. Во-первых, погрешность, обусловленная учетом этих эффектов, даже в звуковом диапазоне частот ($10 - 10^5$ Гц) может быть существенной и соизмеримой с требуемой погрешностью определения сопротивления некоторых объектов. Во-вторых, оценка соотношения между активной и реактивной составляющими импеданса проводника крайне важна для формирования технических требований на разработку вторичного измерительного прибора.

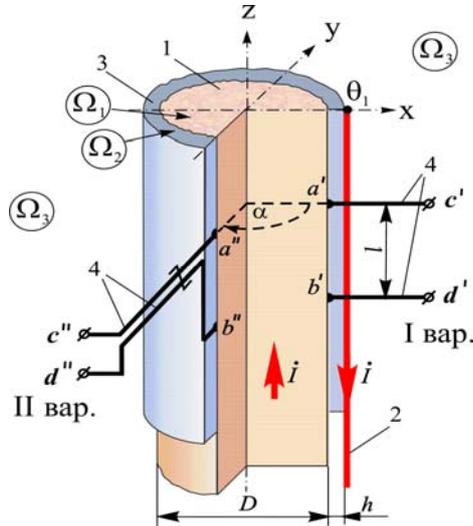


Рис. 1

Физическая модель. Идеализированную физическую модель для расчета измеренного значения импеданса участка цилиндрического проводника (рис. 1) представим в виде системы из прямого проводника 1 (круглого сечения диаметром D) и линейного (бесконечно тонкого) обратного проводника 2, по которым в противоположных направлениях протекает синусоидальный ток. Обратный проводник расположен параллельно прямому проводнику на расстоянии h от изоляции 3. Для снятия разности потенциалов выбраны две точки a и b , которые расположены на расстоянии l вдоль образующей прямого проводника. Обе точки могут согласованно скользить по поверхности массивного проводника в азимутальном направлении, при этом их местоположение будет определяться углом сдвига α относительно положения обратного токового провода. Выбор такой электромагнитной системы в качестве объекта исследования обусловлен тем, что она является близким аналогом кондуктометрического ПИП в составе государственного эталона электролитической проводимости жидкости [2].

В рамках данной работы рассмотрим два варианта подключения потенциальных зажимов измерительного прибора. Первый вариант заключается в том, что зажимы для подключения вольтметра c' и d' подключены к точкам на поверхности проводника a' и b' с помощью параллельных проводов 4, расположенных перпендикулярно оси проводника. Во втором варианте потенциальные провода 4 выходят перпендикулярно оси с точек a'' и b'' до края изоляции. Затем один из потенциальных проводов прокладывается параллельно оси проводника с током до соединения со вторым потенциальным проводом, после чего свивается с ним. В свитом виде провода подключаются к измерительным зажимам c'' и d'' .

Электромагнитные процессы в представленной системе будем рассматривать при следующих допущениях: при постановке задачи используем квазистационарное приближение, что позволяет пренебречь токами смещения, как в самом проводнике, так и в окружающем пространстве; проводники с током принимаются бесконечно длинными; потенциальные провода рассматриваются как идеальные, без учета диаметра и толщины изоляции; эквивалентное входное сопротивление измерителя напряжения принимается настолько большим, что делает ток в потенциальных проводах пренебрежимо малым.

Формулировка задачи численного расчета электромагнитного поля. Для исследования электромагнитных процессов в последнее время все большее распространение находит практика численного расчета электромагнитного поля на основе таких его дифференциальных характеристик как векторный магнитный потенциал \vec{A} и скалярный электростатический потенциал φ .

Известно, что потенциалы изначально входили в «итоговую систему основополагающих уравнений электродинамики», которая была представлена Дж.К.Максвеллом в «Трактате об электричестве и магнетизме» [5]. С их помощью он выразил физические явления, которые вызывают возникновение напряженности электрического поля \vec{E} в неподвижной среде

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi - \partial\vec{A}/\partial t. \quad (1)$$

Так, через « $-\text{grad}\varphi$ » в дифференциальном виде представлена разность электростатических потенциалов, вызывающая движение зарядов в проводниках, через « $-\partial\vec{A}/\partial t$ » сформулировано явление электромагнитной индукции.

В современной теории электромагнитного поля [7,8] уравнение (1) представлено как решение второго уравнения Максвелла $\text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$, и потенциалы рассматриваются как сугубо расчетные вспомогательные функции. При этом, по сути, два различных по своей физической природе фактора объединены под одним общим идентификатором напряженности электрического поля \vec{E} . Прямым

следствием такого подхода, к примеру, явилась невозможность в рамках этой теории сформулировать связь между дифференциальными характеристиками поля и электрическим напряжением [3].

В данной работе потенциалы будут рассматриваться не как математические абстракции, удобные для решения того или иного уравнения, а как реальные физические величины. Это позволит нам не только рассчитать распределение электромагнитного поля в системе, но и даст возможность увязать дифференциальные характеристики поля с электрическим напряжением. А в дальнейшем, при известном значении тока, рассчитать измеренное значение импеданса участка цилиндрического проводника с учетом геометрии потенциальных измерительных выводов.

Как известно, векторный магнитный потенциал связан с индукцией магнитного поля \vec{B} соотношением $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$, а плотность тока \vec{J} в проводящей среде в соответствии с уравнением материальной связи определяется выражением $\vec{J} = \sigma\vec{E}$, где σ – удельная электропроводность проводящей среды.

Выразив в первом уравнении Максвелла $\text{rot}\vec{H} = \vec{J}$ (ток смещения $\partial D / \partial t = 0$), напряженность магнитного поля \vec{H} и плотность тока проводимости \vec{J} через потенциалы \vec{A} и φ , с учетом соотношения $\vec{H} = (\mu_0\mu)^{-1}\vec{B}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, μ – относительная магнитная проницаемость среды, получим относительно \vec{A} следующее уравнение для квазистационарного электромагнитного поля в однородной проводящей неподвижной среде

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu_0\mu}\text{rot}\vec{A}\right) + \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\sigma \cdot \text{grad}\varphi. \quad (2)$$

Из условия непрерывности токов проводимости ($\text{div}\vec{J} = \text{div}(\text{rot}\vec{H}) \equiv 0$) для однородной изотропной среды можно записать $\text{div}(\partial\vec{A}/\partial t + \text{grad}\varphi) = \frac{\partial}{\partial t}\text{div}\vec{A} + \nabla^2\varphi = 0$. Тем самым, распределение скалярного электрического потенциала в квазистационарном электромагнитном поле в общем случае подчиняется уравнению Пуассона

$$\nabla^2\varphi = -\partial\text{div}\vec{A}/\partial t. \quad (3)$$

В соответствии с [5] векторный магнитный потенциал является соленоидальной величиной ($\text{div}\vec{A} = 0$). В декартовых координатах (x, y, z) имеем $\text{div}\vec{A} \equiv \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0$, при том, что составляющие дивергенции по отдельным координатам в общем случае являются ненулевыми.

При двухмерном (плоскопараллельном) представлении прямолинейных проводников с током, когда ток направлен перпендикулярно рассматриваемой плоскости xOy (по оси z) и имеется единственная z -составляющая плотности тока \vec{J} , векторный магнитный потенциал \vec{A} и градиент скалярного электрического потенциала $\text{grad}\varphi$ в уравнении (2) также имеют единственные z -составляющие.

При этом, исходя из уравнения (3), с учетом $\text{div}\vec{A} = \partial A_z / \partial z = 0$, распределение электрического скалярного потенциала определяется выражением $\partial^2\varphi / \partial z^2 = 0$. Отсюда можно сделать вывод, что потенциал φ вдоль проводника изменяется линейно, $\text{grad}\varphi$ является постоянной величиной в каждой точке поперечного сечения проводника и связан с разностью потенциалов φ_a и φ_b (рис. 1), вызвавшей протекание электрического тока в нем, соотношением

$$-\text{grad}\varphi = (\varphi_a - \varphi_b) / l = U_{ab} / l, \quad (4)$$

где U_{ab} – напряжение, приложенное к участку проводника длиной l .

Для этого же плоского случая уравнение (2) может быть приведено к виду, когда источником электромагнитного поля в проводнике является проходящий по нему электрический ток. Проинтегрируем по поперечному сечению S проводника выражение для плотности тока

$$i = \int_S \vec{J} ds = \sigma \int_S \vec{E} ds = -\sigma \int_S (\partial\vec{A}/\partial t + \text{grad}\varphi) ds. \quad (5)$$

Т.к. по сечению проводника выполняется условие $\text{grad}\varphi = \text{const}$, то можно преобразовать (5):

$$-\sigma \cdot \text{grad} \varphi = \frac{i}{S} + \frac{\sigma}{S} \int_S \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} ds. \quad (6)$$

После его подстановки в (2), переходя к комплексному изображению гармонических величин,

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu_0 \mu} \text{rot} \dot{A}\right) + j\omega\sigma \dot{A} - \frac{j\omega\sigma}{S} \int_S \dot{A} ds = \dot{I} / S, \quad (7)$$

где \dot{A} – гармоническая (изменяющаяся во времени по гармоническому закону) z -компонента вектора \vec{A} .

В результате получено интегро-дифференциальное уравнение, описывающее двумерное квазистационарное электромагнитное поле в проводнике при пропускании по нему электрического тока \dot{I} , который считается известной (заданной) величиной.

Таким образом, при плоскопараллельном рассмотрении расчет квазистационарного электромагнитного поля в массивном проводнике возможен при двух постановках: при заданном напряжении (уравнения (2, 4)) и заданном токе (уравнение (7)). Отметим, что в правых частях уравнений (2) и (7) отсутствуют выражения типа $\dot{J}_{\text{ст}}$ либо $\sigma \dot{E}_{\text{ст}}$ (“ст” – сторонние), которыми в современной теории [7], на наш взгляд, необоснованно, принято представлять источники электромагнитного поля в проводящей среде.

Численный расчет электромагнитного поля в рассматриваемой системе выполнялся в двумерной постановке методом конечных элементов с использованием пакета программ Comsol [9]. Допустимость двумерного представления определяется принятым приближением бесконечной длины прямого и обратного проводников с током. Расчетная область электромагнитной задачи рассматривается в декартовых координатах в плоскости xOy . Она содержит подобласть прямого проводника Ω_1 с удельной электропроводностью σ , подобласть изоляции Ω_2 , а также подобласть окружающей воздушной среды Ω_3 . Точкой Θ_1 на рисунке обозначена проекция обратного токового провода. Внешняя граница Ω_2 является проекцией на плоскость xOy возможных положений потенциальных выводов. На внешней границе расчетной области (на рис. 1 не показано) задается однородное граничное условие $\dot{A} = 0$.

Задача расчета электромагнитного поля решалась при заданных токах в прямом и обратном проводниках. Тогда уравнения, описывающие электромагнитное поле в системе через векторный магнитный потенциал $\vec{A} = \{0; 0; \dot{A}\}$, имеют следующий вид:

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma \dot{A} - \frac{j\omega\sigma}{S} \int_{\Omega_1} \dot{A} ds = \dot{I} / S$$

– в области Ω_1 ; $\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) = 0$ – в областях Ω_2 и Ω_3 ; $I_{\text{сноп}} = -\dot{I}$, – в точке Θ_1 .

Расчетные выражения для определения электрических параметров. Как известно, измерение напряжения (разности электрических потенциалов) на переменном токе имеет свои особенности. При наличии тока в силовой цепи показания вольтметра могут существенным образом зависеть от расположения измерительных выводов, что затрудняет трактовку полученных результатов. Это обусловлено наведением ЭДС в элементах измерительной системы (соединительных проводах вольтметра).

Значение электростатического потенциала, формируемого в произвольной i -той точке, в общем случае может быть определено в соответствии с выражением $\dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_0 + \int_0^i \text{grad} \dot{\varphi} d\vec{l}$, где $\dot{\varphi}_0$ – значение

электростатического потенциала в исходной точке. Поскольку поперечные сечения прямолинейного массивного проводника являются эквипотенциальными поверхностями, то вне зависимости от угла α точек подключения потенциальных выводов к боковой поверхности проводника будет справедливым $\dot{\varphi}_a' = \dot{\varphi}_a'' = \dot{\varphi}_a$ и $\dot{\varphi}_b' = \dot{\varphi}_b'' = \dot{\varphi}_b$. Из уравнения (1) также следует, что в измерительных проводах в отсутствие тока ($\vec{E} = \vec{J} / \sigma = 0$) распределение скалярного потенциала определяется только явлением взаимной индукции: $\text{grad} \dot{\varphi} = -j\omega \vec{A}$. Таким образом, напряжение на зажимах вольтметра \dot{U}_V при произвольном положении потенциальных проводов будет равно

$$\dot{U}_V = \dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_d = \left(\dot{\varphi}_a - j\omega \int_a^c \dot{A} d\vec{l}\right) - \left(\dot{\varphi}_b - j\omega \int_b^d \dot{A} d\vec{l}\right), \quad (8)$$

где $\dot{\varphi}_c$, $\dot{\varphi}_d$ и $\dot{\varphi}_a$, $\dot{\varphi}_b$ – соответственно электрические потенциалы на зажимах вольтметра и точек a и b на поверхности цилиндрического проводника, $-j\omega \int \dot{A} d\vec{l}$ – индуцированная в измерительных проводах ЭДС взаимной индукции.

Заметим, что индуцированная ЭДС должна определяться в соответствии с правилами скалярного произведения векторов $\dot{A} d\vec{l} = \dot{A} dl \cos(\hat{A} \hat{d\vec{l}})$. В рассматриваемой электромагнитной системе векторный магнитный потенциал направлен вдоль проводников с током. Соответственно, на участках измерительных проводов, расположенных перпендикулярно им, ЭДС индукции будут равны нулю. На продольных участках значение \dot{A} остается постоянным вдоль измерительного вывода и при определении ЭДС может выноситься из-под знака интеграла.

Таким образом, в первом варианте измерения напряжения при достаточном удалении вольтметра от проводников с током, так что можно принять для продольных участков измерительных выводов $\dot{A} \cong 0$, его показания будут соответствовать разности потенциалов в точках a и b

$$\dot{U}'_V = \dot{\varphi}'_c - \dot{\varphi}'_d = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b . \quad (9)$$

Во втором варианте показания вольтметра определяются в соответствии с выражением

$$\dot{U}''_V = \dot{\varphi}''_c - \dot{\varphi}''_d = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b - j\omega \dot{A} l , \quad (10)$$

где \dot{A} – локальное значение векторного магнитного потенциала в месте расположения продольного участка потенциального измерительного вывода длиной l . Бифилярный участок измерительных выводов может прокладываться произвольным образом. Электродвижущие силы, наводимые в них электромагнитным полем, взаимно вычитаются и на показания вольтметра влияния не оказывают. На перпендикулярных участках выводов, как и ранее, ЭДС электромагнитной индукции не наводятся.

В случае прокладки потенциального вывода непосредственно вдоль образующей цилиндрического проводника с током, когда значения векторного магнитного потенциала на продольном участке измерительного вывода и на поверхности проводника практически совпадают, показания вольтметра будут равны

$$\dot{U}''_V = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b - j\omega \dot{A} l = -\text{grad} \dot{\varphi} \cdot l - j\omega \dot{A} l = (\dot{E} + j\omega \dot{A}) l - j\omega \dot{A} l = \dot{E} l . \quad (11)$$

Т.е. в этом случае, по сути, вольтметром обеспечивается измерение поверхностной напряженности электрического поля \dot{E} (умноженной на величину l), что позволяет в соответствии с выражением $\dot{J} = \sigma \dot{E}$ определить и поверхностную плотность тока. При погружении потенциальных проводов с изолированной боковой поверхностью в жидкую проводящую среду такой объект может выступать в качестве ПИП для измерения локальных величин \dot{E} и \dot{J} внутри жидких проводников с током [4].

Таким образом, в соответствии с первым вариантом вольтметром измеряется разность электрических потенциалов участка массивного проводника, которая обеспечивает протекание по нему электрического тока. Во втором варианте показания вольтметра, помимо разности потенциалов в точках подсоединения измерительных проводов, определяются также локальными значениями векторного магнитного потенциала и потому существенным образом зависят от местоположения измерительных выводов. Выражение для измеряемого в соответствии с первым вариантом напряжения \dot{U}'_{ab} с учетом (4) и (6) может быть преобразовано к виду

$$\dot{U}'_V = \dot{U}'_{ab} = \dot{I} R_{DC} + j\omega \frac{l}{S} \int \dot{A} ds , \quad (12)$$

где $R_{DC} = l/(\sigma S)$ – сопротивление участка цилиндрического проводника постоянному току.

Разделив обе части уравнения (12) на ток \dot{I} , получим выражение для полного сопротивления участка проводника в этом случае

$$Z' = \frac{\dot{U}'_V}{\dot{I}} = R_{DC} + \frac{j\omega l}{IS} \int \dot{A} ds , \quad (13)$$

откуда выражения для активного и индуктивного сопротивления будут иметь следующий вид:

$$R'_{AC} = \text{Re}(Z') = R_{DC} + \text{Re} \left(\frac{j\omega l}{IS} \int \dot{A} ds \right) , \quad X' = \text{Im}(Z') = \text{Im} \left(\frac{j\omega l}{IS} \int \dot{A} ds \right) \quad (14,15)$$

Взяв за основу уравнения (4), (6) и (10), несложно получить аналогичные выражения для вто-

рого варианта измерения напряжения:

$$R_{AC}'' = \operatorname{Re}(Z'') = R_{DC} + \operatorname{Re}\left(\frac{j\omega l}{IS} \int_s \dot{A} ds - j\omega \dot{A} l\right), \quad X'' = \operatorname{Im}(Z'') = \operatorname{Im}\left(\frac{j\omega l}{IS} \int_s \dot{A} ds - j\omega \dot{A} l\right). \quad (16,17)$$

Результаты расчетов и их анализ. При изменении удельной электрической проводимости σ проводника и частоты питающего тока $f = \omega/2\pi$ в широких пределах вклад индуцированной составляющей в значение активного сопротивления R_{AC} может так же существенно изменяться. Поэтому результаты расчета составляющих импеданса согласно уравнениям (14–17) целесообразно представлять в виде относительных параметров, например, тангенса фазового угла $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{Re}(Z)/\operatorname{Im}(Z)$ и отклонения или погрешности $\delta = (R_{AC} - R_{DC})/R_{DC}$, возникающей при переходе от постоянного тока к переменному. Ниже приведены результаты расчетов этих параметров применительно к реальной конструкции ПИП эталона электролитической проводимости со следующими геометрическими размерами: $D = 10$ мм, $h = 2,5$ мм.

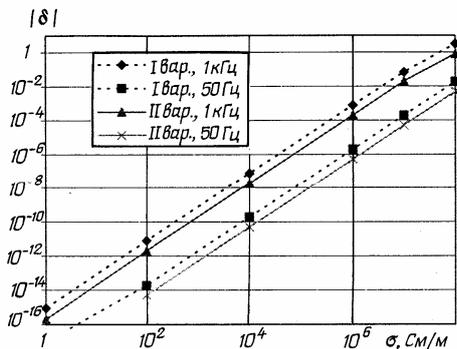


Рис. 2

На рис. 2 показаны зависимости модуля погрешности δ от удельной электрической проводимости для двух вариантов подключения потенциальных зажимов измерительного прибора (рис. 1) и двух частот – промышленной частоты 50 Гц и измерительной частоты 1 кГц, которая, как правило, применяется в метрологии. Необходимо отметить, что погрешность для первого варианта подключения имеет положительное значение, а для второго варианта при $\alpha = 180^\circ$ – отрицательное. Из приведенных ранее уравнений следует, что в составе измеренного напряжения и, соответственно, импеданса присутствуют индуцированные составляющие. Причем для первого варианта включения (согласно уравнениям 9 и 12) это единственная составляющая, описывающая вклад векторного магнитного потенциала внутри массивного проводника, которая собственно и приводит к возникновению положительной погрешности. Для второго варианта включения, согласно уравнениям 10 и 12, индуцированная часть импеданса представлена двумя составляющими. Кроме существующей в предыдущем варианте составляющей присутствует составляющая, описывающая вклад векторного магнитного потенциала пространства вне массивного проводника. Поскольку обе составляющие вычитаются, то этим и объясняется изменение знака погрешности на рис. 2. Условно выбрав предельно малую учитываемую величину погрешности, например 10^{-6} , можем сделать вывод, что на измерительной частоте 1 кГц для удельной электропроводности $\sigma \leq 10^4$ погрешностями, вносимыми за счет явления электромагнитной индукции, можно пренебречь для обоих вариантов включения. Поскольку модуль погрешности (рис. 2) в большей степени зависит от частоты, нежели от схемы включения, то целесообразно рассмотреть частотную зависимость составляющих импеданса. Результаты этих исследований для жидкого проводника с ионным типом проводимости и II вариантом подключения при угле $\alpha = 180^\circ$ показаны на рис. 3. В качестве такого проводника нами выбран водный раствор электролита с электролитической проводимостью $\sigma = 60$ См/м. Это значение электролитической проводимости соответствует максимально возможной границе, в пределах которой эталон воспроизводит данную физическую величину [2].

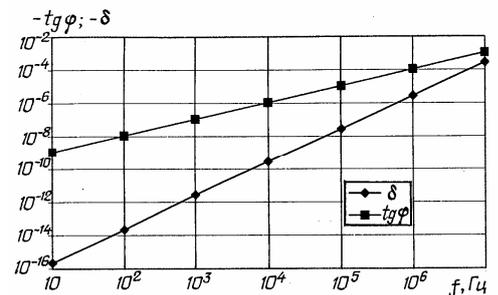


Рис. 3

Из монотонного характера зависимостей следует, что электрическую модель растворов электролитов ($\sigma \leq 10^2$) можно представить двухэлементной схемой замещения. Характер реактивности требует уточнения. Однако он настолько мал, что для всех частот измерительного сигнала вплоть до нескольких МГц тангенс, так же как и погрешность, можно не учитывать. Соответственно это означает, что при исследовании электромагнитных процессов в средах с ионным типом проводимости явлением электромагнитной индукции можно пренебречь.

Рассмотрим эти же зависимости для проводников с высокой удельной электропроводностью. Для наиболее типичного представителя, которым является медь ($\sigma = 6 \cdot 10^7$ См/м), они показаны на рис. 4 и 5. Зависимости имеют ярко выраженный экстремум, который устремляется к нулю. Но по абсолютной величине значения погрешности и тангенса отрицательны влево от экстремума и положительны вправо. Т.о., если для электролитов погрешность и тангенс являются отрицательными величинами во всем частотном диапазоне, то для металлов знак этих характеристик изменяется с отрицательного на положительный. Причем это изменение происходит для погрешности в частотном интервале (1–10) кГц, а для тангенса фазового угла (рис. 5) – в частотном интервале (0,1–1) кГц. Наличие перегибов и изменение знака в характеристиках, показанных на рис. 4 и 5, свидетельствует о том, что двухэлементной схемой замещения импеданс участка массивного металлического проводника представить нельзя. Это обстоятельство необходимо учитывать при выборе частоты сигнала и структуры измерительного канала вторичного преобразователя. Тангенс фазового угла для металлических проводников становится большим единицы, начиная с частот выше 1 кГц. Поэтому требования к метрологическим характеристикам вспомогательного квадратурного канала измерительного устройства должны быть такими же высокими, как и для основного синфазного измерительного канала.

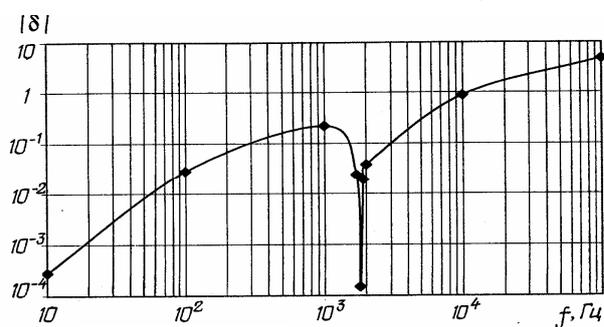


Рис. 4

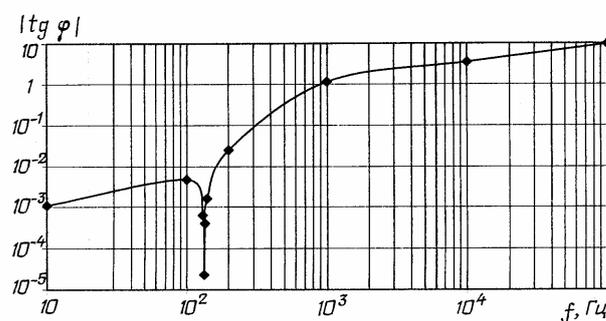


Рис. 5

На примере приведенных графиков показано, что частотные характеристики $tg\varphi$ и δ для металлов со вторым вариантом подключения при угле $\alpha = 180^\circ$ меняют знак. Как показывают дальнейшие исследования, эти характеристики являются функциями угла α (рис. 1), который задает положение точек подключения потенциальных выводов относительно обратного токового провода. Соответствующие зависимости при двух значениях частот: $f_1 = 50$ Гц и $f_2 = 1$ кГц показаны на рис. 6 и 7.

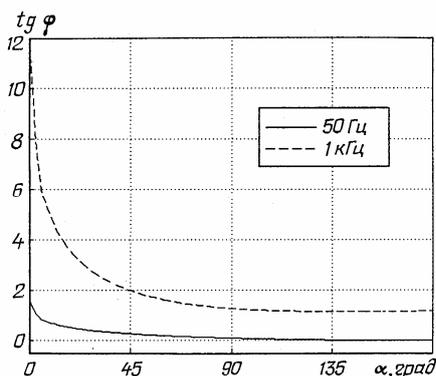


Рис. 6

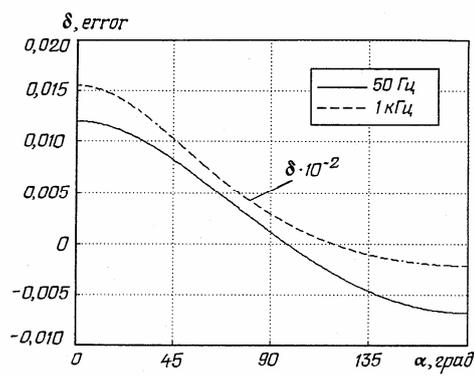


Рис. 7

При приближении точек подключения потенциальных выводов к обратному проводу ($\alpha \rightarrow 0^\circ$) реактивная составляющая импеданса (рис. 6) на частоте измерительного сигнала 1 кГц на порядок превышает активную составляющую. Поэтому если в измерительном устройстве не предус-

мотреть цепь компенсации квадратурной составляющей, то можно потерять чувствительность при измерении основного параметра – активной составляющей импеданса. Кроме того, на этой частоте, даже на диаметрально противоположной стороне ($\alpha = 180^\circ$) тангенс фазового угла близок к единице. Следовательно, метрологические характеристики цепей компенсации должны быть достаточно высокими. А это в свою очередь, усложняет аппаратуру для измерения импеданса. Из аналогичной зависимости погрешности (рис. 7) следует несколько выводов. Во-первых, для представленных частот измерительного сигнала характер зависимости одинаков, но при частоте 1 кГц погрешность на два порядка больше, чем при частоте 50 Гц. Во-вторых, значение погрешности меняет свой знак, проходя через нулевую от-

метку. Причем с ростом частоты положение точки перехода погрешности через ноль смещается в диаметрально противоположном направлении относительно положения обратного проводника с током. Переход значения погрешности через ноль при перемещении точек подключения a и b по поверхности проводника является крайне важным фактом. Он свидетельствует о том, что величиной погрешности можно управлять, сводя ее к нулю путем выбора соответствующего угла подключения потенциальных проводов к чувствительному элементу ПИП.

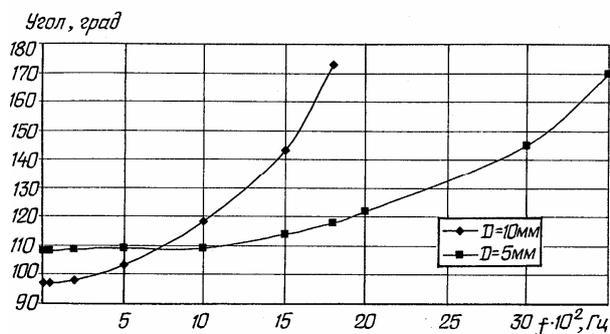


Рис. 8

На рис. 8 в качестве примера показаны зависимости от частоты угла α_0 , при котором погрешность δ будет равна нулю. Из рисунка следует, что для медного проводника диаметром 10 мм при рабочей частоте 1 кГц искомый угол составляет 118° , а для проводника диаметром 5 мм – 110° .

Заключение. 1. В работе выполнен численный расчет электромагнитного поля системы прямолинейных проводников с переменным током. В качестве полевой функции использован векторный магнитный потенциал. Показано, что при плоскопараллельном рассмотрении расчет электромаг-

нитного поля в массивном проводнике возможен при двух постановках. В первом случае в качестве источника поля выступает электрическое напряжение, которое в дифференциальном виде представлено через градиент электростатического потенциала. Особенностью второй постановки является то, что электромагнитное поле задается средней по сечению проводника плотностью тока и описывается относительно векторного магнитного потенциала интегро-дифференциальным уравнением.

2. Представлена методика численного расчета таких доступных для измерения интегральных параметров, как напряжение на зажимах для подключения измерителя и импеданс участка цилиндрического проводника при различных конфигурациях измерительной цепи.

3. В общем случае выбор варианта подключения потенциальных выводов должен определяться целевым назначением проводимых измерений. При необходимости определения сопротивления на переменном токе с минимальной погрешностью относительно сопротивления постоянному току предпочтение следует отдать второму варианту, который позволяет минимизировать значение погрешности.

4. Применительно к чувствительному элементу ПИП государственного эталона электролитической проводимости относительная погрешность измерения сопротивления на частотах вплоть до нескольких МГц для обоих вариантов подключений составляет менее 10^{-6} . Соответственно это означает, что при исследовании электромагнитных процессов в средах с ионным типом проводимости явлением электромагнитной индукции можно пренебречь.

1. Векслер М.С., Теплинский А.М. Шунты переменного тока. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1987. – 120 с.
2. Гаврилкін В.Г та ін. Державний первинний еталон одиниці електричної провідності рідин. Український метрологічний журнал. – 2006. – №3. – С. 47–51.
3. Глухенький О.І. Теорія та розрахункова практика в квазістаціонарному електромагнітному полі (Назад до Максвелла) // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Зб. наук. праць. – 2008. – №20. – С. 89–90.
4. Глухенький А.І., Гориславець Ю.М. Магнітне поле в каналі електромагнітного дозатора рідкого металу // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Енергоефективність: Зб. наук. праць. – 2001. – С. 3–5.
5. Максвелл Дж. К. Трактат об електричестві і магнетизмі. В двох томах. Т.ІІ.М.: Наука, 1989. – 431 с.
6. Михаль А.А., Сурду М.Н., Швець Т.В. Метрологічне забезпечення вимірювань УЭП розчинів в океанологічних і промислових вимірюваннях. Український метрологічний журнал. – 1998. – №3. – С. 21–25.
7. Никольський В.В. Електродинаміка і розповсюдження радіоволн. – М.: Наука, 1978. – 544 с.
8. Тамм І.Е. Основи теорії електричестві. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
9. 4. FEMLAB User's Guide and Introduction. – FEMLAB 2.3. – COMSOL, Inc., 1994–2002. – 436 p.

Надійшла 26.03.2009