

УДК 621.365.51:537.8

Ю.М.ГОРИСЛАВЕЦ, докт.техн.наук, А.И.ГЛУХЕНЬКИЙ, канд.техн.наук (Ин-т электродинамики НАН Украины, Киев)

Электродинамические параметры системы вращательного движения жидкого металла индукционной канальной печи

Для индукционной плавильной печи, оснащенной системой электромагнитного вращения жидкого металла в каналах, разработана математическая модель для численного расчета магнитогидродинамических процессов. В результате решения связанной цепи-полевой задачи расчета электромагнитного поля совместно с уравнениями гидродинамики определены удельный электромагнитный момент и усредненная по поперечному сечению цилиндрического канала угловая скорость жидкого металла в зависимости от питающего напряжения.

Для індукційної плавильної печі, яка оснащена системою електромагнітного обертання рідкого металу в каналах, розроблено математичну модель для чисельного розрахунку магнітогідродинамічних процесів. В результаті розв'язання зв'язаної коло-польової задачі розрахунку електромагнітного поля спільно з рівняннями гідродинаміки визначено питомий електромагнітний момент і усереднену по поперечному перерізу каналу кутову швидкість рідкого металу в залежності від живлячої напруги.

Введение. Индукционные канальные печи широко используются для плавки как цветных, так и черных металлов. Такие печи питаются напряжением промышленной частоты, не требуя специальных источников питания, и имеют достаточно высокий КПД. Известны конструктивные решения индукционных канальных печей, в которых электромагнитными средствами создают вращательное движение жидкого металла в каналах. Наличие такого движения позволяет решить ряд технологических задач, как-то: интенсифицировать теплообмен между индукционными каналами и ванной печи, снизить "зарастание" стенок каналов окислами, реализовать непосредственно в печи очистку (рафинирование) расплава от газа и неметаллических включений.

В работе [2] выполнено компьютерное моделирование электромагнитных и гидродинамических процессов в индукционной печи с вращательным движением металла в каналах. Расчет электромагнитного поля в этом случае осуществлялся при заданных токах в электромагнитной системе печи. В результате проведенного моделирования были определены электродинамические параметры системы электромагнитного вращения металла печи, в качестве которых выступали удельный (на единицу длины канала) электромагнитный момент и усредненная по поперечному сечению канала угловая скорость жидкого металла. Получены зависи-

мости этих величин от тока в дополнительных катушках, обеспечивающих совместно с индуктором вращательное движение металла в каналах.

Целью данной работы является установление зависимостей указанных электродинамических параметров от питающего напряжения в магнитогидродинамической постановке с учетом системы электропитания печи. Такой подход требует решения связанной цепи-полевой задачи расчета электромагнитного поля печи совместно с гидродинамической задачей движения жидкого металла.

Конструкция печи и ее система питания. На рис. 1 дано эскизное изображение индукционной канальной печи с вращательным движением жидкого металла (точнее, так называемой индукционной единицы, которая стыкуется с ванной печи). Она состоит из электромагнитной системы и канальной части. Электромагнитная система в составе индуктора 1, замкнутого магнитопровода 2 и дополнительной двухсекционной катушки 3, секции которой соединены между собой встречно, служит для наведения тока в жидком металле канальной части и приведения его во вращательное движение. Канальная часть печи, представляющая собой короткозамкнутый виток жидкого металла, состоит из двух цилиндрических каналов 4 и 5, соединенных между собой каналами 6 и 7. Поскольку магнитные поля индуктора (поле рассеяния) и дополнительной катушки в области цилиндричес-

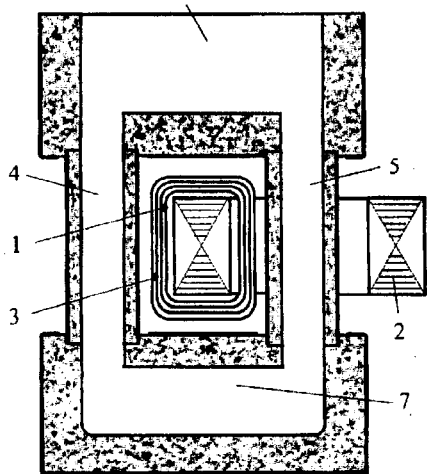


Рис. 1

ких каналов пространственно сдвинуты на 90 град., то при питании их электрическими токами, имеющими взаимный фазовый сдвиг, в цилиндрических каналах печи создается вращательный электромагнитный момент. Для получения максимального момента этот сдвиг должен составлять $\psi = \angle I$; $I_i = 90$ эл.град. Более подробно конструкция и принцип действия индукционной печи с вращательным движением жидкого металла описаны в работах [2,3].

Электрическая схема питания такой печи показана на рис. 2. На ней обозначено: Z_i — полное сопротивление индуктора, точнее системы "индуктор-жидкометаллический виток", Z_k — полное сопротивление дополнительной катушки (системы "дополнительная катушка-жидкометаллический виток") и z_c — сопротивление конденсаторной батареи. Конденсаторная батарея в этой схеме компенсирует реактивную мощность печи и одновременно обеспечивает необходимый фазовый сдвиг между токами (магнитными полями) индуктора I_i и дополнительной катушки I . Представленная на этом рисунке принципиальная схема по своей структуре аналогична схеме питания устройства рафинирования жидких металлов, описанного в работе [4].

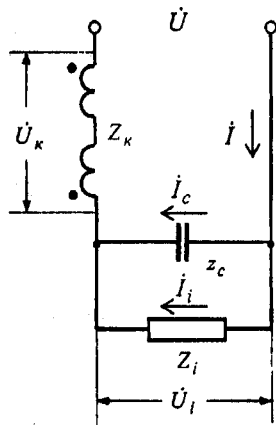


Рис. 2

Математическая модель печи с вращательным движением металла. Математическая модель магнитогидродинамических процессов в индукционной канальной печи с системой электромагнитного вращения жидкого металла включает в себя связанную цепи-полевую задачу расчета электромагнитного поля и уравнения гидродинамики, которые решаются совместно. В соответствии с моделью расчет поля производится в квазитрехмерной постановке при заданном напряжении с учетом системы электропитания печи. Гидродинамическая задача сформулирована в двумерной постановке для поперечных сечений цилиндрических каналов печи.

Квазитрехмерная постановка электромагнитной задачи для данного устройства означает, что поле печи рассматривается в плоскости, проходящей поперек цилиндрических каналов, а соединительные каналы учитываются путем включения в уравнение баланса напряжений для жидкометаллического витка полных их сопротивлений, которые определяют на основе решения дополнительных двумерных полевых задач (в плоскости, проходящей поперек соединительных каналов).

При разработке модели для расчета электромагнитного поля приняты следующие допущения: магнитная проницаемость ферромагнитного магнитопровода считается заданной, т.е. независимой от напряженности магнитного поля; плотности тока в индукторе и дополнительной катушке распределены равномерно по поперечным сечениям катушек; из рассмотрения исключены конструктивные электропроводные элементы печи (металлические каркасы цилиндрических и соединительных каналов).

На рис. 3 показана расчетная область печи. Она содержит подобласти цилиндрических каналов Ω_1 и Ω_2 , индуктора Ω_3 и Ω_4 , дополнительной катушки Ω_5 , Ω_6 , Ω_7 и Ω_8 , магнитопровода Ω_9 , а также подобласти с неэлектропроводной средой Ω_{10} и Ω_{11} , включающие в себя футеровку стенок каналов и окружающее пространство.

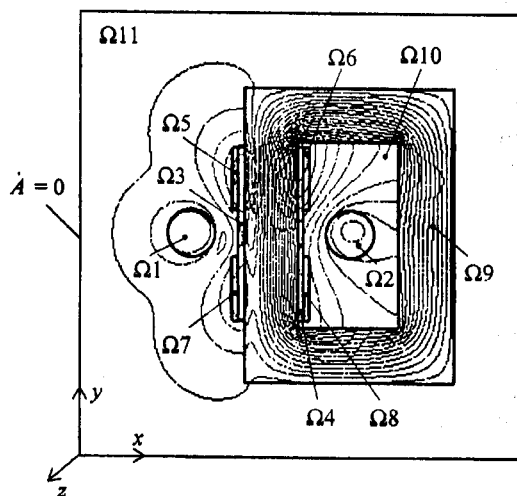


Рис. 3

Электромагнитное поле в такой системе в случае питания печи от источника переменного напряжения по схеме рис. 2 с учетом скорости движения жидкого металла $\vec{u} = \{u_x; u_y\}$ можно описать системой интегро-дифференциальных уравнений, состоящей из уравнений для векторного магнитного потенциала \vec{A}_z (далее \vec{A}), уравнений баланса напряжений и уравнения баланса токов, относительно следующих неизвестных: потенциала \vec{A} , токов в индукторе I_i , дополнительной катушке I и жидкометаллическом витке I_B , а также напряжений на индукторе \dot{U}_i и дополнительной катушке \dot{U}_K .

Уравнения для векторного потенциала:

$$\begin{aligned} \mu_0^{-1} \text{rot rot } \vec{A} + j\omega\alpha\vec{A} - \sigma(\vec{u} \times \text{rot } \vec{A}) = \\ = -\dot{I}_B / S_{\text{цк}} + j\omega\alpha\vec{A}1 - \dot{J}_u 1 \quad \text{— в области } \Omega 1; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_0^{-1} \text{rot rot } \vec{A} + j\omega\alpha\vec{A} - \sigma(\vec{u} \times \text{rot } \vec{A}) = \\ = \dot{I}_B / S_{\text{цк}} + j\omega\alpha\vec{A}2 - \dot{J}_u 2 \quad \text{— в области } \Omega 2; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mu_0^{-1} \text{rot rot } \vec{A} = \begin{cases} +\dot{I}_i w_i / S_i & \text{— в области } \Omega 3, \\ -\dot{I}_i w_i / S_i & \text{— в области } \Omega 4; \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_0^{-1} \text{rot rot } \vec{A} = \begin{cases} +\dot{I}_K w_K / S_K & \text{— в областях } \Omega 6 \text{ и } \Omega 7, \\ -\dot{I}_K w_K / S_K & \text{— в областях } \Omega 5 \text{ и } \Omega 8; \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_0^{-1} \mu_{Fe}^{-1} \text{rot rot } \vec{A} = 0 \quad \text{— в области } \Omega 9; \quad (5)$$

$$\mu_0^{-1} \text{rot rot } \vec{A} = 0 \quad \text{— в областях } \Omega 10 \text{ и } \Omega 11. \quad (6)$$

Уравнения баланса напряжений:

— для индуктора

$$\dot{U}_i = \dot{I}_i (r_i + jx_{il}) + j\omega w_i l (\dot{A}3 - \dot{A}4); \quad (7)$$

— для дополнительной катушки

$$\dot{U}_K = 2\dot{I}_K (r_K + jx_{kl}) + j\omega w_K l (-\dot{A}5 + \dot{A}6 + \dot{A}7 - \dot{A}8); \quad (8)$$

— для жидкометаллического витка

$$0 = \dot{I}_B (2r_{\text{цк}} + z_{\text{цк}}) - j\omega l (\dot{A}1 - \dot{A}2) + \sigma^{-1} l (\dot{J}_u 1 - \dot{J}_u 2); \quad (9)$$

— для печи в целом

$$\dot{U} = \dot{U}_i + \dot{U}_K. \quad (10)$$

Уравнение баланса токов:

$$\dot{I} = \dot{I}_i + \dot{U}_i / z_c. \quad (11)$$

В этих уравнениях $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\dot{A}n = S_{\Omega n}^{-1} \int \vec{A} ds$ — среднее значение векторного магнитного потенциала в n -ой подобласти ($n = 1, \dots, 8$), $\dot{J}_u n = \sigma S_{\Omega n}^{-1} \int (\vec{u} \times \text{rot } \vec{A}) ds = \sigma S_{\Omega n}^{-1} \int (u_x B_y - u_y B_x) ds$ — среднее значение плотности тока, обусловленного движением жидкого металла, в n -ой подобласти ($n = 1, 2$), $\vec{B} = \{B_x; B_y\}$ — индукция магнитного поля, μ_{Fe} — относительная магнитная проницаемость магнитопровода, σ — удельная электропроводность жидкого металла, ω — угловая частота, w_i и w_K — числа витков индуктора и одной секции дополнительной катушки, S_i и S_K — поперечные сечения индуктора и секции дополнительной катушки, $r_i = k_{ri} l_{wi} w_i / (\sigma_{Cu} S_{Cui})$ и $r_K = k_{rK} l_{wK} w_K / (\sigma_{Cu} S_{Cuk})$ — активные сопротивления индуктора и секции катушки (σ_{Cu} — удельная электропроводность меди, k_{ri} и k_{rK} — коэффициенты увеличения сопротивления на переменном токе, l_{wi} и l_{wK} — средние длины витков, S_{Cui} и S_{Cuk} — сечения меди одного витка соответствующих катушек), x_{il} и x_{kl} — реактивности лобового (торцевого) рассеяния индуктора и секции дополнительной катушки [5], $r_{\text{цк}} = l / (\sigma S_{\text{цк}})$ — сопротивление цилиндрического канала постоянному току ($S_{\text{цк}}$ — поперечное сечение канала), l — расчетная длина (по оси z) системы, $z_{\text{цк}}$ — полное сопротивление обоих соединительных каналов (рассчитывается в соответствии с [3]).

Пояснения относительно вида приведенных уравнений (1, 2 и 9) даны в Приложении.

Решая совместно уравнения (7)–(11) относительно неизвестных токов I_B, I_i, I и подставляя их значения в уравнения (1)–(4), получим выражения для правых частей этих уравнений, имеющих размерность плотности тока:

$$j1 = \frac{(r_{\text{цк}} + z_{\text{цк}}) (j\omega\alpha\vec{A}1 - \dot{J}_u 1) + r_{\text{цк}} (j\omega\alpha\vec{A}2 - \dot{J}_u 2)}{2r_{\text{цк}} + z_{\text{цк}}}; \quad (12)$$

$$j2 = \frac{r_{\text{цк}} (j\omega\alpha\vec{A}1 - \dot{J}_u 1) + (r_{\text{цк}} + z_{\text{цк}}) (j\omega\alpha\vec{A}2 - \dot{J}_u 2)}{2r_{\text{цк}} + z_{\text{цк}}}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} j3 = \pm [\dot{U}_i w_i z_c - j\omega w_i^2 l (2r_K + 2jx_{kl} + z_c) (\dot{A}3 - \dot{A}4) - \\ - j\omega w_i w_K l z_c (-\dot{A}5 + \dot{A}6 + \dot{A}7 - \dot{A}8)] \times \left\{ S_i \left[2(r_i + \right. \right. \\ \left. \left. + jx_{il}) (r_K + jx_{kl}) + z_c (r_i + jx_{il}) + 2z_c (r_K + jx_{kl}) \right] \right\}^{-1}; \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_4 = & \pm \left[\dot{U} w_k (r_i + jx_{il} + z_c) - j\omega w_i w_k l z_c (A_3 - A_4) - \right. \\
 & \left. - j\omega w_k^2 l (r_i + jx_{il} + z_c) (-A_5 + A_6 + A_7 - A_8) \right] \times \\
 & \times \left\{ S_k \left[2 (r_i + jx_{il}) (r_k + jx_{kl}) + z_c (r_i + jx_{il}) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2z_c (r_k + jx_{kl}) \right] \right\}^{-1}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

В качестве граничных условий для данной задачи задавалось условие магнитной изоляции на внешних границах расчетной области ($A=0$).

Решение уравнений (1)–(6) с учетом выражений (12)–(15) позволяет получить распределение электромагнитного поля (индукции магнитного поля \vec{B} , результирующей плотности тока J и др.) в цилиндрических каналах печи (в областях Ω_1 и Ω_2), что дает возможность рассчитать электромагнитные силы, которые возникают в жидком металле,

$$\vec{f} = 0,5 \operatorname{Re} (\vec{J} \times \vec{B}^*), \quad (16)$$

где \vec{B}^* — сопряженный комплекс индукции магнитного поля.

Для определения скорости жидкого металла решались уравнения гидродинамики в виде уравнений Навье–Стокса для турбулентного течения с k - ε моделью турбулентности [7]:

$$\rho (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \rho \nabla \cdot \left[(\nu + \nu_T) \nabla \vec{u} \right] + \vec{f}; \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (18)$$

где ρ — плотность жидкого металла, p — давление, ν и ν_T — коэффициенты кинематической и турбулентной вязкостей металла соответственно.

Гидродинамическая задача рассматривалась для областей Ω_1 и Ω_2 (рис. 3), то есть рассчитывалась скорость жидкого металла в поперечных сечениях неохваченного и охваченного магнитопроводом цилиндрических каналов печи. Граничное условие на стенках каналов при этом задавалось в виде логарифмического профиля скорости для пограничного слоя.

Результаты моделирования. Численный расчет электромагнитной задачи (уравнения (1)–(6)) и гидродинамической задачи (уравнения (17)–(18)) выполнялся совместно в магнитогидродинамической постановке с использованием программного пакета мультифизического моделирования Femlab [6].

Расчет проводился при следующих исходных данных: жидкий металл — алюминий ($\sigma = 4,46 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\rho = 2,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$), $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ с}^{-1}$, диаметр цилиндрических каналов — 0,19 м, расчетная длина системы l принята равной

длине цилиндрического канала ($l = 1,125 \text{ м}$), число витков индуктора $w_i = 32$, число витков одной секции дополнительной катушки $w_k = 40$, сопротивление конденсаторной батареи $z_c = -j0,4 \text{ Ом}$ ($C = 7960 \text{ мкФ}$).

Полное суммарное сопротивление обоих соединительных каналов (длиной по 0,46 м), полученное в результате решения дополнительных полевых задач в соответствии с работой [3], для этой печи составило $z_{\text{СК}} = (0,35 + j1,25) \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$. С целью упрощения расчетов пренебрегали лобовыми (торцевыми) рассеяниями катушек, т.е. полагалось $x_{il} = x_{kl} = 0$, а коэффициенты активного сопротивления индуктора и дополнительной катушки принимались равными $k_{ri} = k_{rk} = 1,2$.

На рис. 3 показано распределение электромагнитного поля в расчетной области печи в виде изолиний абсолютных значений векторного магнитного потенциала. Принятая в расчетах величина емкости конденсаторной батареи позволила обеспечить фазовый угол $\psi = \angle I$; $I_i = 89 \text{ эл.град}$. При этом коэффициент мощности печи вместе с батареей составил 0,89.

Оценка эффективности системы электромагнитного вращения жидкого металла печи может быть проведена с помощью введенных в работе [2] электродинамических параметров: удельного (на 1 м длины канала) электромагнитного момента

$$M = \int_{S_{\text{цк}}} r \cdot f_{\varphi} ds \quad (20)$$

и усредненной по поперечному сечению канала угловой скорости жидкого металла

$$\Omega = \frac{1}{S_{\text{цк}}} \int_{S_{\text{цк}}} \frac{u_{\varphi}}{r} ds, \quad (21)$$

где r — текущий радиус цилиндрического канала, f_{φ} и u_{φ} — φ -компоненты (относительно осей цилиндрических каналов) электромагнитных сил и скорости жидкого металла соответственно.

На рис. 4 и 5 показаны расчетные зависимости удельного электромагнитного момента M и угловой скорости Ω от питающего напряжения. Кривые, обозначенные на этих рисунках цифрой 1, относятся к неохваченному магнитопроводом (левому на рис. 1) цилиндрическому каналу, а цифрой 2 — к охваченному. Пунктирные кривые здесь соответствуют случаю, когда расчет электромагнитного поля производился без учета скорости жидкого металла, т.е. в уравнениях (1), (2) и (9) принималось $\vec{u} = 0$.

Анализируя полученные зависимости, можно отметить, что электромагнитный момент и угловая скорость вращения металла в охваченном маг-

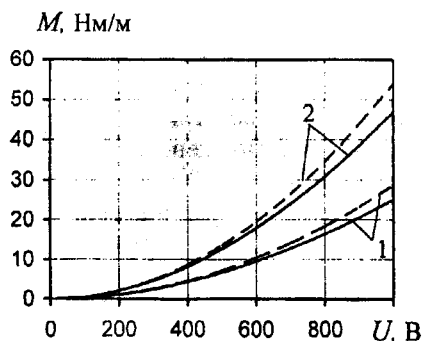


Рис. 4

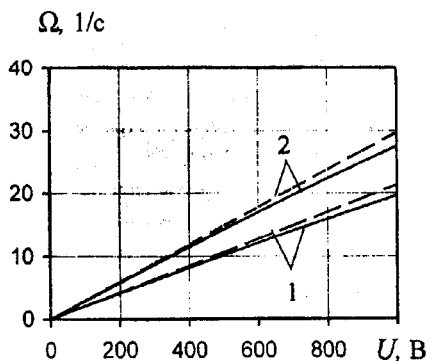


Рис. 5

нитопроводом цилиндрическом канале выше, чем в неохваченном. Получить одинаковые по величине значения этих параметров в обоих каналах можно при Ш-образной форме магнитопровода (броневом сердечнике). В этом случае оба цилиндрических канала будут охвачены ферромагнитным сердечником и, естественно, будут находиться в одинаковых в электромагнитном отношении условиях.

Учет индуцированных за счет движения жидкого металла электрических токов уменьшает электромагнитный момент примерно на 15%, а угловую скорость — на 8%. Таким образом, влияние скорости движения жидкого металла на электродинамические параметры в данном случае невелико и в первом приближении их расчет можно выполнять без учета индуцированных за счет движения металла токов.

Зависимости угловой скорости жидкого металла от напряжения, рассчитанные без учета указанных выше токов, для обоих каналов имеют линейный характер (пунктирные кривые на рис. 5).

Заключение. Для индукционной канальной печи, оснащенной системой вращательного движения жидкого металла, разработана математическая модель для описания электромагнитных и гидродинамических процессов, которая представляет собой связанную цепи-полевую квазитрехмерную задачу расчета электромагнитного поля, решаемую совместно с гидродинамической задачей движения жидкого металла для турбулентного течения. Модель позволяет в магнитогидродинамической по-

становке получить распределение электромагнитного поля и определить течение металла в каналах печи с учетом системы ее электропитания.

Определены и проанализированы зависимости электродинамических параметров системы вращения печи, в качестве которых приняты удельный электромагнитный момент и угловая скорость жидкого металла в каналах, от питающего напряжения. Оценен вклад в эти параметры индуцированных за счет движения металла электрических токов.

Приложение. Вывод уравнений (1) и (2). Уравнения (1) и (2) описывают квазистационарное электромагнитное поле в цилиндрических каналах печи, представляющих собой массивные жидкометаллические прямолинейные проводники с продольным током, с учетом поперечного движения жидкого металла в них. Напряженность результирующего электрического поля в такой электропроводной подвижной среде будет

$$\vec{E}^* = -\nabla\phi - j\omega\vec{A} + \vec{u} \times \text{rot}\vec{A}, \quad (22)$$

где ϕ — электрический потенциал. В квазистационарном приближении (ток смещения равен нулю), исходя из первого закона Максвелла $\mu_0^{-1} \text{rot}\vec{B} = \vec{J}$, материального уравнения $\vec{J} = \sigma\vec{E}^*$, соотношений $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ и (22), получим уравнение электромагнитного поля для этой среды, которое имеет вид

$$\mu_0^{-1} \text{rot}\text{rot}\vec{A} + j\omega\sigma\vec{A} - \sigma(\vec{u} \times \text{rot}\vec{A}) = -\sigma\nabla\phi. \quad (23)$$

При двухмерном представлении проводника с током I , когда ток направлен по оси z , $\vec{A} = \{0; 0; A\}$, $\vec{J} = \{0; 0; J\}$, $\vec{E} = \{0; 0; E\}$, $\vec{B} = \{B_x; B_y; 0\}$, $\vec{u} = \{u_x; u_y; 0\}$, а $\nabla\phi$ имеет только z -компоненту и является постоянной величиной в поперечном сечении проводника. Для этого случая уравнение (23) может быть приведено к виду, когда источником электромагнитного поля в проводнике является проходящий по нему электрический ток.

Проинтегрируем по поперечному сечению S такого проводника выражение для плотности тока

$$\vec{i} = \int_S \vec{J} ds = -\sigma \int_S (\nabla\phi + j\omega\vec{A} - \vec{u} \times \text{rot}\vec{A}) ds. \quad (24)$$

Учитывая, что $\nabla\phi = \text{const}$ по сечению проводника, получим

$$-\sigma\nabla\phi = \frac{\vec{i}}{S} + \frac{j\omega\sigma}{S} \int_S \vec{A} ds - \frac{\sigma}{S} \int_S (\vec{u} \times \text{rot}\vec{A}) ds. \quad (25)$$

Подставив это выражение в правую часть урав-

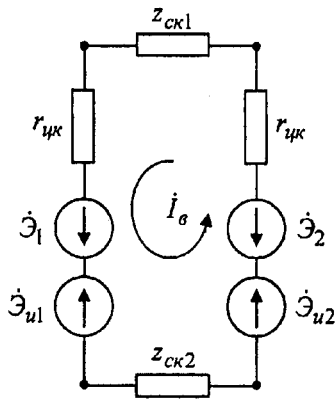


Рис. 6

нения (23) и заменив S на $S_{цк}$, а \dot{I} на $\mp \dot{I}_\sigma$, получим уравнения (1) и (2).

Получение уравнения (9). Канальная часть печи представляет собой короткозамкнутый виток жидкого металла, состоящий из четырех каналов (двух цилиндрических и двух соединительных). По аналогии с [5] такой виток можно представить в виде схемы замещения, показанной на рис. 6. Здесь $r_{цк}$ — омическое сопротивление цилиндрического канала, $z_{ск1}$ и $z_{ск2}$ — полные сопротивления соединительных каналов ($z_{ск} = z_{ск1} + z_{ск2}$), $\dot{\mathcal{E}}_1 = -j\omega l S_{цк}^{-1} \int_{\Omega 1} \dot{A} ds$ и $\dot{\mathcal{E}}_2 = -j\omega l S_{цк}^{-1} \int_{\Omega 2} \dot{A} ds$ — ЭДС электромагнитной индукции (само- и взаимоиנדукции), а $\dot{\mathcal{E}}_{u1} = l S_{цк}^{-1} \int_{\Omega 1} (\vec{u} \times \text{rot} \dot{A}) ds$ и

$\dot{\mathcal{E}}_{u2} = l S_{цк}^{-1} \int_{\Omega 2} (\vec{u} \times \text{rot} \dot{A}) ds$ — ЭДС движения, наводимые в цилиндрических каналах печи.

Составив в соответствии со вторым законом Кирхгофа баланс напряжений для такой цепи, получим уравнение (9).

Следует отметить, что при $\vec{u} = 0$ уравнения (1), (2) и (9) превращаются в уравнения, которые использовались нами ранее в работах [1,3,4].

1. Глухенький А.И., Гориславец Ю.М. Расчетное исследование системы "индуктор-массивный виток-электромагнит" для устройств дозирования жидкого металла // Техн. электродинамика. — 2006. — №1. — С. 11–18.

2. Гориславец Ю.М. Комп'ютерне моделювання індукційної каналної печі з обертовим рухом рідкого металу // Техн. электродинамика. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". Ч.6. — 2008. — С. 92–95.

3. Гориславец Ю.М. Математичне моделювання електромагнітних процесів в індукційних каналних печах // Вісн. нац. ун-ту "Львівська політехніка". — 2007. — №597. — С. 61–65.

4. Гориславец Ю.М. Электромагнитное поле и параметры устройства непрерывного рафинирования жидкого металла // Техн. электродинамика. — 2008. — №4. — С. 69–74.

5. Попов П.Г., Шумилов Ю.А. Анализ электромагнитных устройств с индуктивными связями методом конечных элементов // Электричество. — 1978. — №11. — С. 43–48.

6. FEMLAB User's Guide and Introduction. — FEMLAB 2.3. — COMSOL, Inc., 1994–2002. — 436 p.

7. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD // DCW Industries Inc. — 1998.

Надійшла 14.07.2008