

УДК 621.7

І.В.ПЕНТЕГОВ, докт.техн.наук (Ін-т електросварки им. Е.О.Патона НАН України, Київ), І.В.ВОЛКОВ, чл.-корр. НАН України, С.В.ПОДОЛЬНИЙ (Ін-т електродинаміки НАН України, Київ)

## Модифікація метода синтеза функцій мінімального реактивного сопротивлення по Бруне

*Предложена модификация метода синтеза функций минимального реактивного сопротивления/проводимости согласно метода Бруне, что позволяет получить дополнительные топологические вариации выходных схем, эффективность которых в качестве входных/выходных фильтров AC-DC-AC-систем может быть выше по сравнению с классической реализацией.*

*Запропоновано модифікацію методу синтезу функцій мінімального реактивного опору/провідності згідно з методом Бруне, що дозволяє отримати додаткові топологічні варіації вихідних схем, ефективність яких як вхідних/вихідних фільтрів AC-DC-AC-систем може бути вищою у порівнянні з класичною реалізацією.*

**Введение.** Среди методов синтеза линейных двухполюсников особое место занимает метод синтеза по Бруне, который позволяет реализовывать функции минимального реактивного сопротивления или проводимости в виде  $RLC$ -двухполюсников с взаимоиндуктивными связями [2–4,6,7].

Центральной идеей метода является реализация функций схемами замещения с отрицательными индуктивностями, появляющимися в процессе выделения нулей/полюсов из функции минимального реактивного сопротивления/проводимости. Схемы с отрицательными индуктивностями можно представить посредством физических схем с положительными индуктивностями, но с трансформаторными (взаимоиндуктивными) связями.

На основе детального анализа указанного вида преобразований, можно получить ряд дополнительных топологических вариаций функции минимального сопротивления/проводимости.

Изложенная далее модификация метода Бруне позволяет получить ряд новых схемных решений, а также решить задачу классификации фильтров специального типа. Кроме того, на основе упрощенной оптимизации по энергетическому критерию без ограничений можно показать теоретическую обоснованность эмпирических данных, касающихся практического использования данного класса фильтров.

Некоторые из полученных топологических вариантов имеют практический интерес, поскольку используются в качестве входных фильтров нижних гармоник (линеаторы) в двухуровневых преоб-

разователях энергии со звеном постоянного тока, известных как  $AC-DC-AC$ -системы [1].

**Многозначность преобразования отрицательной индуктивности. Модификация метода Бруне.**

Известно, что связь между параметрами элементов схемы замещения с отрицательной индуктивностью (рис. 1) следующая [2,3,4,6,7]:

$$C = \frac{1}{L_2 \omega^2}, \quad \frac{L_1 + L_2}{-L_1 L_2} = \frac{1}{L_3}. \quad (1)$$

Согласно методу Бруне,  $L_2 > 0$ , а одна из индуктивностей,  $L_1$  или  $L_3$ , должна быть отрицательной. На рис. 1 показан случай  $L_1 < 0$ .

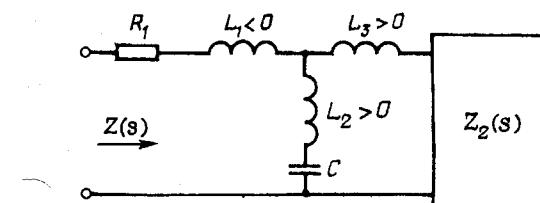


Рис. 1

**Входная функция**

$$Z(s) = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{a_m d^m + a_{m-1} d^{m-1} + \dots + a_1 d + a_0}{b_n d^n + b_{n-1} d^{n-1} + \dots + b_1 d + b_0}, \quad (2)$$

где  $d = \sigma + j\omega$  — комплексная частота,  $a_m, b_n$  — дейст-

вительные числа,  $Z_2(d)$  — функция-остаток, степень числителя и знаменателя которой (по сравнению с  $Z(d)$ ) уменьшается на две единицы. Процесс выделения Т-образных схем продолжается до тех пор, пока  $Z_2(d)$  не станет реализуема последовательным или параллельным звеном сопротивления. В общем случае будем иметь каскадное соединение Т-образных схем  $N$  раз, где  $N$  — максимально возможное число выделений звеньев схем замещения. Из практических соображений нас будет интересовать случай  $N=1$ .

Для исключения из схемы замещения отрицательной индуктивности  $L_1$ , согласно методу Бруне, осуществляется переход к ее физическому эквиваленту с индуктивно связанными катушками [5]. Запишем уравнения Кирхгофа для индуктивной Т-образной схемы (рис. 2, а) и те же уравнения для схемы с магнитосвязанными индуктивностями (рис. 2, б):

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = U_1; \\ L_3 \frac{di_3}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} = U_2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = (L_1 + L_2) I_1 \cdot d - L_2 I_3 \cdot d; \\ U_2 = -L_2 I_1 \cdot d + (L_2 + L_3) I_3 \cdot d; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = L_{11} I_1 \cdot d - M I_3 \cdot d; \\ U_2 = -M I_1 \cdot d + L_{31} I_3 \cdot d, \end{cases} \quad (3)$$

где  $d$  — оператор Лапласа.

Вторая система (3) является уравнениями четырехполюсника в  $z$ -параметрах. Очевидно, что пассивные четырехполюсники эквивалентны при равенстве их матриц  $z$ -параметров. То есть схемы на рис. 2 эквивалентны, если  $L_1 + L_2 = L_p$ ,  $L_2 + L_3 = L_s$ ,  $M = L_2$ .

Возможность такой замены зависит от двух условий:

- алгебраическая сумма  $(L_1 + L_2)$  должна быть положительной;

- "совершенный" трансформатор с коэффи-

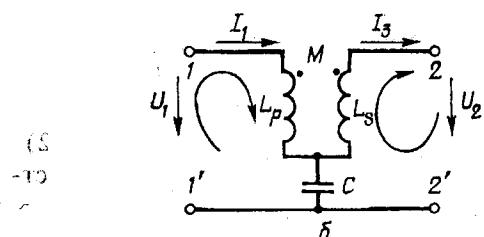
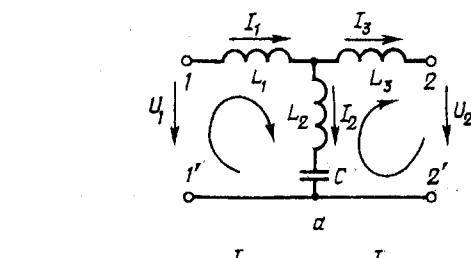


Рис. 2

циентом связи, равным единице [3], то есть  $k = M \cdot (L_p L_s)^{-0.5} = 1$ .

Второе ограничение выполняется автоматически при соблюдении связи между параметрами (1). Наиболее близки к "совершенному" трансформаторы на ферромагнитных сердечниках с большой магнитной проницаемостью.

Из (1) запишем выражение для  $L_3$

$$L_3 = \frac{-L_1 L_2}{L_1 + L_2}. \quad (4)$$

Учитывая неравенство  $L_1 + L_2 > 0$  и (4) для случая  $L_1 < 0$ , получаем неравенство модулей  $|L_3| > |L_2| > |L_1|$ . Бруне при осуществлении перехода от схемы замещения к физической схеме ограничился рассмотрением схемы на рис. 2, б.

Но указанные выше уравнения четырехполюсника в  $z$ -параметрах позволяют получить еще несколько физических схем с трансформаторными связями, если рассматривать исходную схему с отрицательными индуктивностями относительно множества потенциалов  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Представим схему замещения в виде симметричной звезды так, как показано на рис. 3.

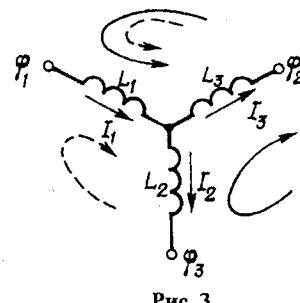


Рис. 3

Запишем уравнения для помеченных контуров. Для контуров, помеченных непрерывной линией,

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ L_1 I_1 \cdot d + L_3 I_3 \cdot d = \varphi_1 - \varphi_2; \\ -L_2 I_2 \cdot d + L_3 I_3 \cdot d = \varphi_2 - \varphi_3; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = (L_1 + L_3) I_1 \cdot d - L_3 I_2 \cdot d; \\ \varphi_2 - \varphi_3 = -L_3 I_1 \cdot d + (L_2 + L_3) I_2 \cdot d. \end{cases} \quad (5)$$

Для контуров, обозначенных пунктирной линией,

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3; \\ L_1 I_1 \cdot d + L_3 I_3 \cdot d = \varphi_1 - \varphi_2; \\ L_2 I_2 \cdot d + L_1 I_1 \cdot d = \varphi_1 - \varphi_3; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = -|L_1| I_2 \cdot d + (L_1 + L_3) I_3 \cdot d; \\ \varphi_1 - \varphi_3 = (L_1 + L_2) I_2 \cdot d - |L_1| I_3 \cdot d. \end{cases} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = -|L_1| I_2 \cdot d + (L_1 + L_3) I_3 \cdot d; \\ \varphi_1 - \varphi_3 = (L_1 + L_2) I_2 \cdot d - |L_1| I_3 \cdot d. \end{cases}$$

Из сравнения (5), (6) со второй системой (3) видно, что помимо классической реализации возможны другие варианты реализации исходной схемы замещения в виде физических схем с трансформаторными связями. На рис. 4, а показана физическая схема для (5), а на рис. 4, б — для (6). Кроме того, данные схемы могут быть получены из соображений симметрии и возможности поворота воображаемой схемы замещения трансформатора на  $\pm 2\pi/3$  радиан. На рис. 4, а приняты обозначения  $L_1 + L_3 = L_{p11}$ ,  $L_2 + L_3 = L_{s11}$ , а на рис. 4, б —  $L_1 + L_3 = L_{s12}$ ,  $L_1 + L_2 = L_{p12}$ .

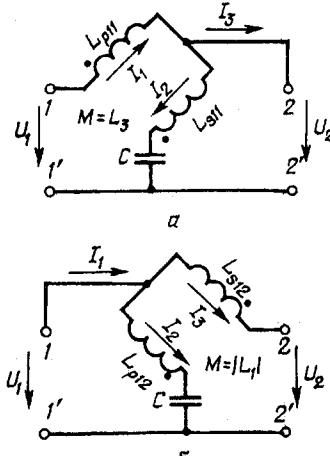


Рис. 4

Отметим, что существует симметричный (относительно отрицательной индуктивности  $L_1$ ) случай реализации схемы замещения, выполняемый для одной и той же функции минимального сопротивления/проводимости. В этом случае выделение нулей/полюсов из  $Z(s)$  выполняется так, что в схеме замещения (рис. 1) получаем  $L > 0$ , а  $L_3 < 0$  [3]. Также из (4) следует:  $|L_3| < |L_1|$  и  $|L_3| < |L_2|$ . Соотношение между  $L_1$  и  $L_2$  может быть любым.

Выполнив аналогичные к (5, 6) преобразования, получаем еще две физические Г-образные схемы с трансформаторными связями (рис. 5).

На рис. 5, а приняты обозначения:  $L_1 + L_3 = L_{p21}$ ,  $L_2 + L_3 = L_{s21}$ , а на рис. 5, б —  $L_1 + L_3 = L_{s22}$ ,  $L_1 + L_2 = L_{p22}$ .

Отметим, что во всех приведенных Г-образных схемах величина  $M$  принимается всегда положительной, а знаки в уравнениях расставляются согласно выбранных направлений токов по Кирхгофу. Полученные топологии могут применяться в качестве базовых схем входных и выходных фильтров в AC-DC-AC-системах.

В ряде случаев фильтр, показанный на рис. 5, а, оказывается более эффективным по массогабаритным и стоимостным показателям, а также по уровню получаемых коэффициентов искажения THD<sub>U</sub> (коэффициент гармонического искажения напряжения) и THD<sub>I</sub> (коэффициент гармонического искажения тока), чем классический фильтр по Бруне.

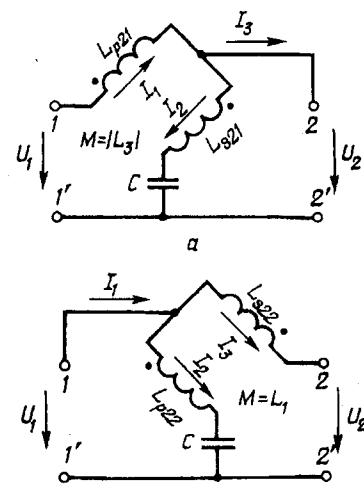


Рис. 5

Физические схемы фильтра (рис. 5, а) в виде автотрансформатора на общем сердечнике в однофазном и трехфазном исполнениях показаны на рисунках 6, 7 соответственно.

Эти фильтры используются на практике и экспериментально доказали свою эффективность [8].

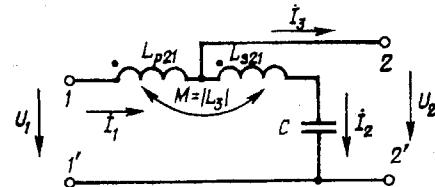


Рис. 6

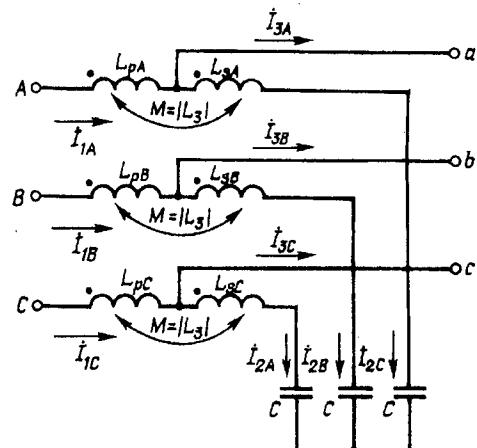


Рис. 7

Сравнение вариантов исполнения фильтров по суммарной реактивной энергии индуктивных элементов при разных токах в индуктивностях.

Выполним упрощенное сравнение фильтров на рис. 4, а и рис. 5, а с классическим вариантом, взяв за основу критерий суммарной реактивной энергии индуктивных элементов фильтра (критерий приблизительно эквивалентен сравнению по установленным мощностям элементов фильтра).

Точное сравнение по установленным мощностям может быть осуществлено после детальной инженерной проработки каждого из вариантов. Для упрощения задачи, чтобы свести анализ ряда схем к одной Г-образной, осуществим операцию объединения множеств значений для  $L_1$  и  $L_3$  обеих схем, то есть  $L_1, L_3 \in \{-L_{\max} \dots L_{\max} \mid L_1 \in R\}$ .

В этом случае уравнения энергии индуктивностей для классического преобразования  $W$  и модифицированных вариантов  $W_1$  можно записать следующим образом (используются амплитудные значения токов  $I_{1m}, I_{2m}, I_{3m}$ ):

$$W = \frac{L_p I_{1m}^2}{2} + \frac{L_s I_{3m}^2}{2} = \frac{I_{1m}^2}{2} (L_p + L_s m^2), \quad (7)$$

$$W_1 = \frac{L_{p1} I_{1m}^2}{2} + \frac{L_{s1} I_{2m}^2}{2} = \frac{I_{1m}^2}{2} (L_{p1} + L_{s1} n^2),$$

где  $m = I_{3m} / I_{1m}$ ,  $n = I_{2m} / I_{1m}$ .

На практике  $m$  и  $n$  обычно лежат в следующих диапазонах:  $0,2 < n < 0,5$  и  $0,8 < m < 1$ .

Введем следующие безразмерные величины:

$$\bar{W} = \frac{2W}{L_2 I_{1m}^2} \quad \text{и} \quad \bar{W}_1 = \frac{2W_1}{L_2 I_{1m}^2}. \quad (8)$$

Пусть  $x = L_1 / L_2$ , тогда, используя (4), можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} L_p &= L_2(x+1), & L_s &= L_2 \frac{1}{x+1}, \\ L_{p1} &= L_2 \frac{x^2}{x+1}, & L_{s1} &= L_2 \frac{1}{x+1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), получим

$$\begin{aligned} \bar{W}(m, x) &= \frac{(x+1)^2 + m^2}{x+1}, \\ \bar{W}_1(n, x) &= \frac{x^2 + n^2}{x+1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Пусть  $x$  лежит в диапазоне  $-1 \dots 6$ , тогда графики уравнений (10) в выбранных точках  $m$  и  $n$  следующие (рис. 8).

Очевидно, что классический вариант немного лучше в узком диапазоне параметров, а именно при

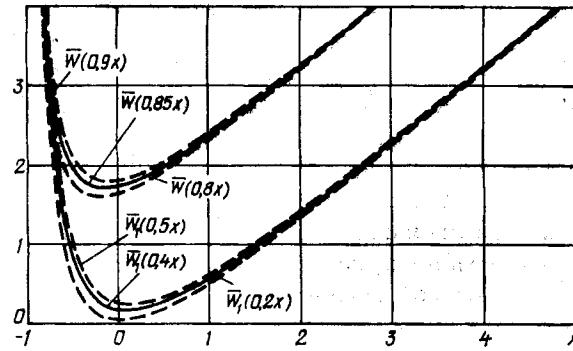


Рис. 8

$-1 < x < -0,8$ . При  $x > -0,8$  лучше (и намного) модифицированный вариант.

Аналогичный анализ, проведенный для схем на рис. 4, б и рис. 5, б, показывает, что эти схемы при  $x > 0$  менее эффективны и могут найти меньшее применение.

**Выводы.** Предложены модификации преобразования схемы замещения, полученной на основе синтеза минимальных функций реактивного сопротивления/проводимости по Бруне, позволяющие получить, кроме классической физической реализации, несколько симметричных Г-образных схем фильтров низких частот, что расширяет область применения метода. Кроме того, использование модифицированных схем позволяет уменьшить массогабаритные показатели ФНЧ, что особенно важно для силовых систем большой мощности.

1. Волков И.В. Новая концепция построения силовых цепей частотно-регулируемых асинхронных электроприводов // Техн. электродинамика. — 1999. — № 4. — С. 21—26.

2. Гиллемин Э.А. Синтез пассивных цепей. — М.: Связь, 1970. — 720 с.

3. Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез. — М.: Связь, 1973. — 368 с.

4. Матханов П.Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. — М: "Высш. школа", 1976. — 208 с.

5. Пентегов И.В., Рымар С.В., Волков И.В. Связь между параметрами электромагнитных, принципиальных схем и схем замещения двухобмоточных трансформаторов // Електротехніка і Електромеханіка. — 2006. — № 3. — С. 67—79.

6. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей: Пер. с англ. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963. — 551 с.

7. Brune O. Syntesis of a finite Two Terminal Network Whose Driving Point Impedance Is a Prescribed Function of Frequency // J. Math. Phys. — August 1931. — № 3. — V. 10 — P. 191—236.

8. www.mirusinternational.com

Надійшла 01.08.2008