

О моделировании обратимых процессов намагничивания ферромагнетиков

Проведено сравнение способов определения обратимой составляющей намагниченности J_{rev} в известной модели Джайльса-Эйсертона (Jiles-Atherton) на основе интегрирования обратимой магнитной восприимчивости. Рассмотрен вопрос определения напряженности внутреннего магнитного поля в ферромагнетике, при изменениях которого J_{rev} изменяется обратимо в термодинамическом смысле. Показано, что применяемый в модели Джайльса-Эйсертона способ определения J_{rev} может приводить к результатам, существенно отличающимся от действительных. Наиболее точные результаты определения J_{rev} могут быть получены лишь на основе интегрирования на определенном интервале найденных экспериментально зависимостей обратимой магнитной восприимчивости от напряженности внешнего магнитного поля.

Проведено порівняння способів визначення оборотної складової намагніченості J_{rev} у відомій моделі Джайльса-Ейсерсона (Jiles-Atherton) на основі інтегрування оборотної магнітної сприйнятливості. Розглянуто питання визначення напруженості внутрішнього магнітного поля у ферромагнетик, при змінах якого J_{rev} змінюється оборотно у термодинамічному розумінні. Показано, що спосіб визначення J_{rev} , який застосовується у моделі Джайльса-Ейсерсона, може приводити до результатів, які відрізняються від дійсних. Найбільш точні результати можуть бути одержані лише на основі інтегрування знайдених експериментально залежностей оборотної магнітної сприйнятливості від напруженості зовнішнього магнітного поля на певному інтервалі.

Введение. Для моделирования процессов намагничивания ферромагнетиков наиболее часто применяются две модели — Преисаха (Preisach) [23] и Джайльса—Эйсертона (D.C.Jiles, D.L.Atherton) [17]. Приведем лишь несколько примеров применения Джайльса-Эйсертона модели (ДЭМ). С ее помощью проводится расчет нелинейных магнитных систем в программе-имитаторе PSpice, которая служит для моделирования и анализа электронных схем. ДЭМ применяется при проведении численных расчетов с помощью метода конечных элементов (например, [8, 24]). В [7] описана возможность применения ДЭМ для проектирования гистерезисного электродвигателя.

Общепринятым является разделение процессов намагничивания на обратимые и необратимые. Необратимые процессы всегда связаны с потерями энергии, а обратимые происходят без них. Намагниченность J представляется как сумма двух составляющих — обратимой J_{rev} и необратимой J_{irr} [17].

Дифференциальная необратимая магнитная восприимчивость в ДЭМ определяется по формуле

$$\frac{dJ_{irr}}{dH} = \frac{J_{an} - J_{irr}}{\delta k - \alpha (J_{an} - J_{irr})}, \quad (1)$$

где H — напряженность внешнего магнитного поля, k — параметр, характеризующий потери в ферромагнетике, α — коэффициент, характеризующий междоменное взаимодействие ("interdomain coupling") [17], $\delta = 1$ при $dH/dt > 0$ и $\delta = -1$ при $dH/dt < 0$.

J_{an} определяется из уравнения

$$J_{an}(H) = J_S L(H_{ef}/a), \quad (2)$$

где $L(x) = \coth(x) - 1/x$ — функция Ланжевена, J_S — намагниченность насыщения, H_{ef} — напряженность эффективного магнитного поля в ферромагнетике. В рассматриваемом случае $H_{ef} = H + \alpha J_{an}$. Параметр формы безгистерезисной кривой a равен $Nk_b T / \mu_0 J_S$, где N — плотность доменов в намагниченном состоянии ферромагнетика [25], k_b — постоянная Больцмана, T — температура, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Обратимая составляющая намагниченности J_{rev} в ДЭМ определяется выражением

$$J_{rev} = c (J_{an} - J_{irr}), \quad (3)$$

где коэффициент c равен отношению начальной дифференциальной восприимчивости для нормальной (χ_{Onorm}) и безгистерезисной (χ_{Oan}) кривых намагничивания, то есть $c = \chi_{Onorm} / \chi_{Oan}$. При этом считается, что c — константа. В [28] это положение подвергнуто критике и показано, что величина c должна изменяться по мере изменения магнитного состояния ферромагнетика. Подобный результат приведен и в [19], где показано, что наилучшее соответствие между расчетными и экспериментальными данными достигается при учете зависимости c от H . При этом в обеих работах приводятся данные, что в процессе намагничивания ферромагнетика величина c может изменяться при-

мерно на порядок. Это показывает, что вопрос определения J_{rev} в ДЭМ требует уточнения.

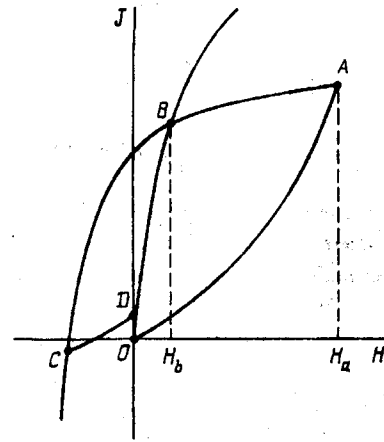
Известен другой способ определения J_{rev} . Так как обратимая магнитная восприимчивость $\chi_{rev} = \partial J_{rev} / \partial H$ при $J_{irr} = \text{const}$ [11], то изменение обратимой составляющей намагниченности ΔJ_{rev} при изменении H от H_1 до H_2 определяется как

$$\Delta J_{rev} = \int_{H_1}^{H_2} \chi_{rev} dH. \quad (4)$$

В [11] показано, что (4) справедливо лишь при условии, что на интервале интегрирования выполняется условие $J_{irr} = \text{const}$. По поводу определения J_{rev} на основе интегрирования зависимости $\chi_{rev}(H)$ в [9] указывается, что определенная таким образом составляющая J_{rev} не является обратимой (в термодинамическом смысле) при изменениях H . Известно, что в общем случае зависимость $J_{rev}(H)$ при циклических изменениях H обладает гистерезисом [5]. В [9] полагается, что J_{rev} — обратима (в термодинамическом смысле) относительно изменений напряженности некоторого эффективного внутреннего магнитного поля, напряженность H_{eff} которого равна $H_{eff} = H + mJ$, где m — коэффициент. Видно сходство выражений для H_{eff} и H_{eF} далее будет рассмотрено, чем они различаются.

В настоящей работе проведено сравнение значений J_{rev} , определяемых по (3) и по выражению, сходному с (4). Также рассмотрен вопрос определения напряженности внутреннего магнитного поля в ферромагнетике, относительно которого J_{rev} изменяется обратимо в термодинамическом смысле (то есть J_{rev} является однозначной функцией такой напряженности и $J_{rev} = 0$, когда эта напряженность равна нулю).

Внутреннее размагничивающее поле ферромагнетика. Из названия "обратимое намагничивание" вроде бы должно следовать, что если H увеличилась от 0 до некоторого максимального H_a , а затем снова уменьшилась до 0, то J_{rev} должна сначала возрасти от нулевой до максимальной величины, обозначим ее J_{reva} , а затем снова принять нулевое значение. J_{irr} , достигнув максимального значения, обозначим его J_{irra} , после уменьшения H до нуля определяет величину остаточной намагниченности J_r , то есть $J_r = J_{irra}$. В ДЭМ данное условие не выполняется, так как J_{rev} достигает нулевого значения после перемены направления изменения H (после прохождения так называемой "точки поворота") в точке пересечения ветви частного цикла с безгистерезисной кривой. На рисунке показан пример нахождения напряженности H_b , при которой достигается указанное пересечение (A — "точка поворота"). Для того чтобы лучше понимать закономерности обратимых процессов, необходимо уточнить определение напряженности внутреннего магнитного поля H_e в ферромагнетике.



Известно, что в поликристаллических ферромагнетиках при $J \neq 0$, как правило, существует внутреннее размагничивающее поле напряженностью H_D . (Речь идет об образцах замкнутой магнитной формы.) Вопросу определения величины H_D посвящен ряд работ [1, 26]. В указанных работах введено понятие о внутреннем размагничивающем факторе $N_i = 1 / \chi_{an}$, где $\chi_{an} = J_{an} / H$. Объяснить появление H_D можно возникновением магнитных полей рассеяния на границах зерен (кристаллитов). Возможны и другие причины, например, разориентирующее влияние тепловых флуктуаций на спиновые магнитные моменты.

Рассмотрим, как определить H_e в ферромагнетике, основываясь на представлениях ДЭМ, в которой в явном виде поле H_D не представлено. Считаем, что $H_e = H - H_D$, $H_D = N_i J$. Если при первоначальном намагничивании достигнута намагниченность $J_a = J_{reva} + J_{irra}$, то при последующем уменьшении H напряженность H_D убывает медленнее, чем H , ввиду гистерезиса намагниченности. На участке уменьшения H от H_a до H_b (рисунок) $J_{irr} = \text{const} = J_{irra}$, как это полагается в ДЭМ. В результате, при еще не достигшем нуля значении H напряженность H_e достигает нулевого значения (при $H = H_b$ на рисунке), при этом становится равной нулю и J_{rev} , на что впервые указано в [17]. Это позволяет предположить, что J_{rev} обратимо (в термодинамическом смысле) зависит от H_e .

В ДЭМ считается, что обратимое намагничивание ферромагнетика связано с искривлением доменных границ, некоторые участки которых остаются закрепленными (пока не произойдет отрыв, приводящий к возникновению скачка Баркгаузена) на локальных дефектах в объеме ферромагнетика. В точке B (рисунок) доменные границы принимают плоскую форму [17]. Это значит, что давление, оказываемое на них внутренним магнитным полем H_e , оказывается равным нулю [16], следовательно, при этом и $H_e = 0$. Как указывалось выше, намагниченность в точке B (рисунок), обозначим ее J_b , равна J_{irra} и одновременно она совпадает с J_{an} , обозначим ее как $J_{an}(H_b)$. N_i определится следующим образом. Так как в точке B (рисунок) напряженность $H_e = H_b - H_D = 0$, то

$H_b = H_D = N_i J_{an}(H_b)$. Отсюда получаем

$$N_i = H_b / J_{an}(H_b) = 1 / \chi_{an}(H_b), \quad (5)$$

что совпадает с определением N_i в [1]. Величина N_i не является константой, а зависит от H , так как не является константой и зависит от H величина χ_{an} .

Можно считать, что при $J = J_{an}$ давление, оказываемое на доменные границы внешним полем H , уравнивается давлением, оказываемым на те же границы полем H_D . Это объясняется тем, что на безгистерезисной кривой отсутствует удерживающее влияние различных локальных дефектов на местоположение доменных границ. К таким дефектам относятся дислокации, участки, где имеются градиенты остаточных внутренних механических напряжений, а также немагнитные, слабомагнитные включения и некоторые другие факторы, создающие препятствия для смещающихся доменных границ. В результате присутствия таких дефектов возникает множество локальных максимумов и минимумов энергии доменных границ (в зависимости от координат). На безгистерезисной же кривой достигается глобальный минимум свободной энергии ферромагнетика [17], перемагничивание по безгистерезисной кривой происходит обратимо в термодинамическом смысле, при изменениях H , если устранено задерживающее влияние на доменные границы внутренних локальных дефектов.

Приведенный выше способ определения N_i относится к случаю, когда намагниченность J соответствует точке B (рисунок), то есть совпадает с J_{an} . Рассмотрим вопрос определения H_e для произвольного значения J , предположим, равного $J_a = J_{reva} + J_{irra}$ (то есть при $H = H_a$). Считаем, что N_i , определенное в точке B , сохраняет неизменное значение на всем участке AB , в том числе и при $H = H_a$. В этом случае, так как $J_{irrb} = J_{irra} = J_{an}(H_b)$, коэффициент N_i при $J = J_a$, как видно из (5), равен H_b / J_{irra} . Напряженность H_e при $H = H_a$, обозначим ее $H_e(H_a)$, в таком случае определится как

$$H_e(H_a) = H_a - N_i(J_{reva} + J_{irra}) = H_a - N_i J_{reva} - H_b. \quad (6)$$

Если после достижения величины H_a напряженность H уменьшается и, достигнув H_b , снова возрастает, не превышая H_a , то для любого значения H , принадлежащего интервалу $H_a + H_b$, H_e равна

$$H_e = H - H_b - J_{rev} / [\chi_{an}(H_b)]. \quad (7)$$

Последнее слагаемое в правой части (7) определяет вклад J_{rev} в формирование H_D . Однако предположение о постоянстве N_i на участке AB требует отдельного рассмотрения, так как при определении N_i по (5) доменные границы имеют плоскую форму (в соответствии с ДЭМ), а отличная от нуля состав-

ляющая J_{rev} возникает лишь при криволинейной форме доменных границ. Далее покажем, как можно обойтись без решения этого вопроса при рассмотрении напряженности внутреннего магнитного поля, относительно которого J_{rev} изменяется обратимо в термодинамическом смысле. Отметим, что применяемая в ДЭМ эффективная напряженность $H_{ef} = H + \alpha J$ отличается от H_e , т.к. в ДЭМ считается, что $\alpha > 0$, то есть рассматривается дополнительное подмагничивающее поле. Следовательно, в ферромагнетике могут существовать одновременно два дополнительных поля — и подмагничивающее, и размагничивающее.

Определение J_{rev} . Рассмотрим, как на основе (4) определить J_{rev} . На практике имеют дело с восприимчивостью χ_{rev} , определяемой как $\chi_{rev} = \partial J_{rev} / \partial H$ при $J_{irr} = \text{const}$. Присутствие H_D оказывает влияние на определяемую экспериментально величину χ_{rev} , приводя к уменьшению ее относительно того значения восприимчивости χ_{reve} (где $\chi_{reve} = \partial J_{rev} / \partial H_e$ при $J_{irr} = \text{const}$), которое было бы при $H_D = 0$. Это дает возможность исключить рассмотрение вклада J_{rev} в формирование H_D .

Для определения J_{rev} , а не ΔJ_{rev} , как в (4), надо знать H , при которой $J_{rev} = 0$. Основываясь при этом является положение ДЭМ о том, что в точке B (рисунок) $J_{rev} = 0$. Следовательно, J_{rev} при $H = H_a$ (рисунок) определяется выражением

$$J_{reva} = \int_{H_b}^{H_a} \chi_{rev}(H) dH. \quad (8)$$

При этом на интервале интегрирования выполняется условие $J_{irr} = \text{const}$, приведенное в [11]. Для произвольного H в пределах интервала $H_b + H_a$ (на участке AB (рисунок)) J_{rev} равна

$$J_{reva} = \int_{H_b}^H \chi_{rev}(H) dH. \quad (9)$$

Так как в пределах интервала $H_b + H_a$ гистерезисные свойства ферромагнетика отсутствуют ($J_{irr} = \text{const}$), то J_{rev} будет однозначной функцией H . Однако $J_{rev} \neq 0$ при $H = 0$ ($J_{rev} = 0$ при $H = H_b$). Следовательно, J_{rev} не изменяется обратимо (в термодинамическом смысле) при изменениях H . При $H = H_b$ равны нулю и H_e , и J_{rev} . Если не учитывать вклад J_{rev} в формирование H_D , то напряженность внутреннего магнитного поля в этом случае, обозначим ее H_{eirr} , будет равна

$$H_{eirr} = H - H_b. \quad (10)$$

Как и H_e , H_{eirr} принимает нулевое значение в точке B (рисунок). Заменим в (9) переменную H на

новую H_{eirr} , в этом случае получим зависимость $J_{rev}(H_{eirr})$

$$J_{rev}(H_{eirr}) = \int_0^{H_{eirr}} \chi_{rev}(H_b + H_{eirr}) dH_{eirr} \quad (11)$$

Так как $\chi_{rev}(H_b + H_{eirr})$ в пределах интегрирования есть однозначная функция H_{eirr} , что обеспечивается тем же условием $J_{irr} = \text{const}$, то зависимость $J_{rev}(H_{eirr})$ будет также однозначной функцией H_{eirr} , которая равна 0 при $H_{eirr} = 0$. Следовательно, можно сказать, что J_{rev} обратимо (в термодинамическом смысле) зависит от H_{eirr} . В этом проявляется сходство напряженности H_{eirr} с эффективной напряженностью H_{eff} [9].

Как следует из (8) и (9), для определения J_{rev} надо знать зависимость $\chi_{rev}(H)$. Определим, какая зависимость $\chi_{rev}(H)$ следует из ДЭМ. Взяв производные (по H) от левой и правой частей (3) при $J_{irr} = \text{const}$, получим

$$\chi_{rev} = c \chi_{dan} \quad (12)$$

где χ_{dan} — дифференциальная восприимчивость безгистерезисного намагничивания, определяемая на основе дифференцирования зависимости J_{an} от H , получаемой из (2). Рассмотрим, при каком условии, проведя интегрирование зависимости $\chi_{rev}(H)$, определяемой (12), можно получить (3). Вопрос в том, в каких пределах вычислять определенный интеграл. Исходя из изложенного выше, можно предположить, что J_{reva} следует определить по (8). В этом случае получим

$$J_{reva} = \int_{H_b}^{H_a} c \frac{\partial J_{an}}{\partial H} dH = c (J_{an}(H_a) - J_{an}(H_b)) \quad (13)$$

Так как $J_{an}(H_b) = J_{irra}$, то (13) можно записать в виде

$$J_{reva} = c (J_{an}(H_a) - J_{irra}) \quad (14)$$

Из сравнения (14) и (3) видна их тождественность. Следовательно, (3) можно получить на основе вычисления интеграла (8) при выполнении (12).

Возникает вопрос, в какой степени можно считать справедливым равенство (12) при условии $c = \text{const}$, как это принято в ДЭМ. Как рассматривалось выше, характер зависимости $J_{an}(H)$ а, значит, и характер зависимости $\chi_{dan}(H)$ определяется характером зависимости внутреннего размагничивающего поля от H и не зависит от присутствия различных локальных дефектов, препятствующих смещению доменных границ. Характер зависимости $\chi_{rev}(H)$, наоборот, определяется взаимодействием доменных границ с локальными дефек-

тами (правда, на величину χ_{rev} влияет и H_D). По мере роста H может изменяться подвижность доменных границ, количество локальных дефектов структуры, с которыми они взаимодействуют [28]. Эти факторы влияют на χ_{rev} , но не влияют на χ_{dan} . Экспериментальные исследования показывают, что зависимость $\chi_{rev}(H)$ может существенно отличаться от зависимости $\chi_{dan}(H)$, что видно из [4], так как эти зависимости определяются действием различных факторов.

В [17] при рассмотрении намагничивания образца из кремнистого железа коэффициент c выбран равным 0,2. Для стального образца в [28] $c = 0,05$, в [25] также для стальных образцов величина c варьируется от 0,14 до 0,3. Однако является очевидным, что по мере приближения J к J_S ветви гистерезисного цикла сближаются с безгистерезисной кривой, при этом сближаются и дифференциальные восприимчивости χ_{dan} и $\chi = dJ/dH$. Кроме этого, в области сильных полей обратимые процессы при изменениях намагниченности преобладают над необратимыми, поэтому χ при росте H приближается к χ_{rev} . Следовательно, по мере приближения J к J_S , величины χ_{dan} и χ_{rev} сближаются, а значит, коэффициент c должен возрасти, что видно из (12). Именно такой результат получен в [19, 28].

Из сказанного можно сделать вывод, что при $c = \text{const}$ равенство (12) не может выполняться при изменении H от области слабых до области сильных полей. Значит, и величина J_{rev} , определяемая в ДЭМ по (3), может существенно отличаться от ее действительного значения.

Условие $J_{irr} = \text{const}$. В соответствии с ДЭМ, при изменении H от H_a до H_b (рисунок) уменьшение J происходит за счет уменьшения J_{rev} , в то время как J_{irr} при этом остается константой, равной J_{irra} . Отметим, что такой же результат, в соответствии с ДЭМ, должен наблюдаться и на кривых типа CD в случае, когда C — точка поворота (рисунок). В [2] отмечается, что на кривых типа CD не наблюдаются скачки Баркгаузена, поэтому автор указанной работы считает, что изменение намагниченности в этом случае связано только с обратимыми процессами, "пренебрегая силами внутреннего трения" [2]. Можно отметить, что, если не учитывать условие $J_{irr} = \text{const}$ на участке типа AB (рисунок), а применять для расчета намагниченности оба выражения — и (3), и (1), то может получиться отрицательное значение дифференциальной магнитной восприимчивости в начальной области участка AB [13, 19], что не соответствует физической реальности. Это вызвано тем, что в (1) $\delta = -1$ при $dH/dt < 0$. В [18, 19] указывается, что на участках типа AB (рисунок) изменение намагниченности "почти обратимое". Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Из экспериментальных исследований следует, что на участках типа AB , CD (рисунок) при цик-

лических изменениях H намагниченность изменяется не по одной линии, а по гистерезисному циклу [2, 22]. Как указывалось выше, на полученных частных гистерезисных циклах отсутствуют скачки Баркгаузена [2], если не считать относительно мелкие скачки намагниченности, которые в [22] названы малыми и возникновение которых объясняется тепловым флуктуационным воздействием на спиновые магнитные моменты. В [20] предложено различать два механизма возникновения гистерезиса. Первый наблюдается при изменении радиуса кривизны гибких доменных границ, именно такой механизм наблюдается на участках AB, CD . Вторым — действует при глобальной перестройке доменной конфигурации, при которых возникают скачки Баркгаузена. В [3] указывается, что доминирующую роль в механизме влияния дефектов ферромагнетика на магнитный гистерезис играют дислокации. Ко второму виду препятствий отнесены так называемые "точечные" дефекты структуры. В [3] указывается, что точечные дефекты ответственны, прежде всего, за временную зависимость магнитных свойств. Препятствие для смещающейся доменной границы можно характеризовать критической (максимальной) силой F_{crit} , с которой оно может удерживать доменную границу. По величине F_{crit} дефекты можно разделить на два класса — сильные и слабые [16], что подобно представлениям работы [3], если к слабым отнести точечные дефекты, а к сильным — дислокации. В процессе изменения радиуса кривизны гибкой доменной границы, закрепленной на сильных дефектах, она может "проходить" через слабые дефекты и задерживаться на них. Однако в течение некоторого промежутка времени граница может оторваться от такого дефекта под действием теплового флуктуационного воздействия на магнитные моменты ферромагнетика. Сразу после отрыва доменной границы от слабого дефекта она будет двигаться с отличной от нуля скоростью, что приведет к возникновению вихревых токов в проводящем ферромагнетике даже при квазистатическом изменении его средней намагниченности [6]. В результате положение доменных границ, через некоторый промежуток времени после того, как произошло изменение H , будет определяться действием только сильных дефектов. Временные эффекты запаздывания, потери на вихревые токи являются, вероятнее всего, основными причинами возникновения гистерезисных явлений на участках типа AB, CD (рисунок), наблюдаемых при экспериментах. В ДЭМ не учитываются эффекты временного запаздывания изменений J при изменениях H , не учитываются потери на вихревые токи. В результате искривление доменных границ в ДЭМ считается обратимым процессом, именно в таком приближении и следует понимать условие $J_{irr} = \text{const}$. Можно сказать, что в ДЭМ не учитывается первый механизм возникновения гистерезиса, о котором говорилось выше. Поэтому и при сравнении результа-

тов расчета по ДЭМ с экспериментальными данными необходимо по возможности уменьшить влияние факторов, приводящих к возникновению первого механизма гистерезиса.

Обсуждение результатов. Выясним, какие результаты следуют из ДЭМ при рассмотрении намагничивания на участках типа AB (рисунок) при различных значениях напряженности "точки поворота" H_a . Известно, что в области слабых полей, а также сразу после прохождения "точки поворота", результаты расчета по ДЭМ часто имеют относительно низкую точность по сравнению с моделью Прейзаха [8, 21]. Действительно, сразу после прохождения "точки поворота", в соответствии с законом Релея, форма ветви должна иметь вид параболы. Однако при малых H_a зависимость $J_{an}(H)$ практически линейная (это видно, например, из [17]), следовательно, и зависимость $J_{rev}(H)$ будет линейной, а не параболической. Это видно из (3), так как при $J_{irr} = \text{const}$ характер зависимости $J_{rev}(H)$ определяется характером зависимости $J_{an}(H)$. Если H_a находится в области средних полей, то сразу после прохождения "точки поворота" по закону Релея зависимость $J(H)$ опять же должна быть параболической. Зависимость $J_{an}(H)$ в общем случае уже будет иметь нелинейный характер, что видно, например, из [17]. Следовательно, будет нелинейной и зависимость $J_{rev}(H)$, (определяемой, опять же по (3)). Однако эта зависимость может существенно отличаться от зависимости $J_{rev}(H)$, определенной по (9) на основе найденной из эксперимента зависимости $\chi_{rev}(H)$. (Такой вывод следует из анализа зависимости $\chi_{rev}(H)$, полученных экспериментально и приведенных в [4].) Это вызвано тем, что при выводе (3) в [17] сделан ряд приближений. Например, уже приближенное (приближение допущено при расчете объема шарового сегмента под выгнутой 180-ти градусной доменной границей) выражение для J_{rev} , приведенное в [17] и имеющее первоначально вид

$$M_{rev} = c (M_{an} - M_{irr}) + c_1 (M_{an} - M_{irr})^3, \quad (15)$$

где c_1 — коэффициент, затем записывается в виде (3) без какого-либо обоснования.

ДЭМ практически не моделирует частные гистерезисные циклы на участках типа AB, CD (рисунок), так как при этом полагается, что $J_{irr} = \text{const}$. Заметим, что в модифицированной ДЭМ [15] возможно провести учет потерь на вихревые токи (классических и аномальных). Этот учет приводит к возрастанию k в (1) (относительно случая квазистатического перемагничивания), однако для определения J_{rev} и в этом случае используется (3), точность которого, по крайней мере в некоторых случаях, мала.

Когда напряженность "точки поворота" приближается к области сильных магнитных полей, то величина коэффициента c должна увеличиваться

лических изменениях H намагниченность изменяется не по одной линии, а по гистерезисному циклу [2, 22]. Как указывалось выше, на полученных частных гистерезисных циклах отсутствуют скачки Баркгаузена [2], если не считать относительно мелкие скачки намагниченности, которые в [22] названы малыми и возникновение которых объясняется тепловым флуктуационным воздействием на спиновые магнитные моменты. В [20] предложено различать два механизма возникновения гистерезиса. Первый наблюдается при изменении радиуса кривизны гибких доменных границ, именно такой механизм наблюдается на участках AB, CD . Второй — действует при глобальной перестройке доменной конфигурации, при которых возникают скачки Баркгаузена. В [3] указывается, что доминирующую роль в механизме влияния дефектов ферромагнетика на магнитный гистерезис играют дислокации. Ко второму виду препятствий отнесены так называемые "точечные" дефекты структуры. В [3] указывается, что точечные дефекты ответственны, прежде всего, за временную зависимость магнитных свойств. Препятствие для смещающейся доменной границы можно характеризовать критической (максимальной) силой F_{crit} , с которой оно может удерживать доменную границу. По величине F_{crit} дефекты можно разделить на два класса — сильные и слабые [16], что подобно представлениям работы [3], если к слабым отнести точечные дефекты, а к сильным — дислокации. В процессе изменения радиуса кривизны гибкой доменной границы, закрепленной на сильных дефектах, она может "проходить" через слабые дефекты и задерживаться на них. Однако в течение некоторого промежутка времени граница может оторваться от такого дефекта под действием теплового флуктуационного воздействия на магнитные моменты ферромагнетика. Сразу после отрыва доменной границы от слабого дефекта она будет двигаться с отличной от нуля скоростью, что приведет к возникновению вихревых токов в проводящем ферромагнетике даже при квазистатическом изменении его средней намагниченности [6]. В результате положение доменных границ, через некоторый промежуток времени после того, как произошло изменение H , будет определяться действием только сильных дефектов. Временные эффекты запаздывания, потери на вихревые токи являются, вероятнее всего, основными причинами возникновения гистерезисных явлений на участках типа AB, CD (рисунок), наблюдаемых при экспериментах. В ДЭМ не учитываются эффекты временного запаздывания изменений J при изменениях H , не учитываются потери на вихревые токи. В результате искривление доменных границ в ДЭМ считается обратимым процессом, именно в таком приближении и следует понимать условие $J_{irr} = \text{const}$. Можно сказать, что в ДЭМ не учитывается первый механизм возникновения гистерезиса, о котором говорилось выше. Поэтому и при сравнении результа-

тов расчета по ДЭМ с экспериментальными данными необходимо по возможности уменьшить влияние факторов, приводящих к возникновению первого механизма гистерезиса.

Обсуждение результатов. Выясним, какие результаты следуют из ДЭМ при рассмотрении намагничивания на участках типа AB (рисунок) при различных значениях напряженности "точки поворота" H_a . Известно, что в области слабых полей, а также сразу после прохождения "точки поворота", результаты расчета по ДЭМ часто имеют относительно низкую точность по сравнению с моделью Прейзаха [8, 21]. Действительно, сразу после прохождения "точки поворота", в соответствии с законом Релея, форма ветви должна иметь вид параболы. Однако при малых H_a зависимость $J_{an}(H)$ практически линейная (это видно, например, из [17]), следовательно, и зависимость $J_{rev}(H)$ будет линейной, а не параболической. Это видно из (3), так как при $J_{irr} = \text{const}$ характер зависимости $J_{rev}(H)$ определяется характером зависимости $J_{an}(H)$. Если H_a находится в области средних полей, то сразу после прохождения "точки поворота" по закону Релея зависимость $J(H)$ опять же должна быть параболической. Зависимость $J_{an}(H)$ в общем случае уже будет иметь нелинейный характер, что видно, например, из [17]. Следовательно, будет нелинейной и зависимость $J_{rev}(H)$, (определяемой, опять же по (3)). Однако эта зависимость может существенно отличаться от зависимости $J_{rev}(H)$, определенной по (9) на основе найденной из эксперимента зависимости $\chi_{rev}(H)$. (Такой вывод следует из анализа зависимостей $\chi_{rev}(H)$, полученных экспериментально и приведенных в [4].) Это вызвано тем, что при выводе (3) в [17] сделан ряд приближений. Например, уже приближенное (приближение допущено при расчете объема шарового сегмента под выгнутой 180-ти градусной доменной границей) выражение для J_{rev} , приведенное в [17] и имеющее первоначально вид

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) + c_1(M_{an} - M_{irr})^3, \quad (15)$$

где c_1 — коэффициент, затем записывается в виде (3) без какого-либо обоснования.

ДЭМ практически не моделирует частные гистерезисные циклы на участках типа AB, CD (рисунок), так как при этом полагается, что $J_{irr} = \text{const}$. Заметим, что в модифицированной ДЭМ [15] возможно провести учет потерь на вихревые токи (классических и аномальных). Этот учет приводит к возрастанию k в (1) (относительно случая квазистатического перемагничивания), однако для определения J_{rev} и в этом случае используется (3), точность которого, по крайней мере в некоторых случаях, мала.

Когда напряженность "точки поворота" приближается к области сильных магнитных полей, то величина коэффициента c должна увеличиваться

относительно первоначальной, в противном случае расчет по ДЭМ также приводит к большим отклонениям от экспериментальных данных, что рассматривалось выше.

Более высокая точность при расчете частных гистерезисных циклов в ряде случаев достигается при использовании модели Прейзаха. Это можно объяснить тем, что для определения функции распределения Прейзаха возможно использование большего количества экспериментальных данных, чем в ДЭМ, где исходными являются пять определяемых из эксперимента параметров (a и J_s). Например, для определения функции распределения Прейзаха может использоваться набор определенных экспериментально частных гистерезисных циклов [8, 29], набор так называемых "кривых обратного хода первого порядка" (first order reversal curves) [14]. Однако классическая модель Прейзаха рассматривает лишь необратимые процессы. Имеется несколько способов добавления учета обратимых процессов намагничивания в эту модель [5, 10, 12, 27]. В частности, в [27] предлагается определять J_{rev} путем интегрирования зависимости $\chi_{rev}(H)$ в виде, сходном с (9), но в качестве нижнего предела интегрирования брать $H=0$. Однако, как показано выше, для определения J_{rev} следует использовать именно выражения (8) или (9).

Заключение. Так как $\chi_{rev} = \partial J_{rev} / \partial H$ при $J_{rev} = \text{const}$, то наиболее точно определить величину J_{rev} можно интегрированием зависимости $\chi_{rev}(H)$, полученной из экспериментальных измерений. При этом для определения величины J_{rev} , соответствующей напряженности $H = H_a$ (рисунок), необходимо вычислить интеграл (8) при выполнении (насколько это возможно более точно) условия $J_{irr} = \text{const}$. Выражение (3) для определения J_{rev} в ДЭМ следует рассматривать как приближение, точность которого в каждом конкретном случае может быть оценена лишь на основе сравнения со значением J_{rev} , определенном на основе интегрирования зависимости $\chi_{rev}(H)$. Погрешность в определении J_{rev} по (3) вызывается тем, что коэффициент c считается константой, хотя его величина должна зависеть и от J_{an} , и от J_{irr} .

1. *Абельс В.Р.* Внутренний размагничивающий фактор и коэффициент прямоугольности нетекстурованных магнитомягких материалов // ФММ. — 1970. — Т. 30. — Вып.2. — С. 303–308.

2. *Рудяк В.М.* Процессы переключения в нелинейных кристаллах. — М.: Наука, 1986. — 248 с.

3. *Тройбле Г., Зегер А.* Влияние дефектов кристаллической решетки на процессы намагничивания в ферромагнитных монокристаллах. В кн. Беренер Р., Кронмюллер Г. Пластическая деформация монокристаллов. — М.: Мир, 1969. — 272 с.

4. *Чернышев А.В.* О характере зависимости обратимой магнитной проницаемости стальных образцов от напряженности смещающего поля // ФММ. — 2001. — Т. 92. — № 5. — С. 49–54.

5. *Atherton D.L., Szpunar B., Szpunar J.A.* A New Approach to Preisach Diagrams // IEEE Trans. on Magn. — 1987. — V. 23. — № 3. — P. 1856–1865.

6. *Baldwin John A., Milstein F.* Barkhausen Noise Power Versus Size of a Minor Hysteresis Loop // J. Appl. Phys. — 1973. — Vol. 44. — № 10. — P. 4739–4742.

7. *Benabou A., Bouaziz L., Clenet S.* Modelling of a Hysteresis Motor Using the Jiles-Atherton Model // Europ. Phys. J. Appl. Phys. — 2005. — Vol. 29. — № 3. — P. 259–265.

8. *Benabou A., Clenet S., Piriou F.* Comparison of the Preisach and Jiles-Atherton Models to the Hysteresis Phenomenon into Account in Finite Element Analysis // JMMM. — 2003. — Vol. 261. — P. 139–160.

9. *Benda O., Bydzovsky J.* Problems in Modeling Reversible Processes in Soft Magnetic Materials // JMMM. — 1996. — Vol. 160. — P. 87–88.

10. *Bertotti G., Basso V., Pasquale M.* Application of the Preisach Model to the Calculation of Magnetization Curves and Power Losses in Ferromagnetic Materials // IEEE Trans. Magn. — 1994. — V. 30. — № 2. — P. 1052–1057.

11. *Cammarano R., McCormick P. G., Street R.* The Interrelation of Reversible and Irreversible Magnetization // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1996. — Vol. 29. — P. 2327–2331.

12. *Della Torre E., Oti J., Kadar G.* Preisach Modeling and Reversible Magnetization // IEEE Trans. Magn. — 1990. — V. 26. — № 6. — P. 3052–3058.

13. *Fecioru-Morariu M., Stancu A.* First Order Reversal Curves Diagram for Soft Magnetic Materials // Journal of Optoelectronics and Advanced Materials. — 2003. — V. 5. — № 4. — P. 939–944.

14. *Ionita V., Petruscu L.* Numerical Advanced Characterization of Magnetic Recording Media // J. of Optoelectron. and Advanced Materials. — 2006. — Vol. 8. — № 3. — P. 998–1000.

15. *Jiles D.C.* Frequency Dependence of Hysteresis Curves in Conducting Magnetic Materials // J. Appl. Phys. — 1994. — V. 76. — № 10. — P. 5849–5855.

16. *Jiles D.C.* Dynamics of Domain Magnetization and the Barkhausen Effect // Czechoslovak J. of Phys. — 2000. — Vol. 50. — № 8. — P. 893–988.

17. *Jiles D.C., Atherton D.L.* Theory of Ferromagnetic Hysteresis // JMMM. — 1986. — Vol. 61. — P. 48–60.

18. *Jiles D.C., Thielke J.B., Devine M.K.* Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis // IEEE Trans. Magn. — 1992. — Vol. 28. — № 1. — P. 27–35.

19. *Miljavec D., Zidaric B.* Introduction a Domain Flexing Function in the Jiles-Atherton Hysteresis Model // JMMM. — 2008. — V. 320. — P. 763–768.

20. *Ossari F., Hubert O., Billardon R.* A New Internal Variables Scalar Hysteresis Model Respecting the Wiping-out Property // JMMM. — 2003. — V. 254–255. — P. 170–172.

21. *Pasquale M., Bertotti G., Jiles D.C., Bi Y.* Application of the Preisach and Jiles-Atherton Models to the Simulation of Hysteresis in Soft Magnetic Alloys // J. Appl. Phys. — 1999. — V. 85. — № 8. — P. 4373–4375.

22. *Porteseil J., Vergne R., Cotillard J.* Deplacements d'une Paroi de Bloch a 180° dans un Monocristal de Fer-silicium // Le J. de Phys. — 1977. — Vol. 38. — № 12. — P. 1541–1552.

23. *Preisach F.* Uber die Magnetische Nachwirkung, // Z. Phys. — 1935. — Bd. 94. — S. 277–302.

24. *Sablik M.J., Jiles D.C., Govindaraju M.R.* Finite Element

Modeling of Creep Damage Effects on a Magnetic Detector Signal for a Seam Weld/HAZ-Region in a Steel Pipe // IEEE Trans. Magn. — 1998. — Vol.34. — №.4. — P. 2156—2158.

25. Sablik M.J. Modeling the Effect of Grain Size and Dislocation Density on Hysteretic Magnetic Properties in Steels // J. Appl. Phys. — 2001. — Vol. 89. — № 10. — P. 5610—5613.

26. Sternberk J. К проблеме прямоугольной формы петли гистерезиса марганцевых ферритов // Чехослов. физич. журнал. — 1959. — Т. 9. — С. 408—409.

27. Szpunar J.A., Atherton D.L., Szpunar B. Analysis of the

Irreversible Processes of Magnetization in Steel // IEEE Trans. on Magn. — 1987. — V. 23. — № 1. — P. 300—304.

28. Tomka G.J., Gore J.G., Earl J., Murray N., Maylin M. G., Squire P. T. A Phenomenological Approach to Micromagnetics in Martensitic Steels // JMMM. — 2000. — Vol. 219. — P. 275—280.

29. Wulf M., Vandeveld L., Maes J., Dupre L., Melkebeek J. Computation of the Preisach Distribution Function Based on a Measured Everett Map // IEEE Trans. on Magn. — 2000. — V. 36. — P. 3141—3143.

Надійшла 21.07.08

УДК 621.3.011.7:537.532.5:621.372.011:512.3.32

В.Н.СИДОРЕЦ, канд.техн.наук (Ин-т электросварки им.Е.О.Патона НАН України, Київ)

Критерии детерминированного хаоса в нелинейных цепях с электрической дугой

Продемонстрировано, что в нелинейных цепях с электрической дугой при определенных значениях параметров возникают сложные колебания. По совокупности четырех критериев (чрезвычайной чувствительности к начальным условиям, сплошному шумоподобному частотному спектру, положительности показателя Ляпунова, подкове Смейла) сделано заключение, что сложные колебания, наблюдаемые в нелинейных цепях с электрической дугой, являются детерминированным хаосом.

Продемонстровано, що в нелінійних колах з електричною дугою при певних значеннях параметрів виникають складні коливання. За сукупністю чотирьох критеріїв (надзвичайної чутливості до початкових умов, суцільному шумоподібному частотному спектру, позитивності показника Ляпунова, подкові Смейла) зроблено висновок, що складні коливання, які спостерігаються в нелінійних колах з електричною дугою, є детермінованим хаосом.

Введение. Особый интерес при исследовании нелинейных электрических цепей с дугой представляет детерминированный хаос, который был обнаружен в этих системах и ставит их в один ряд с нелинейными системами другой природы с детерминированным хаосом. Детерминированный хаос представляет собой неперiodические автоколебания. Сценарии перехода к хаотическим колебаниям весьма разнообразны, но, обычно, они включают в себя этап периодических автоколебаний. Одна из возможностей появления автоколебаний в автономных динамических системах — это бифуркация Хопфа. За бифуркацией Хопфа следует каскад бифуркаций удвоения периода, приводящий к появлению детерминированного хаоса, который в фазовом пространстве выглядит как странный аттрактор. Однако сложность и неперio-

дичность колебаний еще не свидетельствует о том, что они являются детерминированным хаосом. В настоящее время существует несколько критериев детерминированного хаоса. Часть из них являются качественными, поэтому принято проверять несколько критериев, чтобы сделать вывод о наличии детерминированного хаоса. Исследованию этих критериев посвящена настоящая статья.

Электрические цепи с дугой. Электрическая дуга является составной частью многих электротехнических установок, исполняя роль технологического инструмента. Поэтому описание цепей с дугой и исследование их устойчивости остается актуальной задачей.

Со времени первого теоретического исследования цепи с электрической дугой [1] прошло много времени, но до сих пор дуга является классическим