

Modeling of Creep Damage Effects on a Magnetic Detector Signal for a Seam Weld/HAZ-Region in a Steel Pipe // IEEE Trans. Magn. — 1998. — Vol.34. — №.4. — P. 2156—2158.

25. Sablik M.J. Modeling the Effect of Grain Size and Dislocation Density on Hysteretic Magnetic Properties in Steels // J. Appl. Phys. — 2001. — Vol. 89. — № 10. — P. 5610—5613.

26. Sternberk J. К проблеме прямоугольной формы петли гистерезиса марганцевых ферритов // Чехослов. физич. журнал. — 1959. — Т. 9. — С. 408—409.

27. Szpunar J.A., Atherton D.L., Szpunar B. Analysis of the

Irreversible Processes of Magnetization in Steel // IEEE Trans. on Magn. — 1987. — V. 23. — № 1. — P. 300—304.

28. Tomka G.J., Gore J.G., Earl J., Murray N., Maylin M. G., Squire P. T. A Phenomenological Approach to Micromagnetics in Martensitic Steels // JMMM. — 2000. — Vol. 219. — P. 275—280.

29. Wulf M., Vandeveld L., Maes J., Dupre L., Melkebeek J. Computation of the Preisach Distribution Function Based on a Measured Everett Map // IEEE Trans. on Magn. — 2000. — V. 36. — P. 3141—3143.

Надійшла 21.07.08

УДК 621.3.011.7:537.532.5:621.372.011:512.3.32

В.Н.СИДОРЕЦ, канд.техн.наук (Ин-т электросварки им.Е.О.Патона НАН України, Киев)

Критерии детерминированного хаоса в нелинейных цепях с электрической дугой

Продемонстрировано, что в нелинейных цепях с электрической дугой при определенных значениях параметров возникают сложные колебания. По совокупности четырех критериев (чрезвычайной чувствительности к начальным условиям, сплошному шумоподобному частотному спектру, положительности показателя Ляпунова, подкове Смейла) сделано заключение, что сложные колебания, наблюдаемые в нелинейных цепях с электрической дугой, являются детерминированным хаосом.

Продемонстровано, що в нелінійних колах з електричною дугою при певних значеннях параметрів виникають складні коливання. За сукупністю чотирьох критеріїв (надзвичайної чутливості до початкових умов, суцільному шумоподібному частотному спектрі, позитивності показника Ляпунова, подкові Смейла) зроблено висновок, що складні коливання, які спостерігаються в нелінійних колах з електричною дугою, є детермінованим хаосом.

Введение. Особый интерес при исследовании нелинейных электрических цепей с дугой представляет детерминированный хаос, который был обнаружен в этих системах и ставит их в один ряд с нелинейными системами другой природы с детерминированным хаосом. Детерминированный хаос представляет собой неперiodические автоколебания. Сценарии перехода к хаотическим колебаниям весьма разнообразны, но, обычно, они включают в себя этап периодических автоколебаний. Одна из возможностей появления автоколебаний в автономных динамических системах — это бифуркация Хопфа. За бифуркацией Хопфа следует каскад бифуркаций удвоения периода, приводящий к появлению детерминированного хаоса, который в фазовом пространстве выглядит как странный аттрактор. Однако сложность и неперio-

дичность колебаний еще не свидетельствует о том, что они являются детерминированным хаосом. В настоящее время существует несколько критериев детерминированного хаоса. Часть из них являются качественными, поэтому принято проверять несколько критериев, чтобы сделать вывод о наличии детерминированного хаоса. Исследованию этих критериев посвящена настоящая статья.

Электрические цепи с дугой. Электрическая дуга является составной частью многих электротехнических установок, исполняя роль технологического инструмента. Поэтому описание цепей с дугой и исследование их устойчивости остается актуальной задачей.

Со времени первого теоретического исследования цепи с электрической дугой [1] прошло много времени, но до сих пор дуга является классическим

примером нелинейности.

С электротехнической точки зрения дугу можно рассматривать как элемент с падающей вольт-амперной характеристикой. Но, как показал опыт, для исследования динамических режимов и устойчивости необходимо учитывать термическую инерционность дуги. Поэтому целесообразно использовать обобщенную модель динамической дуги [6], в разработке которой автор принимал участие. В этой модели дуга является элементом цепи, падение напряжения на котором имеет следующий вид:

$$u_A = U(i_\theta) i_A / i_\theta, \quad (1)$$

где i_A — ток дуги, $U(i_\theta)$ — функция статической вольт-амперной характеристики (ВАХ) дуги, i_θ — ток состояния дуги. Выражение (1) можно использовать при записи уравнений Кирхгофа, которые необходимо дополнять дифференциальным уравнением, описывающим динамику дуги

$$\theta \frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = i_A^2, \quad (2)$$

где θ — постоянная времени дуги, которая определяет ее термическую инерционность, связанную с процессами нагрева, диссоциации и ионизации газовой среды, в которой горит дуга.

Обобщенную модель динамической дуги автор использовал при исследовании многих электрических цепей с дугой. Подробнее остановимся на трех, схемы которых показаны на рис. 1.

Система дифференциальных уравнений, кото-

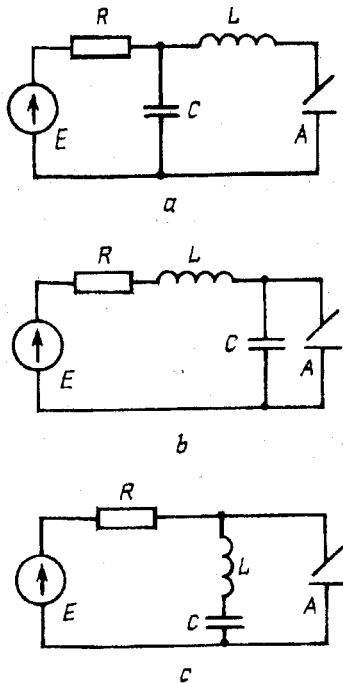


Рис. 1

рая описывает цепь на рис. 1, а, имеет вид [3]

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left[u - \frac{U(i_\theta)}{i_\theta} i \right];$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{RC} (E - u - Ri); \quad (3)$$

$$\frac{di_\theta^2}{dt} = \frac{1}{\theta} (i^2 - i_\theta^2),$$

где i — ток реактора, который совпадает с током дуги $i_A = i$, u — напряжение на конденсаторе, R, L, C — сопротивление, индуктивность и емкость цепи. Первые два уравнения системы (3) соответствуют законам Кирхгофа для контура и узла.

Статическая вольт-амперная характеристика дуги падающая, поэтому аппроксимация ее выбиралась в виде степенной функции

$$U(i) = U_0 (i/I_0)^n, \quad (4)$$

где n — отрицательный показатель степени, $n = -1/3$, что характерно для свободно горящих дуг.

Аналогично получались системы дифференциальных уравнений для остальных цепей: для цепи, показанной на рис. 1, б,

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} (E - u - Ri);$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C} \left[i - \frac{i_\theta}{U(i_\theta)} u \right];$$

$$\frac{di_\theta^2}{dt} = \frac{1}{\theta} \left\{ \left[\frac{u}{U(i_\theta)} \right]^2 - 1 \right\} i_\theta^2.$$

(5)

Для цепи, показанной на рис. 1, с,

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left[U(i_\theta) \frac{E - Ri}{Ri_\theta + U(i_\theta)} - u \right];$$

$$du/dt = C^{-1} i;$$

(6)

$$\frac{di_\theta^2}{dt} = \frac{1}{\theta} \left\{ \left[\frac{E - Ri}{Ri_\theta + U(i_\theta)} \right]^2 - 1 \right\} i_\theta^2.$$

Странные аттракторы в электрических цепях с дугой. С помощью численных методов было определено, что в рассматриваемых цепях возможно возникновение автоколебаний. Причем эволюция автоколебаний при возрастании бифуркационного параметра C представляет собой каскад бифуркаций удвоения периода, приводящий к детермини-

рованному хаосу, который в фазовом пространстве имеет вид странного аттрактора [7—10, 14].

Странные аттракторы весьма разнообразны. Некоторые из них для первой цепи (рис. 1, а) показаны на рис. 2.

Странные аттракторы (рис. 3) для второй цепи (рис. 1, б) по своей структуре значительно отлича-

ются от странных аттракторов первой цепи и наблюдаются при совершенно других значениях параметров. Свойства странных аттракторов (рис. 4) для третьей цепи (рис. 1, с) аналогичны свойствам странных аттракторов первой цепи и наблюдаются примерно при тех же значениях параметров.

Критерии детерминированного хаоса. На се-

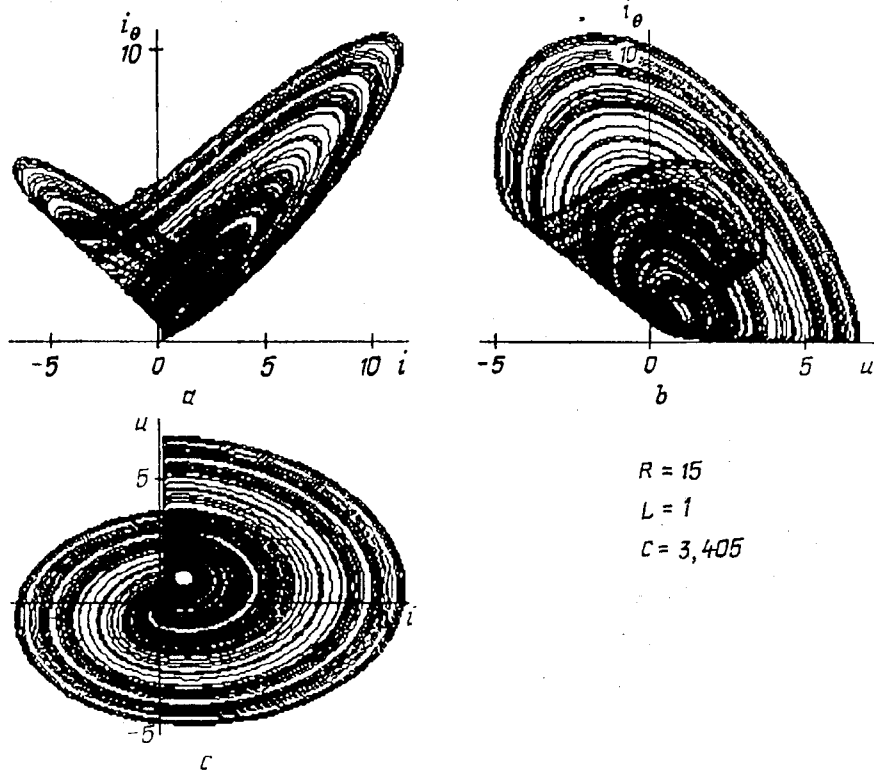


Рис. 2

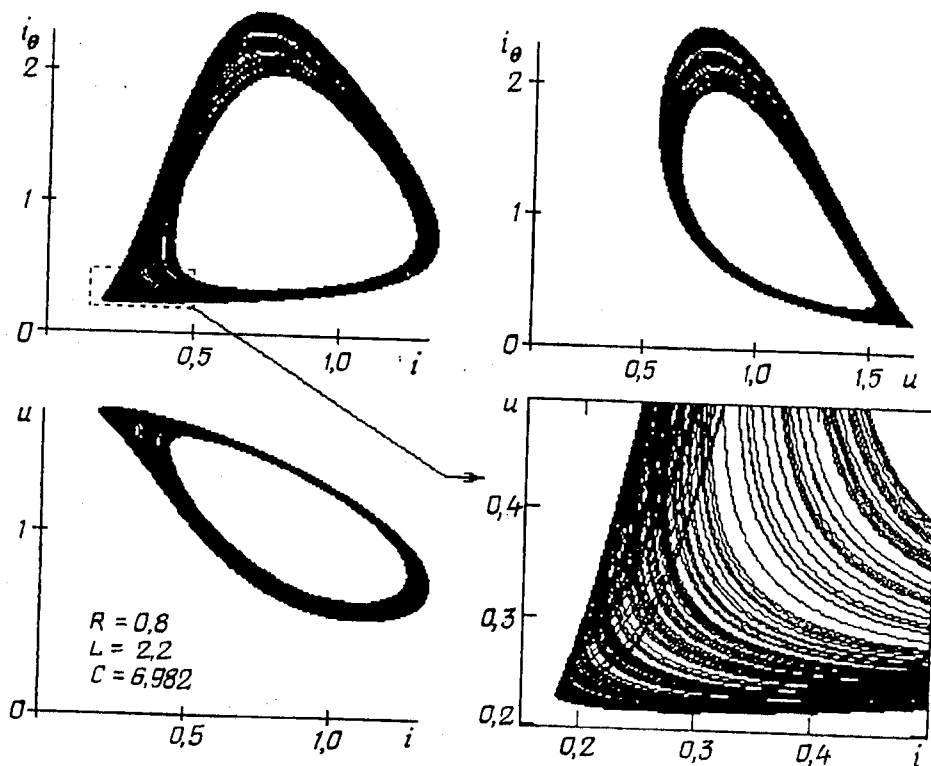


Рис. 3

-6H N
 -6H XH
 (P ONI
 MBATDI
 KOTOIE
 -00 BH

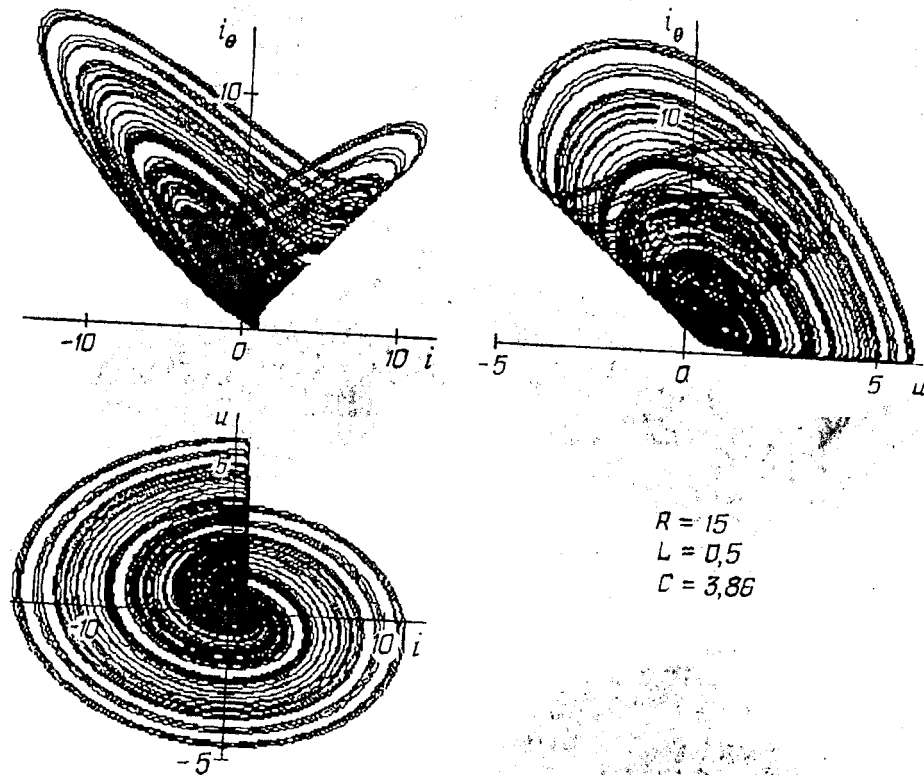


Рис. 4

годняшний момент существует несколько критериев детерминированного хаоса и среди исследователей динамических систем нет общего мнения о единственно правильном критерии. Поэтому проверяют несколько критериев и по совокупности делают вывод. При исследовании цепей с электрической дугой поступим таким же образом. Все результаты, описанные ниже, касаются только первой цепи (рис. 1, а). Остальные цепи обладают аналогичными свойствами.

Критерий 1: чрезвычайная чувствительность к начальным условиям. Периодические колебания в электрической цепи с дугой устойчивы. Поэтому малые возмущения не приводят к изменению вида колебаний. Разница может наблюдаться только в фазе. Это демонстрирует проведенный нами численный эксперимент (система обыкновенных дифференциальных уравнений (3) интегрировалась численно методом Рунге-Кутты по схеме Дормана-Принса 7(8) порядка с переменным шагом интегрирования [12] при точности решения дифференциальных уравнений 10^{-15} ; как альтернативный и проверочный вариант использовались процедуры численного интегрирования жестких обыкновенных дифференциальных уравнений математического пакета MathCAD [3]). Одна из переменных, а именно ток реактора i , претерпевала возмущение. Причем возмущение было достаточно большим: значение возмущенной переменной было в два раза больше, чем невозмущенной. Из рис. 5, а видно, что после окончания переходного процесса возмущенные колебания тока реактора i (кривая 2) по форме не отличаются от невозмущенных (кривая

1). Отличие временных зависимостей 1 и 2 только в фазе. Фазовые портреты обоих колебаний совпадают полностью.

В диапазоне изменения параметров цепи, когда наблюдается детерминированный хаос, величина возмущения переменной составляла 0,1 %. Как видно из рис. 5, б, какой-то промежуток времени (момент указан стрелкой) возмущенные и невозмущенные колебания совпадают. Но затем они расходятся и через некоторое время кардинально отличаются друг от друга.

Критерий чрезвычайной чувствительности к начальным условиям является качественным критерием.

Критерий 2; сплошной шумоподобный частотный спектр. Исследовался частотный спектр колебаний независимой переменной i (ток реактора). Для его нахождения применялось комплексное преобразование Фурье (по алгоритму так называемого быстрого преобразования Фурье [3]), которое обрабатывает произвольное количество временных отсчетов. Полученные спектры показаны на рис. 6. Для наглядности на этом же рисунке показана бифуркационная диаграмма исследуемой электрической цепи с дугой [9].

В области периодических колебаний частотный спектр имеет вид отдельных пиков, которые соответствуют основной частоте автоколебаний и высшим гармоникам. После каждой бифуркации удвоения периода появляются новые пики, соответствующие субгармоникам.

В области хаотических колебаний частотный спектр имеет сплошной характер и напоминает

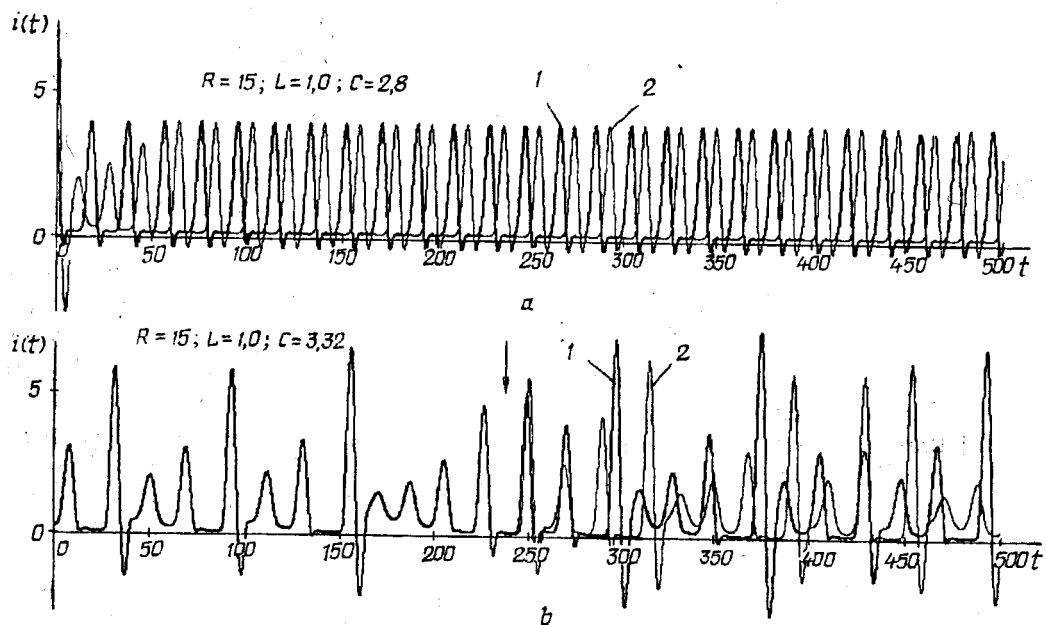


Рис. 5

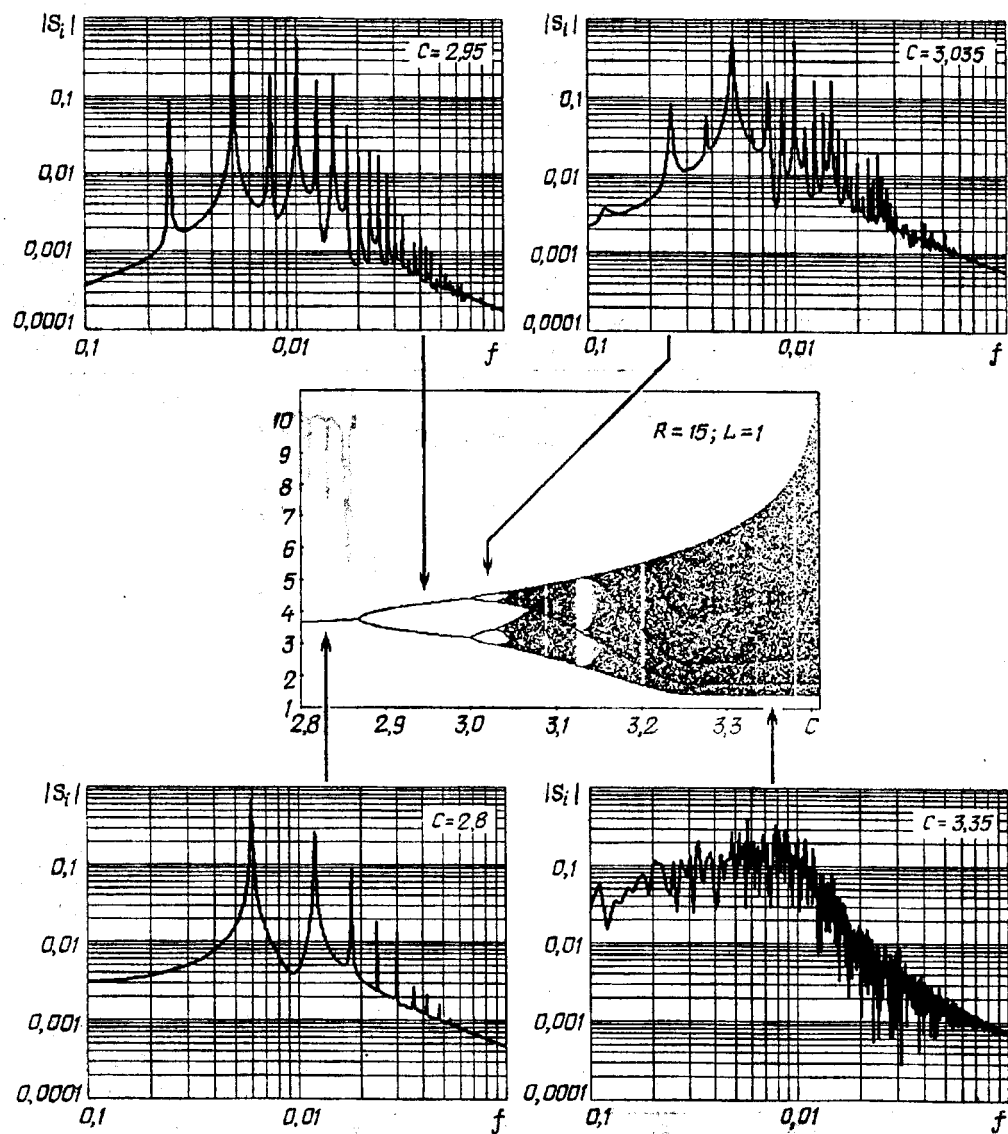


Рис. 6

сплошные спектры шумовых колебаний.

Нами не определялись дополнительные количественные параметры сплошного спектра хаотических колебаний. Таким образом, этот критерий тоже качественный.

Критерий 3: положительность показателя Ляпунова. Показатели Ляпунова характеризуют устойчивость траекторий в фазовом пространстве [2]. Поэтому положительность одного из них является не только свидетельством неустойчивости системы по Ляпунову, но и критерием детерминированного хаоса. Для вычисления полного спектра показателей Ляпунова применялся алгоритм, описанный в работе [2]. Вкратце его суть состоит в следующем. Решают основную задачу, интегрируя систему (3). Поведение малых возмущений находят путем интегрирования дополнительной системы, так называемой системы в вариациях [11]. Чтобы возмущения не становились слишком большими, периодически их ортонормируют с помощью процедуры ортогонализации Грамма-Шмидта [4].

На рис. 7 показаны результаты расчета трех показателей Ляпунова. Поскольку один из показателей равен нулю, на графике зависимости Λ от бифуркационного параметра C показано только две кривые. Для наглядности на этом же рисунке изображена бифуркационная диаграмма исследуемой электрической цепи с дугой [9], причем оси абсцисс обеих зависимостей совпадают.

Как отчетливо видно из рис. 7, в хаотических областях первый показатель Ляпунова положительный ($\Lambda_1 > 0$); в периодических областях, вклю-

чая окна периодичности, первый показатель Ляпунова отрицательный ($\Lambda_1 < 0$). Второй показатель Ляпунова отрицательный ($\Lambda_2 < 0$) во всем диапазоне изменения бифуркационного параметра C .

Данный критерий является количественным и, как считают некоторые исследователи, "служит строгим критерием "странности" аттрактора" [2].

Критерий 4: подкова Смейла. Для объяснения свойств странного аттрактора Смейлом была предложена модель, которая получила название "подковы" [5,13]. Подкова позволила устранить противоречие двух свойств. С одной стороны, как было показано выше, система, демонстрирующая детерминированный хаос, неустойчива по Ляпунову, что приводит к экспоненциальному расхождению близлежащих траекторий. Но, поскольку система диссипативна, т.е. фазовый объем уменьшается, странный аттрактор должен увеличиваться только в одном направлении. С другой стороны, странный аттрактор является компактным объектом в фазовом пространстве, а линия траекторий через период преобразуется сама в себя. Эти свойства могут сосуществовать только в случае, когда линия траекторий при растяжении складывается, образуя подкову. Был поставлен численный эксперимент для того, чтобы изучить эволюцию линии траекторий на протяжении периода хаотических колебаний в электрической цепи с дугой. Однако результат оказался не наглядным. Было определено, что наглядной является эволюция окружности траекторий (рис. 8), для которой начальные и конечные состояния разнесены на плоскости. Как видно из рис. 8,

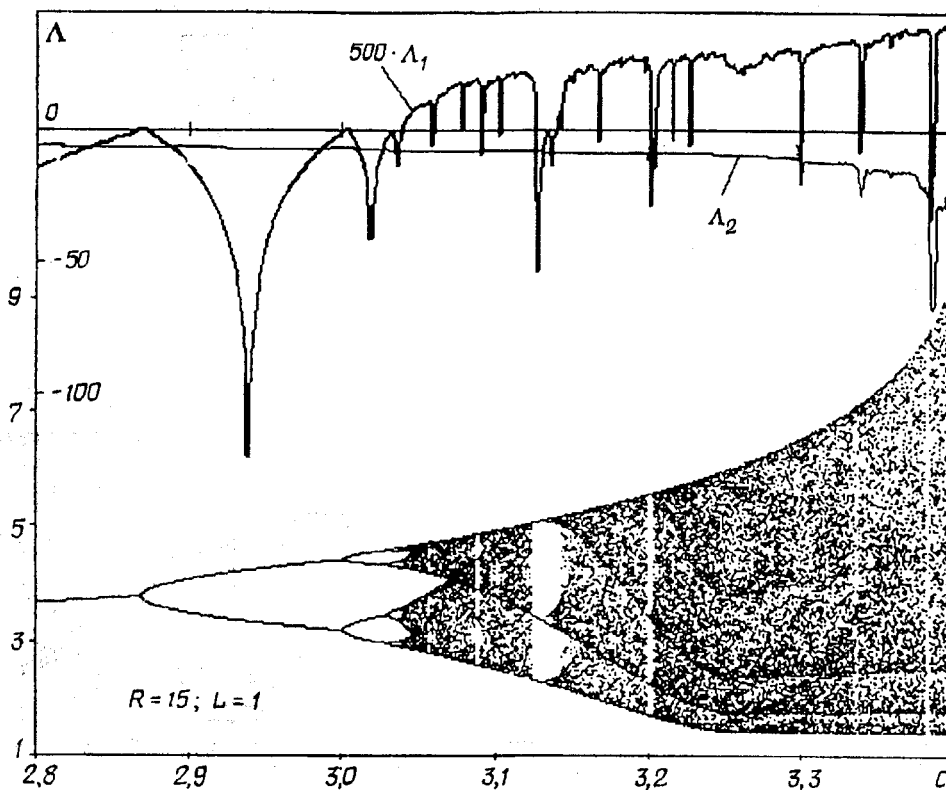


Рис. 7

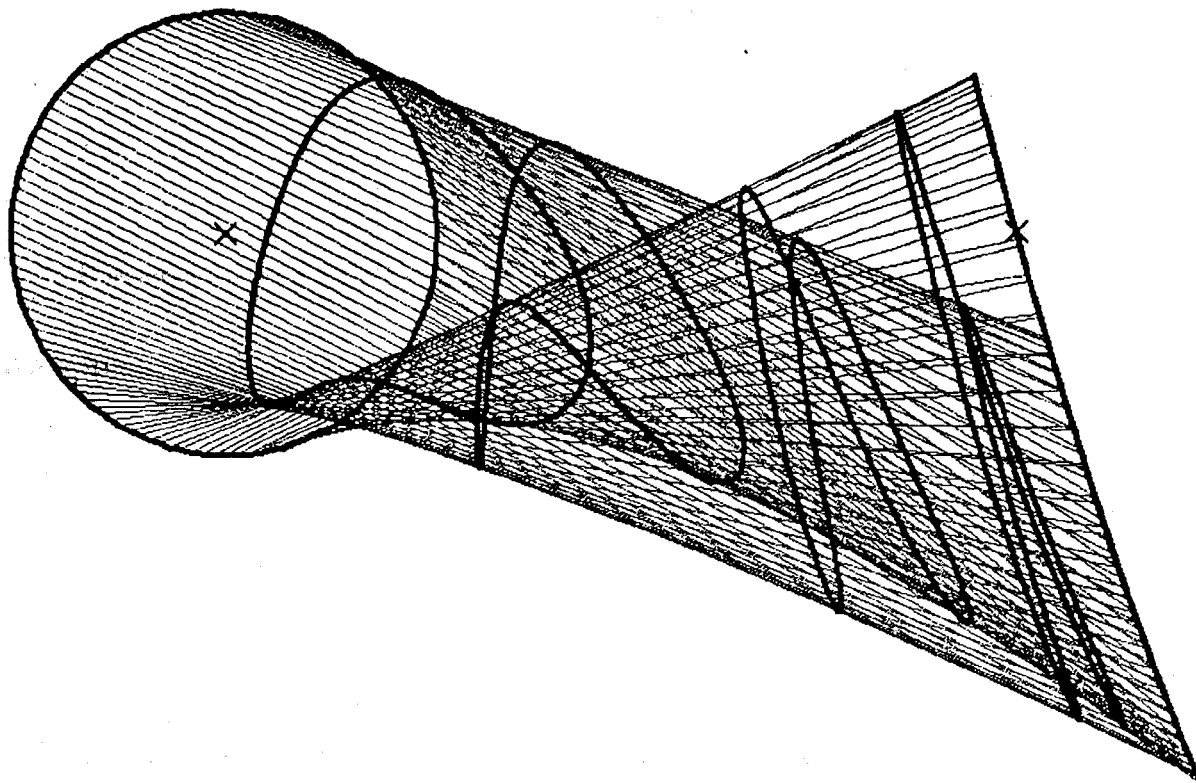


Рис. 8

окружность траекторий через период преобразуется в отрезок. Промежуточные этапы эволюции показывают, как окружность деформируется, образуя подкову.

Выводы. В нелинейных цепях с электрической дугой при определенных значениях параметров возникают сложные колебания.

Наличие каскада бифуркаций удвоения периода является необходимым, но не достаточным условием возникновения детерминированного хаоса.

По совокупности четырех критериев (чрезвычайной чувствительности к начальным условиям, сплошному шумоподобному частотному спектру, положительности показателя Ляпунова, подкове Смейла) можно заключить, что сложные колебания, наблюдаемые в нелинейных цепях с электрической дугой, являются детерминированным хаосом.

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. 2-е изд. — М.: Физматгиз, 1959. — 926 с.

2. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. — Москва: Наука, 1990. — 312 с.

3. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad 11. — С.-Петербург: БХВ-Петербург, 2003. — 560 с.

4. Крейн С.Г., Бирман М.Ш., Виленкин Н.Я. и др. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1972. — 544 с.

5. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). — М.: Из-во физ.-мат. лит.-ры, 2001. — 296 с.

6. Пентегов И.В., Сидорец В.Н. Энергетические параметры в математической модели динамической сварочной дуги. // Автоматическая сварка. — 1988. — №11. — С. 36 — 40.

7. Сидорец В.Н., Пентегов И.В. Возникновение и структура странного аттрактора в RLC-цепи с электрической дугой // Техн. электродинамика. — 1993. — №2. — С. 28 — 32.

8. Сидорец В.М., Пентегов И.В. Сценарий розвитку детермінованого хаосу в електричному колі з дугою. // Український фізичний журнал. — 1994. — Т.39. — № 11—12. — С. 1080 — 1083.

9. Сидорец В.Н. Структуры бифуркационных диаграмм электрической цепи с дугой. // Техн. электродинамика. — 1998. — №4. — С. 15 — 18.

10. Сидорец В.Н. Нелинейные цепи с электрической дугой: периодические и хаотические колебания // Техн. электродинамика. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". — 2000. — Ч. 6. — С. 7 — 12.

11. Сидорец В.Н. Метод многократной стрельбы для исследования бифуркаций динамических систем // Электронное моделирование. — 2006. — Т.28. — №4. — С. 3 — 13.

12. Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990. — 512 с.

13. Hirsch M.W., Smale S. Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra. — N-Y.: Academic Press, 1974. — 358 p.

14. Sidorets V., Pentegov I. Electric Circuit with Arc: Periodic and Chaotic Behaviours // NDES'94. Proc. of the Workshop "Nonlinear Dynamics of Electronics Systems" — Krakow: University of Mining and Metallurgy, 1994. — Pp. 227 — 232.

Надійшла 04.11.08