

## Расчет потерь в стали магнитопровода трехфазных реакторов при наличии высших гармоник магнитного потока

*Созданы теория и методика расчета потерь в стали магнитопровода трехфазных реакторов при наличии высших гармоник магнитного потока, учитывающие особенности различного влияния на потери от вихревых токов и на гистерезис гармонических составляющих магнитного потока, проходящего в магнитопроводе. Методика позволяет рассчитывать и проектировать реакторы, работающие в устройствах с высшими гармониками.*

*Створено теорію й методику розрахунку втрат у сталі магнітопровода трифазних реакторів при наявності вищих гармонік магнітного потоку, що враховують особливості різного впливу на втрати від вихрових струмів і на гістерезис гармонійних складових магнітного потоку, що проходить у магнітопроводі. Методика дозволяє розраховувати й проектувати реактори, що працюють в пристроях з вищими гармоніками.*

**Введение.** При расчете и проектировании реакторов, работающих в устройствах с высшими гармониками напряжения и тока, необходима теория и методика расчета потерь в магнитопроводе, которая бы учитывала специфические явления, происходящие в нем при наличии высших гармоник магнитного потока.

Известные методики расчета потерь в стали магнитопровода [1,6,11,15,17] при использовании метода эквивалентной синусоиды [8] для учета высших гармоник на практике дают заниженные значения потерь, а, следовательно, и возможность перегрева реактора при работе в реальном устройстве.

Поэтому задача создания теории и методики расчета потерь в магнитопроводе реактора при его работе в устройствах с высшими гармониками напряжения и тока актуальна.

Потери в магнитопроводе реактора можно условно разделить на две составляющие — потери на гистерезис и потери от вихревых токов [7,13]. Следует отметить, что разделение потерь в магнитопроводе может и не производиться [2,3,15,19]. Однако для универсальной методики, позволяющей рассчитывать потери при различных соотношениях уровня гармоник магнитного потока, разделение потерь крайне желательно, так как потери на гистерезис и от вихревых токов по-разному зависят от состава гармоник магнитного потока.

Здесь представлена разработанная теория и методика расчета потерь в стали магнитопровода реактора с разделением потерь на потери от вихревых токов и на гистерезис, требующая минимальных затрат времени на его проектирование.

Материал статьи является продолжением работы [11], методика из которой наиболее подходит для решения поставленной задачи.

Обычно в силовых реакторах устройств преобразовательной техники значение магнитной индукции в магнитопроводе не должно превышать 1,4 Тл. Это связано с тем, что при больших значениях индукции возникают значительные уровни шума в конструкции магнитопровода за счет вибрации, что со временем приводит к разупрочнению стяжки элементов конструкции и возникновению еще больших шумов. К тому же, одинарный немагнитный зазор в магнитопроводе рассматриваемых реакторов средних и больших мощностей должен быть не менее 2,0...2,5 мм. При меньших значениях немагнитного зазора практически невозможно обеспечить повторяемость значений индуктивности при сборке реакторов. Поэтому, применение дорогих анизотропных (структурированных в направлении прокатки) марок электротехнических сталей (ЭТС), обеспечивающих малые удельные потери при высоких значениях магнитной индукции (выше 1,4 Тл), в подобных реакторах экономически нецелесообразно. Для таких реакторов наиболее выгодно применение недорогих марок изотропных (неструктурированных) ЭТС, у которых рабочий диапазон индукций лежит ниже 1,4...1,5 Тл.

**Магнитная индукция при наличии гармоник магнитного потока.** По закону электромагнитной индукции магнитная индукция в магнитопроводе реактора определяется по приложенному к его обмотке напряжению, которое рассчитывается с учетом совокупности всех элементов электрической цепи с реактором при помощи либо известных аналитических или численных методов, либо компьютерных программ. Расчет напряжения на обмотке реактора, его гармонических составляющих и углов сдвига между гармоническими составляющими напряжения выходит за рамки данной статьи и

здесь эти величины считаются заданными.

Введем понятие относительного амплитудного значения магнитной индукции  $h$ -ой гармоники в стержне магнитопровода, равного:

$$B_{m,h}^* = U_{m,h}^* / h, \quad (1)$$

где  $U_{m,h}^*$  — заданное относительное амплитудное значение  $h$ -ой гармоники напряжения обмотки реактора по отношению к первой гармонике (при этом  $U_{m,1}^* = 1$  и  $B_{m,1}^* = 1$ ).

Абсолютное амплитудное значение магнитной индукции  $h$ -ой гармоники в стержне магнитопровода равно:

$$B_{m,h} = \frac{U_{m,1}}{\omega S_c w} B_{m,h}^*. \quad (2)$$

Здесь  $U_{m,1}$  — заданное абсолютное амплитудное значение напряжения обмотки по 1-ой гармонике;  $\omega$  — угловая частота напряжения сети,  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — частота напряжения сети;  $S_c$  — заданная активная площадь поперечного сечения стержня магнитопровода;  $w$  — заданное количество витков обмотки реактора.

Относительное мгновенное значение магнитной индукции  $h$ -ой гармоники определяется по формуле

$$B_h^*(\omega t, h) = \left[ -U_{m,h}^* \cos(h \cdot \omega t + \varphi_{U,h} + \theta_{ph}) \right] / h, \quad (3)$$

полученной путем интегрирования по переменной  $\omega t$  формулы для определения относительных мгновенных значений магнитной индукции  $h$ -ой гармоники:

$$U_h^*(\omega t, h) = U_{m,h}^* \sin(h \cdot \omega t + \varphi_{U,h} + \theta_{ph}), \quad (4)$$

где  $t$  — время;  $\varphi_{U,h}$  — заданный угол сдвига по фазе напряжения  $h$ -ой гармоники обмотки;  $\theta_{ph}$  — угол сдвига по фазе между напряжениями фаз.

Относительное мгновенное значение магнитной индукции:

$$B_*(\omega t) = \sum_h B_h^*(\omega t, h), \quad (5)$$

а реальное мгновенное значение магнитной индукции будет равно:

$$B(\omega t) = \frac{U_{m,1}}{\omega S_c w} \sum_h B_h^*(\omega t, h). \quad (6)$$

Для дальнейших исследований необходимо определить местоположение границ периода  $2\pi$

изменения функции  $B_*(\omega t)$ , при которых ее значения начинаются и заканчиваются в нуле. Для этого численно решается уравнение  $B_*(\omega t) = 0$  и определяется значение  $\omega t_{\min}$  (любой из корней этого уравнения), а значение  $\omega t_{\max}$  будет равно  $\omega t_{\max} = \omega t_{\min} + 2\pi$ .

На рис. 1 в качестве примера показаны типичные зависимости изменения функции  $B_*(\omega t)$  за период, рассчитанные по формуле (5), реактора  $L_I$ , включенного в силовую продольную цепь Г-образного фильтра подавления высших гармоник тока, а на рис. 2 — реактора  $L_{II}$ , включенного в емкостную поперечную цепь фильтра.

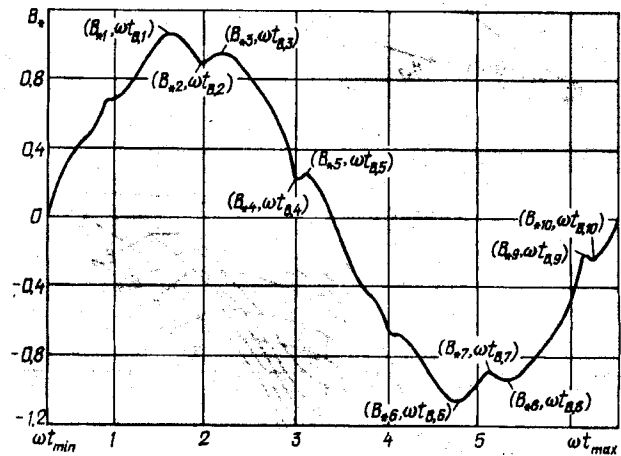


Рис. 1

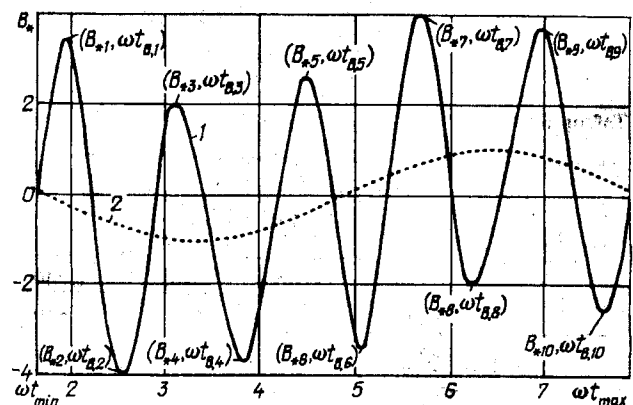


Рис. 2

На рис. 3 и 4 показаны типичные петли гистерезиса для реакторов  $L_I$  и  $L_{II}$ , построенные для временных зависимостей соответственно рис. 1 и 2. Координаты экстремумов функции  $B_*(\omega t)$  по оси ординат и оси абсцисс:  $(B_{*1}, \omega t_{B1}) \dots (B_{*10}, \omega t_{B10})$  приведены в табл. 1. Для реактора  $L_I$  насчитывается в рассматриваемом частном случае 5 замкнутых петель гистерезиса — 1 основная петля и 4 частные петли. Основное влияние на эту форму кривой оказывает 1-я гармоника. В реакторе  $L_{II}$  каждая из 5 петель гистерезиса незамкнута, период охватывает 5 петель и насчитывается 10 экстремумов. Здесь

наиболее существенное влияние на эту форму кривой оказывает 5-я гармоника.

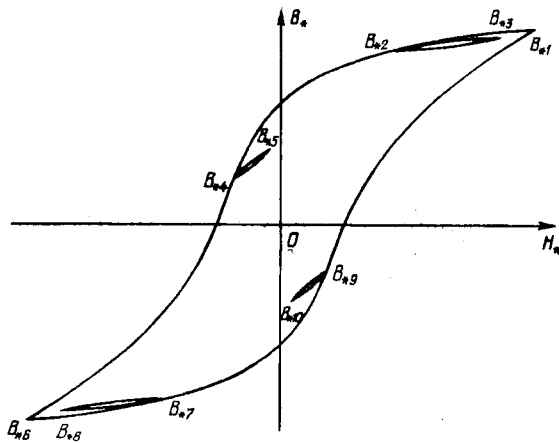


Рис. 3

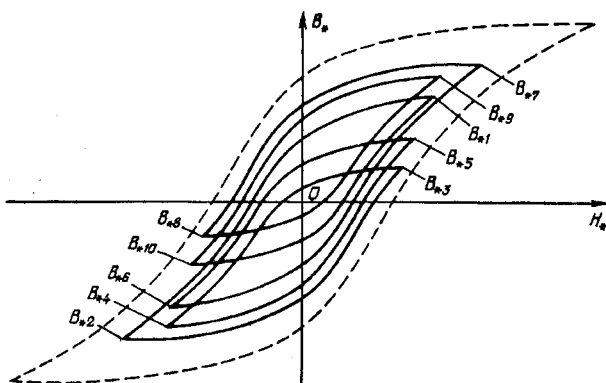


Рис. 4

Таблица 1

i	L <sub>I</sub>		L <sub>II</sub>	
	B*	ωt	B*	ωt
1	1,055	1,623	3,443	1,940
2	0,884	1,968	-4,002	2,549
3	0,929	2,169	1,968	3,071
4	0,217	3,030	-3,725	3,831
5	0,241	3,099	2,591	4,491
6	-1,055	4,764	-3,449	5,082
7	-0,884	5,110	4,007	5,691
8	-0,929	5,311	-1,969	6,213
9	-0,217	6,172	3,723	6,973
10	-0,241	6,241	-2,589	7,633

Необходимо определить наибольшее и наименьшее значение функции  $B_*(\omega t)$ . Так, из табл. 1 для реактора  $L_I$  — это точки с координатами  $(B_{*1}, \omega t_{B,1})$  и  $(B_{*6}, \omega t_{B,6})$ , в которых  $B_{\max}^* = 1,055$  и  $B_{\min}^* = -1,055$ ; для реактора  $L_{II}$  — точки с координатами  $(B_{*9}, \omega t_{B,9})$  и  $(B_{*4}, \omega t_{B,4})$ :  $B_{\max}^* = 4,002$  и  $B_{\min}^* = -4,002$ .

Относительное амплитудное эквивалентное

(расчетное) значение магнитной индукции в магнитопроводе реактора  $B_{m,ekv}^*$  выбирается по условию: если  $|B_{\max}^*| > |B_{\min}^*|$ , то  $B_{m,ekv}^* = |B_{\max}^*|$ , иначе  $B_{m,ekv}^* = |B_{\min}^*|$ .

Абсолютное амплитудное эквивалентное значение магнитной индукции в магнитопроводе реактора, по которому выбирается активное поперечное сечение стержня магнитопровода, определяется по формуле:

$$B_{m,ekv} = U_{m,1} B_{m,ekv}^* / \omega S_c w. \quad (7)$$

Зависимости, учитывающие скин-эффект. Эквивалентная глубина проникновения магнитного потока в лист ЭТС  $a_c'$  для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока [6,16]

$$a_c'(\mu_{c,p}', \rho_c', h') = \frac{1}{k_R} \left( \frac{2\rho_c'}{h'\omega\mu_{c,p}'} \right)^{0,5}, \quad (8)$$

где  $\mu_{c,p}'$  — магнитная проницаемость на поверхности стального листа;  $\rho_c'$  — удельное электрическое сопротивление ЭТС, зависящее от среднего значения температуры в рассматриваемой части магнитопровода;  $h'$  — номер гармоники;  $k_R$  — коэффициент уменьшения глубины проникновения для нелинейной ферромагнитной среды, по Нейману  $k_R \approx 1,4$  [9,10,16].

Здесь и далее штрихи даны для переменных, которые в дальнейшем переопределяются, а выражения даны в виде функций для удобства автоматизации расчета.

Коэффициент  $\xi'$  [6, 16], равный отношению толщины листа ЭТС  $b_c$  к глубине проникновения  $a_c'$  потока в проводник для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока

$$\xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h') = b_c / a_c'(\mu_{c,p}', \rho_c', h'). \quad (9)$$

Амплитудное значение магнитной индукции на поверхности стального листа  $B_{m,p}'$  [6,11,16] для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока, при заданном амплитудном значении магнитной индукции  $B_m'$

$$B_{m,p}'(B_m', \mu_{c,p}', \rho_c', h') = \frac{\xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h') B_m'}{\sqrt{2}} \times \quad (10)$$

$$\times \left[ \frac{\operatorname{ch} \xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h') + \cos \xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h')}{\operatorname{ch} \xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h') - \cos \xi'(\mu_{c,p}', \rho_c', h')} \right]^{0,5}$$

Уравнение для нахождения значений магнитной проницаемости на поверхности стального листа  $\mu_{c,p}'$  для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока имеет вид

$$\frac{B_{m,p}'(B_m', \mu_{c,p}', \rho_c', h')}{H[B_{m,p}'(B_m', \mu_{c,p}', \rho_c', h')]} - \mu_{c,p}' = 0. \quad (11)$$

Здесь  $H(B_m')$  — аппроксимационная функция кривой намагничивания — зависимость напряженности магнитного потока  $H$  в листе ЭТС от амплитудного значения магнитной индукции  $B_m'$  [11] может быть записана в виде функции

$$H(B_m') = \alpha_c \operatorname{sh}(\beta_c B_m') + \chi_c B_m', \quad (12)$$

где  $\alpha_c, \beta_c, \chi_c$  — коэффициенты аппроксимации. Для изотропной ЭТС марки М19  $\alpha_c = 6,43 \cdot 10^{-3}$  А/м,  $\beta_c = 8,4 \text{ Тл}^{-1}$ ,  $\chi_c = 102,55 \text{ м/Гн}$ .

Решая уравнение (11) численным методом, находим значения  $\mu_{c,p}'$ .

Окончательно для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока запишем функцию по вычислению амплитудного значения магнитной индукции на поверхности стального листа

$$B_{m,p}(B_m', \rho_c', h') = B_{m,p}' [B_m', \mu_{c,p}'(B_m', \rho_c', h'), \rho_c', h'] \quad (13)$$

и функцию по вычислению коэффициента  $\xi$

$$\xi(B_m', \rho_c', h') = b_c / a_c [\mu_{c,p}'(B_m', \rho_c', h'), \rho_c', h']. \quad (14)$$

Рассмотрим расчет потерь в магнитопроводе реактора на гистерезис и от вихревых токов.

**Потери на гистерезис.** При расчете потерь на гистерезис нужно суммировать площади частных петель гистерезиса, которые пропорциональны потерям на гистерезис. Вид петли или частных петель гистерезиса в стали магнитопровода реактора будут определять зависимости изменения мгновенных значений магнитной индукции от времени  $B_*(\omega t)$  [14]. Так, зависимости магнитной индукции на рис. 1 будут соответствовать петли гистерезиса, изображенные на рис. 3, а зависимости на рис. 2 — петли гистерезиса, показанные на рис. 4.

При расчете площадей петель гистерезиса можно использовать разные подходы, например, найти площади петель или частей петель в положительной или отрицательной области значений  $B_*$  или  $H_*$ , а затем их удваивать. Но это не удобно для автоматизированных расчетов. Предложим универсальную методику расчета потерь на гистерезис, наиболее подходящую для автоматизации, при которой площади петель определяются по мере их образования зависимостью функции  $B_*(\omega t)$ . При этом последовательно будут суммироваться площади частных петель или частей петель в положительных и отрицательных областях, образующих эквивалентные частные петли гистерезиса.

Найдем координаты экстремумов функции  $B_*(\omega t)$  и точки пересечения ею оси абсцисс за период  $2\pi$ .

Зададим пары номеров  $i$  (столбцы матрицы) мгновенных значений экстремумов магнитной индукции  $B_*$ , образующих эквивалентные частные петли гистерезиса. Для рис. 1 и 3, и рис. 2 и 4 (также табл. 1), это соответственно матрицы с номерами экстремумов

$$N_{par} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 & 9 \\ 6 & 3 & 5 & 8 & 10 \end{vmatrix}; \quad N_{par} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \end{vmatrix}.$$

Определим половину величины размаха  $B_{m,g^*}$  между заданными парами экстремумов относительных значений магнитной индукции  $B_*$  по оси ординат (рис. 1 и 2), которые будут соответствовать минимальным и максимальным относительным значениям магнитных индукций  $B_{m,g^*}$  для расчетных эквивалентных частных петель гистерезиса (полуразмах):

$$B_{m,g^*} = |B_{*N_{par.1.ig}} - B_{*N_{par.2.ig}}| / 2, \quad (15)$$

где  $ig$  — порядковый номер столбца матрицы  $N_{par}$  (будет соответствовать порядковому номеру эквивалентной частной петли гистерезиса),  $i_g = 1 \dots \operatorname{cols}(N_{par})$ ;  $\operatorname{cols}$  — функция, определяющая количество столбцов матрицы.

В абсолютных значениях

$$B_{m,g.ig} = \frac{U_{m.1}}{\omega S_c W} B_{m,g^*} \quad (16)$$

Удвоенная величина интервала между значениями  $\omega t$  заданных пар по оси абсцисс, соответствующих экстремумам значений индукций  $B_*$ , (рис. 1 и 2, и табл. 1), определяет период для расчетных эквивалентных частных петель гистерезиса

$$\omega t_{g.ig} = 2 (|\omega t_{N_{par.2.ig}}| - |\omega t_{N_{par.1.ig}}|). \quad (17)$$

Собственные частоты и угловые частоты эквивалентных частных петель гистерезиса будут равны

$$f_{g.ig} = 2\pi f / \omega t_{g.ig}; \quad \omega_{g.ig} = 2\pi f_{g.ig}. \quad (18)$$

Эквивалентные номера гармоник магнитного потока для эквивалентных частных петель гистерезиса

$$h_{g.ig} = f_{g.ig} / f. \quad (19)$$

В табл. 2 приведены значения  $B_{m,g^*}$ ,  $\omega t_{g.ig}$ ,  $f_{g.ig}$ , рассчитанные по формулам (15), (17) и (18).

Амплитудное значение магнитной индукции на расстоянии  $x$  от оси симметрии стального листа [11]

$$B_{mm}'(x, B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') = \frac{\xi(B_{m.\max}', \rho_c', h_g') B_m'}{\sqrt{2}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\operatorname{ch} \left[ \xi(A) \cdot \frac{2x}{b_c} \right] + \cos \left[ \xi(A) \cdot \frac{2x}{b_c} \right]}{\operatorname{ch} \xi(A) - \cos \xi(A)} \right\}^{0,5}. \quad (20)$$

Здесь  $A = (B_{m.\max}', \rho_c', h_g')$ ;  $B_{m.\max}'$  — наибольшее значение магнитной индукции из пары экстремумов для петель гистерезиса;  $h_g'$  — эквивалентный номер гармоники рассматриваемой частной петли гистерезиса.

Таблица 2

	$i_g$	1	2	3	4	5
$L_I$	$B_{m.g.}^*$	1,055	0,022	0,012	0,022	0,012
	$B_{m.g.\max}^*$	1,055	0,929	0,241	0,929	0,241
	$\omega t_g$	6,283	0,402	0,138	0,402	0,138
	$f_g, \text{Гц}$	60,0	937,5	2727,3	937,5	2727,3
$L_{II}$	$B_{m.g.}^*$	3,723	2,847	3,020	2,988	3,155
	$B_{m.g.\max}^*$	4,002	3,725	3,449	4,007	3,723
	$\omega t_g$	1,219	1,521	1,181	1,043	1,319
	$f_g, \text{Гц}$	309,3	247,9	319,2	361,4	285,7

Аппроксимационная функция эквивалентной коэрцитивной силы  $H_c$ , полученная с использованием кривой удельных потерь ЭТС [11]

$$H_c(B_m') = H_{c0} \left[ 1 + \left( \frac{B_m'}{B_c} \right)^{n_c} \right], \quad (21)$$

где  $H_{c0}, B_c, n_c$  — коэффициенты аппроксимации. Для изотропной ЭТС марки М19  $H_{c0} = 33,43 \text{ А/м}$ ,  $B_c = 1,31 \text{ Тл}$ ,  $n_c = 2,25$ .

Потери в стали на гистерезис в единице объема ( $\text{Вт/м}^3$ ) на расстоянии  $x$  от оси симметрии стального листа при представлении петли гистерезиса эквивалентным по площади эллипсом [11, 13], центр которого располагается в начале осей координат, равны

$$p_g'(x, B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') = \left[ \omega B_{mm}'(x, B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') / 2 \right] \times H_c \left[ B_{mm}'(x, B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') \right]. \quad (22)$$

Усредненные потери в стали на гистерезис в единице объема [11]

$$p_g(B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') =$$

$$= \frac{2}{b_c} \int_0^{b_c/2} p_g'(x, B_m', \rho_c', h_g', B_{m.\max}') dx. \quad (23)$$

За счет того, что магнитный поток рассеивается в окно магнитопровода, его уровень в стержне в районе немагнитного зазора уменьшается. Запишем уравнение изменения магнитной индукции в стержне магнитопровода по его текущей длине  $y$  в линейном приближении:

$$B_{m,hst}(B_m, B\delta, y, hst) = B_m - (B_m - B\delta) \frac{y}{hst}. \quad (24)$$

Здесь  $B_m$  — наибольшее амплитудное значение магнитной индукции в стержне магнитопровода (для Ш-образного магнитопровода значение  $B_m$  наибольшее у торца обмотки вблизи ярменной зоны Ш-железа; для магнитопровода из полос ЭТС — в районе центра катушки с обмоткой);  $B\delta$  — амплитудное значение магнитной индукции на краю стержня магнитопровода в районе немагнитного зазора;  $hst$  — рассматриваемая длина стержня.

В линейном приближении, формула (24) подходит и для расчета потерь в реакторе с количеством немагнитных зазоров на фазу больше двух.

Амплитудное значение магнитной индукции на краю центрального ( $c$ ) и крайнего ( $k$ ) стержней магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса будет равно:

$$B_{m,c,\delta,g,ig} = B_{m,g,ig} \frac{B_{m,c,\delta,ekv}}{B_{m,ekv}}, \quad (25)$$

$$B_{m,k,\delta,g,ig} = B_{m,g,ig} \frac{B_{m,k,\delta,ekv}}{B_{m,ekv}}.$$

Здесь  $B_{m,c,\delta,ekv}, B_{m,k,\delta,ekv}$  — эквивалентные амплитудные значения магнитной индукции на краю центрального и крайнего стержней магнитопровода в районе немагнитного зазора  $\delta$ . Уровни индукций в стержне и эпюра распределения магнитной индукции в окне Ш-образного магнитопровода показаны на рис. 5, а для стержневого магнитопровода из полосовой ЭТС с двумя немагнитными зазорами на фазу — на рис. 6. Выражения для расчета значений индукций могут быть получены с привлечением формул из работы [12] для случая трехфазного трансформатора с поперечным рассеянием и закона полного тока [7,13], и здесь не приводятся.

Максимальное амплитудное значение магнитной индукции на краю центрального и крайнего стержней магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса:

$$B_{m,c,\delta,g,\max,ig} = B_{m,g,\max,ig} \frac{B_{m,c,\delta,ekv}}{B_{m,ekv}}, \quad (26)$$

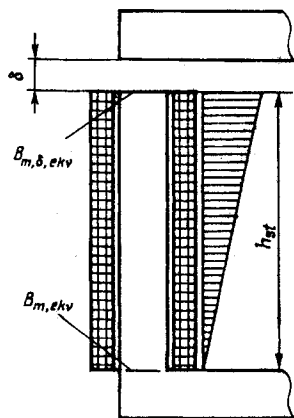


Рис. 5

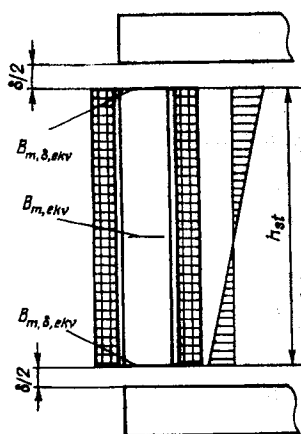


Рис. 6

$$B_{m,k,\delta,g,\max,ig} = B_{m,g,\max,ig} \frac{B_{m,k,\delta,ekv}}{B_{m,ekv}},$$

где  $B_{m,g,\max}$  — наибольшее из пары экстремумов абсолютное значение магнитной индукции для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса

$$B_{m,g,\max,ig} = \frac{U_{m,1}}{\omega S_c w} B_{m,g,\max^*ig}; \quad (27)$$

$B_{m,g,\max^*ig}$  — наибольшее из пары экстремумов относительное значение магнитной индукции для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса, (табл. 2), определяемое из условия: если  $|B_{*Npar.1,ig}| > |B_{*Npar.2,ig}|$ , то  $B_{m,g,\max^*ig} = |B_{*Npar.1,ig}|$ , иначе  $B_{m,g,\max^*ig} = |B_{*Npar.2,ig}|$ , значения которого необходимы для учета эффекта вытеснения магнитного потока к краям пластин ЭТС.

Потери на гистерезис в стержне магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса будут равны:

— в случае Ш-образного магнитопровода

$$P_{st.g}'(B_m', B_\delta', h_g', B_{m,\max}', B_{\delta,\max}') =$$

$$= S_c \int_0^{h_{st}} p_g [B_{m,hst}(B_m', B_\delta', y, h_{st}), \rho_c, h_g', B_{m,hst}(B_{m,\max}', B_{\delta,\max}', y, h_{st})] dy; \quad (28)$$

— в случае магнитопровода из полосовой ЭТС

$$P_{st.g}'(B_m', B_\delta', h_g', B_{m,\max}', B_{\delta,\max}') =$$

$$= 2S_c \int_0^{h_{st}/2} p_g [B_{m,hst}(B_m', B_\delta', y, h_{st}/2), \rho_c, h_g', B_{m,hst}(B_{m,\max}', B_{\delta,\max}', y, h_{st}/2)] dy. \quad (29)$$

Потери на гистерезис в центральном и крайнем стержнях магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса

$$P_{g.st.c.ig} = P_{g.st}'(B_{m,g,ig}, B_{m,c,\delta,g,ig}, h_{g,ig}, B_{m,g,\max,ig}, B_{m,c,\delta,g,\max,ig}); \quad (30)$$

$$P_{g.st.k.ig} = P_{g.st}'(B_{m,g,ig}, B_{m,k,\delta,g,ig}, h_{g,ig}, B_{m,g,\max,ig}, B_{m,k,\delta,g,\max,ig}).$$

Суммарные потери на гистерезис в стержнях магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса

$$P_{g.st.ig} = P_{g.st.c.ig} + 2P_{g.st.k.ig}. \quad (31)$$

Потери на гистерезис в центральном и крайнем стержнях магнитопровода с учетом формул (30)

$$P_{g.st.c} = \sum_i P_{g.st.c.ig}; \quad P_{g.st.k} = \sum_i P_{g.st.k.ig}. \quad (32)$$

Суммарные потери на гистерезис в стержнях магнитопровода

$$P_{g.st.} = P_{g.st.c} + 2P_{g.st.k}. \quad (33)$$

Потери на гистерезис в верхнем и нижнем ярмах магнитопровода для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса соответственно равны:

$$P_{g.a.verh.ig} = S_{c.a.verh.} l_a p_g (B_{m.a.verh.g,ig}, \rho_{c.a.}, h_{g,ig}, B_{m.a.verh.g,\max,ig}); \quad (34)$$

$$P_{g.a.niz.ig} = S_{c.a.niz.} l_a p_g (B_{m.a.niz.g,ig},$$

$$\rho_{c.a}, h_{g.ig}, B_{m.a.niz.g.max,ig});$$

$B_{m.a.verh.g.}, B_{m.a.niz.g.}, B_{m.a.verh.g.max}, B_{m.a.niz.g.max}$  — амплитудные для  $i_g$ -ой частной петли гистерезиса и наибольшие эквивалентные амплитудные значения магнитной индукции в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода:

$$B_{m.a.verh.g.ig} = (B_{m.c.\delta.g.ig} + B_{m.k.\delta.g.ig}) / (2k_{a.verh.});$$

$$B_{m.a.niz.g.ig} = (B_{m.c.\delta.g.ig} + B_{m.k.\delta.g.ig}) / (2k_{a.niz.});$$

$$B_{m.a.verh.g.max.ig} = (B_{m.c.\delta.g.max.ig} + B_{m.k.\delta.g.max.ig}) / (2k_{a.verh.});$$

$$B_{m.a.niz.g.max.ig} = (B_{m.c.\delta.g.max.ig} + B_{m.k.\delta.g.max.ig}) / (2k_{a.niz.}).$$

Здесь  $k_{a.verh.}, k_{a.niz.}$  — коэффициенты отношения площадей поперечного сечения соответственно верхнего и нижнего ярем к площади поперечного сечения стержня магнитопровода.

Потери на гистерезис в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода, с учетом формул (34):

$$P_{g.a.verh} = \sum_i P_{g.a.verh.ig}; \quad P_{g.a.niz} = \sum_i P_{g.a.niz.ig} \quad (35)$$

Общие потери в стали на гистерезис:

$$P_{g.c} = P_{g.st} + P_{g.a.verh.} + P_{g.a.niz.} \quad (36)$$

**Потери от вихревых токов в магнитопроводе реактора.** Потери от вихревых токов, так же как и потери на гистерезис, можно рассчитать для каждого рассматриваемого периода, образующего частные петли гистерезиса. Но более точный результат расчета потерь от вихревых токов будет получен суммированием потерь по каждой отдельной гармонике.

Для того, чтобы рассчитать общие (суммарные) потери от вихревых токов от всех рассматриваемых гармоник, введем допущение. Приведенные выше формулы Томпсона, учитывающие влияние скин-эффекта, справедливы для линейной среды. Как показали исследования, магнитная проницаемость на поверхности стального листа для гармонических составляющих магнитного потока изменяется в узких пределах. Поэтому, не внося существенной погрешности в точность расчета, значение магнитной проницаемости можно для всех гармонических составляющих магнитного потока брать постоянным и равным значению магнитной проницаемости на поверхности листа для номера гармоники  $h_{opr}$ , определяющей форму кри-

вой  $B_*(\omega t)$ , при амплитудном эквивалентном значении магнитной индукции в магнитопроводе реактора  $B_{m,ekv}$ . Для зависимости на рис. 1 — это 1-я гармоника и  $h_{opr} = 1$ , а  $B_{m,ekv} = 1,055$ ; для зависимости на рис. 2 — это 5-я гармоника, то есть  $h_{opr} = 5$  и  $B_{m,ekv} = 4,057$ . При таком допущении при расчете суммарных потерь от вихревых токов можно использовать метод наложения [4], который применим для линейных сред.

Потери от вихревых токов в единице объема [6, 11,16], в Вт/м<sup>3</sup>, для  $h'$ -ой гармоники магнитного потока, равны:

$$p_v(B_m', \rho_c', h', B_{m,ekv}') = \frac{(h'\omega B_m' b_c)^2}{24\rho_c'} \cdot F_\xi(B_{m,ekv}', \rho_c'), \quad (37)$$

где  $B_{m,ekv}'$  — эквивалентное амплитудное значение магнитной индукции;  $F_\xi$  — функция, учитывающая влияние скин-эффекта [6,11,16]:

$$F_\xi(B_{m,ekv}', \rho_c') = \frac{3}{\xi(B_{m,ekv}', \rho_c', h_{opr})} \times \frac{\text{sh} \xi(B_{m,ekv}', \rho_c', h_{opr}) - \sin \xi(B_{m,ekv}', \rho_c', h_{opr})}{\text{ch} \xi(B_{m,ekv}', \rho_c', h_{opr}) - \cos \xi(B_{m,ekv}', \rho_c', h_{opr})} \quad (38)$$

Рассмотрим две классические конструкции магнитопровода реактора: Ш-образный магнитопровод с одним немагнитным зазором  $\delta$  на фазу между торцом стержня и верхним яремом; трех-стержневой магнитопровод из полос ЭТС с двумя немагнитными зазорами  $\delta/2$  на фазу между торцами стержня и верхним и нижним ярямами.

При этом потери от вихревых токов в стержне магнитопровода для  $h$ -ой гармоники магнитного потока будут равны:

— в случае Ш-образного магнитопровода:

$$P_{st.v}(B_m', B_\delta', h', B_{m,ekv}', B_{\delta,ekv}') = S_c \int_0^{h_{st}} p_v[B_{m,hst}(B_m', B_\delta', y, h_{st}), \rho_c', h', B_{m,hst}(B_{m,ekv}', B_{\delta,ekv}', y, h_{st})] dy; \quad (39)$$

— в случае магнитопровода из полос ЭТС:

$$P_{st.v}(B_m', B_\delta', h', B_{m,ekv}', B_{\delta,ekv}') =$$

$$= 2S_c \int_0^{h_{st}/2} p_v \left[ B_{m,hst} \left( B_{m,hst}', B_{\delta,hst}', y, h_{st}/2 \right), \rho_c, h', \right. \\ \left. B_{m,hst} \left( B_{m,ekv}', B_{\delta,ekv}', y, h_{st}/2 \right) \right] dy, \quad (40)$$

где  $B_{\delta,ekv}'$  — эквивалентное амплитудное значение магнитной индукции на краю стержня магнитопровода в районе немагнитного зазора;  $\rho_c$  — удельное электрическое сопротивление ЭТС стержня магнитопровода, зависящее от температуры стержня.

Найдем потери от вихревых токов в центральном и крайнем стержнях магнитопровода для  $h$ -ой гармоники магнитного потока (уровень рассеяния магнитного потока в окно магнитопровода для центрального и крайнего стержней различен)

$$P_{v.st.c.h} = P_{v.st}' \left( B_{m,h}, B_{m,c.\delta,h}, h, \right. \\ \left. B_{m,ekv.h}, B_{m,c.\delta,ekv} \right); \quad (41)$$

$$P_{v.st.k.h} = P_{v.st}' \left( B_{m,h}, B_{m,k.\delta,h}, h, \right. \\ \left. B_{m,ekv.h}, B_{m,k.\delta,ekv} \right).$$

Здесь  $B_{m,c.\delta,h}, B_{m,k.\delta,h}$  — фактические амплитудные значения для  $h$ -ой гармоники магнитного потока на краю центрального и крайнего стержней магнитопровода в районе немагнитного зазора  $\delta$ . Их значения могут быть также посчитаны с привлечением формул из работы [12] для случая трехфазного трансформатора с поперечным рассеянием, и закона полного тока [7,13].

Суммарные потери от вихревых токов в стержнях магнитопровода для  $h$ -ой гармоники магнитного потока

$$P_{v.st.h} = P_{v.st.c.h} + 2P_{v.st.k.h}. \quad (42)$$

Потери от вихревых токов в центральном и крайнем стержнях магнитопровода, с учетом формул (41)

$$P_{v.st.c} = \sum_h P_{v.st.c.h}; \quad P_{v.st.k} = \sum_h P_{v.st.k.h}. \quad (43)$$

Суммарные потери от вихревых токов в стержнях магнитопровода

$$P_{v.st.} = P_{v.st.c} + 2P_{v.st.k}. \quad (44)$$

Потери от вихревых токов в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода для  $h$ -ой гармоники маг-

нитного потока будут соответственно равны:

$$P_{v.a.verh.h} = S_{c.a.verh} l_a p_v \left( B_{m.a.verh.h}, \right. \\ \left. \rho_{c.a}, h, B_{m.a.verh.ekv} \right); \quad (45)$$

$$P_{v.a.niz.h} = S_{c.a.niz} l_a p_v \left( B_{m.a.niz.h}, \right. \\ \left. \rho_{c.a}, h, B_{m.a.niz.ekv} \right),$$

где  $\rho_{c.a}$  — удельное электрическое сопротивление ЭТС ярем магнитопровода, зависящее от температуры ярем;  $B_{m.a.verh.h}, B_{m.a.niz.h}, B_{m.a.verh.ekv}, B_{m.a.niz.ekv}$  — фактические амплитудные значения для  $h$ -ой гармоники магнитного потока и эквивалентные амплитудные значения магнитной индукции в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода:

$$B_{m.a.verh.h} = \left( B_{m.c.\delta.h} + B_{m.k.\delta.h} \right) / \left( 2k_{a.verh} \right);$$

$$B_{m.a.niz.h} = \left( B_{m.c.\delta.h} + B_{m.k.\delta.h} \right) / \left( 2k_{a.niz} \right);$$

$$B_{m.a.verh.ekv} = \left( B_{m.c.\delta.ekv} + B_{m.k.\delta.ekv} \right) / \left( 2k_{a.verh} \right);$$

$$B_{m.a.niz.ekv} = \left( B_{m.c.\delta.ekv} + B_{m.k.\delta.ekv} \right) / \left( 2k_{a.niz} \right).$$

Потери от вихревых токов в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода с учетом формул (45)

$$P_{v.a.verh} = \sum_h P_{v.a.verh.h}; \quad P_{v.a.niz} = \sum_h P_{v.a.niz.h}. \quad (46)$$

Следует подчеркнуть, что в формулы (43) и (46) не входят выражения с углами сдвига по фазе между гармониками магнитного потока, по аналогии с вычислением активной мощности при наличии высших гармоник тока и напряжения [8], поэтому данный вывод здесь не приводится.

Общие потери в стали от вихревых токов будут равны:

$$P_{v.c} = P_{v.st.} + P_{v.a.verh.} + P_{v.a.niz.}. \quad (47)$$

Потери в центральном и крайнем стержнях магнитопровода

$$P_{st.c} = P_{v.st.c} + P_{g.st.c}; \quad P_{st.k} = P_{v.st.k} + P_{g.st.k}. \quad (48)$$

Суммарные потери в стержнях магнитопровода

$$P_{st.} = P_{v.st.} + P_{g.st.}. \quad (49)$$

Потери в верхнем и нижнем ярямах магнитопровода



$$P_{a.verh} = P_{v.a.verh} + P_{g.a.verh}; \quad (50)$$

$$P_{a.niz} = P_{v.a.niz} + P_{g.a.niz}.$$

Общие потери в стали магнитопровода

$$P_{c.o} = P_{st} + P_{a.verh} + P_{a.niz}. \quad (51)$$

После расчета потерь должен производиться тепловой расчет реактора, после чего уточняются значения  $\rho_c$  и  $\rho_{c,a}$ , и последующими итерациями производится расчет реактора.

Погрешность расчетов, по сравнению с опытными данными изготовленных реакторов малой и средней мощности устройств подавления высших гармоник тока, не превышала 4...7%.

**Выводы.** Созданная теория и методика расчета потерь в магнитопроводе реакторов, учитывающая особенности различного влияния на потери от вихревых токов и на гистерезис гармонических составляющих магнитного потока, проходящего в магнитопроводе, позволяет рассчитывать и проектировать реакторы современных типов устройств подавления высших гармоник тока и устройств преобразовательной техники.

По сравнению с опытными данными изготовленных реакторов устройств подавления высших гармоник тока малой и средней мощности погрешность расчетов по разработанной методике не превышает 4...7%.

1. *Автоматизированное проектирование электрических машин* / Ю.Б. Бородулин, В.С. Мостейкис, Г.В. Попов, В.П. Шишкин / Под ред. Ю.Б. Бородулина. — М.: Высш. шк., 1989. — 280 с.

2. *Зирка С.Е., Мороз Ю.И.* Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Часть 1. Постановка задачи и состояние вопроса // Техн. электродинамика. — 1999. — № 1. — С. 22—27.

3. *Зирка С.Е., Мороз Ю.И.* Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Часть 2. Описание алгоритмов // Техн. электродинамика. — 1999. — № 2. — С. 7—13.

4. *Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей. Справочная книга. — Л.: Энергоатомиздат, 1986. — 488 с.

5. *Кравченко А.Н., Родионов В.Г., Шугайло А.И., Эйнгорн И.Я.* Методика расчета потерь и тока холостого хода трансформаторов // Техническая электродинамика. — 1979. — № 2. — С. 45—52.

6. *Ламмеранер Й., Штафль М.* Вихревые токи: Пер. с чешск. — М.—Л.: Энергия, 1967. — 208 с.

7. *Нейман Л.Р., Демирчян К.С.* Теоретические основы электротехники: В 2 т. — М.—Л.: Энергия, 1966. — Т.2. — Ч. 3,4: — 407 с.

8. *Нейман Л.Р., Калантаров П.Л.* Теоретические основы электротехники: В 3 ч. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1959. — Ч.2. — 444 с.

9. *Нейман Л.Р.* Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1949. — 190 с.

10. *Пентегов И.В.* Возможности использования ВКБ-метода при исследовании поверхностного эффекта в ферромагнитных телах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1988. — № 1. — С. 127—135.

11. *Пентегов И.В., Рымар С.В.* Метод определения потерь в стали трансформатора, ориентированный на использование в САПР // Техн. электродинамика. — 1995. — № 6. — С. 35—40.

12. *Пентегов И.В., Рымар С.В.* Особенности расчета индуктивностей рассеяния трансформаторов с развитыми магнитными потоками рассеяния // Электротехника и электро-механика. — 2004. — №2. — С. 38—45.

13. *Поливанов К.М.* Теоретические основы электротехники. М.: Энергия, 1969. — Ч. 3. — 352 с.

14. *Сирота И.М.* Переходные режимы работы трансформаторов тока. — К.: Изд-во АН УССР, 1961. — 192 с.

15. *Тихомиров П.М.* Расчет трансформаторов — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 528 с.

16. *Туровский Я.* Техническая электродинамика: Пер. с польского. — М.: Энергия, 1974. — 488 с.

17. *Фишлер Я.Л., Урманов Р.Н., Пестряева Л.М.* Трансформаторное оборудование для преобразовательных установок. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 320 с.

18. *Холоднокатаные электротехнические стали.* Справочник / Молотилов Б.В., Миронов Л.В., Петренко А.Г. и др. / Под ред. Б.В. Молотилова. — М.: Металлургия, 1989. — 168 с.

19. *Zirka S.E., Moroz Yu.I.* Hysteresis modeling based on transplanted // IEEE Trans. Magn. — 1995. — № 6. — v. 31. — P. 3509—3511.

Надійшла 22.07.2008