

В.Л. Поляков

**РАСЧЕТ ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИЙ ЧЕРЕЗ
МНОГОСЛОЙНУЮ ЗАГРУЗКУ ПРИ ЛИНЕЙНОЙ
КИНЕТИКЕ МАССООБМЕНА**

На основе строгого решения сложной математической модели осветления суспензии фильтрованием сквозь многослойную загрузку разработан расчетный метод, который позволяет с высокой точностью определять в ней концентрации, расходы, объемы, напоры. Отдельно рассмотрены два основных режима фильтрования – при постоянных расходе фильтрата и перепаде напоров на внешних границах. С использованием данного метода выполнен разнообразный анализ действия трехслойной загрузки, а также идентичных с ней по своим свойствам двухслойных и однородных загрузок, оценена значимость всех модельных параметров.

Продолжительность циклов работы традиционных фильтров может существенно сократиться вследствие неравномерности осаждения взвеси по их высоте [1]. Подавляющая часть дисперсной фазы суспензий здесь обычно откладывается в порах верхней части однородной загрузки. Тем самым чрезмерно повышаются потери напора и в целом условия фильтрования ощутимо ухудшаются. Чтобы обеспечить активное удаление частиц суспензии всем объемом фильтрующего материала, широко применяются слоистые загрузки, причем их нижние слои обладают большей сорбционной способностью и меньшей проницаемостью [2 – 4]. Теория фильтрования применительно к таким средам до настоящего времени не развивалась и в лучшем случае они условно заменялись однородными со средневзвешенными параметрами. Исследовали же их действие почти исключительно экспериментальными методами в лабораторных или производственных условиях [5 – 8].

В рамках данной темы на базе общей математической модели осветления суспензий фильтрованием был разработан аналитический метод определения важнейших физико-механических характеристик. Опирается он на точное решение уже несколько упрощенной модели (правомочность предпринятых упрощений подтверждается специальными исследованиями). Таким образом, при достоверной исходной эмпирической информации обеспечивается надежность теоретических расчетов. Область применения этого метода ограничивается только теми условиями и средами, в которых кинетика массообмена между твердой и

жидкой фазы фильтра носит линейный характер. Метод, в принципе, может применяться к загрузкам, состоящим из любого конечного числа слоев. Он позволяет не только более точно определять изменение по глубине и со временем концентраций, напоров, расходов, объемов, но и оценивать значимость различных факторов, опираясь на экспериментальные данные, например выходные кривые концентрации взвеси [9 – 11], обосновывать модельные параметры и, в первую очередь, выбор линейной формы массообменной кинетики и соответствующие коэффициенты скоростей, наконец, создавать рациональные конструкции фильтровальных установок, оптимизируя количество и высоту слоев загрузки, размеры образующих ее элементов (зерен). Формулы, предложенные для расчетов искомых характеристик в нижних слоях многослойной загрузки, имеют громоздкую форму и требуют выполнения в процессе вычислений многократного интегрирования. Однако при современных общедоступных пакетах программ математического анализа (типа Mathcad, Matlab) указанные формулы, а вместе с ними и более простые расчетные зависимости, относящиеся к верхним слоям загрузки, могут с успехом применяться в инженерной практике, содействуя совершенствованию проектирования и эксплуатации соответствующих очистных сооружений.

Строгие в математическом отношении и физически обоснованные расчетные зависимости ранее были получены для однородных загрузок путем решения аналитическими методами вышеупомянутой сложной математической модели, которая состоит из двух блоков – деформационного и гидродинамического [12]. В первоначальном виде эта модель достаточно полно учитывает механизмы и процессы массопереноса и массообмена, точно описывает баланс частиц взвеси в двухфазном потоке и пористом (зернистом) фильтрующем материале. Существенное ее упрощение с формальной точки зрения при минимальных погрешностях в вычислениях было достигнуто благодаря малости концентрации и инертности подвижных частиц, слабости их диффузии и др. [13, 14]. Отмеченная блочная структура исходной модели сохраняется и в случае многослойной среды. Однако указанная модель значительно усложняется, так как хотя в слоях и протекают сходные процессы, но характеризуются они разными значениями модельных параметров.

Деформационный блок

Пусть загрузка сложена из N слоев. Тогда деформационный блок для i -того слоя ($N \geq i \geq 1$) будет включать следующие уравнения массопереноса и линейной массообменной кинетики [15, 16]:

$$n_{ei} \frac{\partial C_i}{\partial t} + v \frac{\partial C_i}{\partial z} + \frac{\partial S_i}{\partial t} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = \alpha_i C_i - \beta_i S_i. \quad (2)$$

Здесь n_{ei} – эффективная пористость i -того слоя; v – скорость фильтрования (расход фильтрата); α_i – приведенный коэффициент скорости прилипания взвешенных частиц; β_i – коэффициент скорости отрыва прилипших частиц; C_i – объемная концентрация взвешенных частиц (в долях порового пространства); S_i – объемная концентрация осадка (в долях общего пространства). Концентрация взвеси в суспензии до осветления считается неизменной, так что на входе в фильтр соблюдается условие

$$z = 0, \quad C = C_0. \quad (3)$$

На внутренних (межслойных) границах должны задаваться условия сопряжения концентраций и потоков взвешенных частиц. Однако вследствие пренебрежения диффузионной (дисперсионной) составляющей массопереноса и постоянства расхода фильтрата по высоте условия равенства потоков будут выполняться автоматически. Поэтому при формулировке математической задачи достаточно принять

$$z = z_i, \quad C_i = C_{i+1}; \quad i = 1, 2, \dots, N-2, \quad (4)$$

где z_i – координата границы между i -тым и $i + 1$ -тым слоями. Роль начальных условий играют однородные условия первого рода относительно концентраций C_i , S_i на подвижном фронте загрязняющего вещества. Указанный фронт формируется сразу после подачи суспензии на фильтр и в течение начальной стадии его работы перемещается вниз. Заканчивается данная стадия в момент достижения фронтом основания загрузки. Ее продолжительность на два – три порядка меньше длительности фильтроцикла, и поэтому в практических вычислениях может не приниматься во внимание.

Параллельно рассмотрены два основных режима фильтрования – с постоянным расходом фильтрата ($v = v_0 = \text{const}$) и постоянным перепадом напоров H на верхней ($z = 0, H = H_u$) и нижней ($z = L, H = H_d$) границах. Между тем не составляет особого труда учесть и изменение со временем величин v, H_i при условии, что они являются известными функциями от t . Зависимости относительно концентраций \bar{C}_i, \bar{S}_i , для обо-

их режимов имеют одинаковую структуру только в случае, если коэффициенты α, β при заданных H_1, H_2 остаются прямо пропорциональными неизвестному переменному расходу v [17 – 19]. Подобное допущение оправданно использовать, если при доставке подвижных частиц к частицам-коллекторам доминирует механизм перехвата, что справедливо при достаточно больших размерах первых [20, 21]. Единая форма вышеупомянутых зависимостей для двух разных по характеру фильтрации рабочих режимов достигается благодаря введению специального параметра l следующим образом [22]:

$$l(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

Данный параметр представляет собой объем суспензии, поступившей в загрузку к моменту t .

Для получения решения задачи (1) – (4) в более общей и удобной для количественного анализа форме, во-первых, были введены безразмерные переменные и параметры: $\bar{t} = \frac{v_0 t}{n_{ei} L}$, $\bar{z} = \frac{z}{L}$, $\bar{C}_i = \frac{C_i}{C_0}$, где v_0 – начальный расход фильтрата при втором режиме фильтрования (в чистой загрузке) и фактический – при первом, L – мощность загрузки, m_i – мощность i -того слоя $\left(\sum_{i=1}^N m_i = L \right)$, $\bar{n}_i = 1$. Во-вторых, выполняется замена переменных:

$$\tau_i = \frac{1}{\bar{n}_i} \left(\bar{t} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{n}_j \bar{m}_j \right) - \bar{z} + \sum_{j=1}^{i-1} \bar{m}_j, \quad (5)$$

$$v_i = \bar{z} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{m}_j. \quad (6)$$

Тогда задача (1) – (4) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \bar{C}_i}{\partial v_i} + \frac{\partial \bar{S}_i}{\partial \tau_i} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_i}{\partial \tau_i} = \bar{\alpha}_i \bar{C}_i - \bar{\beta}_i \bar{S}_i, \quad (8)$$

$$v_1 = 0, \quad C_1 = 1; \quad v_i = 0, \quad \bar{C}_{i-1} = \bar{C}_i \quad (i = 2, 3, \dots, N-1). \quad (9)$$

Серьезные неудобства при аналитическом исследовании трансформированной задачи (7) – (9) и последующих вычислениях возникают и из-за использования для каждого слоя других независимых переменных τ_i, v_i . Ее решение строилось с помощью преобразования Лапласа послойно, начиная сверху. Недостающие условия по τ_i имеют вид:

$$\tau_i = 0, \quad \bar{S}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (10)$$

Ход решения задачи (7) – (10) опускается, а приводятся прежде всего расчетные зависимости для относительных концентраций \bar{C}_i, \bar{S}_i , установленные в результате реализации деформационного блока. Для верхнего слоя получены следующие уравнения:

$$\bar{C}_1(v_1, \tau_1) = e^{-\bar{\alpha}_1 v_1} \left[e^{-\bar{\beta}_1 \tau_1} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 v_1 \tau_1} \right) + \bar{\beta}_1 \int_0^{\tau_1} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 v_1 \lambda} \right) d\lambda \right], \quad (11)$$

$$\bar{S}_1(v_1, \tau_1) = \bar{\alpha}_1 e^{-\bar{\alpha}_1 v_1} \int_0^{\tau_1} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 v_1 \lambda} \right) d\lambda, \quad (12)$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя первого рода мнимого аргумента нулевого порядка. Важным следствием из (11) является формула, которая позволяет проследить за накоплением осадка во входном сечении, характеризующемся наилучшими фильтрационными условиями:

$$\bar{S}_1(0, \bar{l}) = \frac{\bar{\alpha}_1}{\bar{\beta}_1} \left(1 - e^{-\bar{\beta}_1 \bar{l}} \right). \quad (13)$$

Если однородный фильтр или верхний слой многослойного фильтра к началу очередного цикла уже содержит некоторый осадок, то надлежащее обобщение формул (11), (12) содержится в работе [23]. Чтобы получить строгое решение для всей загрузки приходится использовать трудоемкую процедуру. На каждом последующем этапе вычислений, т. е. при переходе к подстилающему слою, необходимо осуществлять замену прежних переменных τ, v на новые. На примере верхних слоев это выглядит таким об-

разом. Сначала, исходя из (11), определяют изменение концентрации \bar{C}_1 на нижней границе первого слоя в зависимости от параметра \bar{l} :

$$\bar{C}_{1*}(\bar{l}) = \bar{C}_1(\bar{m}_1, \bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{m}_1} \times \left[e^{-\bar{\beta}_1(\bar{l} - \bar{m}_1)} I_0\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 (\bar{l} - \bar{m}_1)}\right) + \bar{\beta}_1 \int_0^{\bar{l} - \bar{m}_1} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \lambda}\right) d\lambda \right]. \quad (14)$$

В дальнейшем следует иметь в виду, что при первом режиме фильтрования ($v = \text{const}$) в расчетах достаточно положить \bar{l} равным \bar{t} . Для второго же режима требуется дополнительно определить связь между \bar{l} и \bar{t} , что и будет сделано далее при решении гидродинамического блока рассматриваемой модели фильтрования.

Затем в (14) выполняется переход от \bar{t} к τ_2 , который с учетом $v_2 = 0$ при $\bar{z} = \bar{m}_1$ дает следующее выражение:

$$\bar{C}_{1*}(\tau_2) = e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{m}_1} \times \left[e^{-\bar{\beta}_1 \bar{n}_2 \tau_2} I_0\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \bar{n}_2 \tau_2}\right) + \bar{\beta}_1 \int_0^{\bar{n}_2 \tau_2} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \lambda}\right) d\lambda \right]. \quad (15)$$

Уравнение (15) можно использовать в качестве граничного условия при решении поставленной математической задачи на втором этапе. Таким образом, во-первых, можно корректно рассчитать устранение взвеси из фильтра в пределах второго слоя, во-вторых, найти динамику ее выходной концентрации ($\bar{z} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2$) с целью анализа разделения суспензии в третьем и последующих слоях. Итак, в результате решения задачи (7) – (10) на втором этапе для концентраций \bar{C}_2 , \bar{S}_2 получены такие зависимости:

$$\bar{C}_2(v_2, \tau_2) = e^{-\bar{\alpha}_2 v_2} \times \left[\bar{C}_{1*}(\tau_2) + \sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 v_2} \int_0^{\tau_2} \frac{e^{-\bar{\beta}_2(\tau_2 - \xi)} I_1\left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 v_2 (\tau_2 - \xi)}\right)}{\sqrt{\tau_2 - \xi}} \bar{C}_{1*}(\xi) d\xi \right]; \quad (16)$$

$$\bar{S}_2(v_2, \tau_2) = \bar{\alpha}_2 e^{-\bar{\alpha}_2 v_2} \int_0^{\tau_2} e^{-\bar{\beta}_2(\tau_2 - \xi)} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2} v_2 (\tau_2 - \xi) \right) \bar{C}_{1*}(\xi) d\xi. \quad (17)$$

Здесь I_1 – функция Бесселя первого порядка. В соответствии с (16) и после замены \bar{l} на τ_3 изменение содержания взвеси на нижней границе второго слоя можно описать как

$$\bar{C}_{2*}(\tau_3) = e^{-\bar{\alpha}_2 \bar{m}_2} \times \left[\bar{C}_2^*(\tau_3) + \sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{m}_2} \int_0^{\frac{\bar{n}_3 \tau_3}{\bar{n}_2}} \frac{e^{-\bar{\beta}_2 \left(\frac{\bar{n}_3}{\bar{n}_2} \tau_3 - \xi \right)} I_1 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{m}_2} \left(\frac{\bar{n}_3}{\bar{n}_2} \tau_3 - \xi \right) \right)}{\sqrt{\frac{\bar{n}_3}{\bar{n}_2} \tau_3 - \xi}} \bar{C}_2^*(\xi) d\xi \right], \quad (18)$$

$$\bar{C}_2^*(\tau_3) = e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{m}_1} \times \left[e^{-\bar{\beta}_1 \bar{n}_3 \tau_3} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \bar{n}_3 \tau_3} \right) + \bar{\beta}_1 \int_0^{\bar{n}_3 \tau_3} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \lambda} \right) d\lambda \right]. \quad (19)$$

Последнее выражение теперь в состоянии выполнять роль граничного условия при теоретическом исследовании работы третьего слоя и так далее. Такое последовательное решение исходной задачи дает возможность найти, в конце концов, все концентрации $\bar{C}_i(v_i, \tau_i)$, их выходные значения $\bar{C}_{i*}(\bar{l})$ и, что самое главное, концентрацию взвеси на нижней границе фильтра $\bar{C}_e = \bar{C}_{N*}$. Многократные замены переменных при определении \bar{C}_{i*} для нижних слоев сильно осложняют форму зависимостей и расчеты. Однако алгоритм построения и зависимости для концентраций удастся намного упростить, если принять во внимание кратковременность начальной стадии фильтрования. В силу этого при $\bar{l} \gg 1$ будет $\bar{l} \gg 1$, так что $\tau_i \approx \frac{\bar{l}}{\bar{n}_i}$. Кроме того, вместо отношений пере-

менных и по существу изначально определенных величин n_{ei}, n_{e1} целесообразно использовать отношения соответствующих начальных пористо-

стей (чистой загрузки) n_{0i}, n_{01} . В случае многослойной загрузки ($N > 3$) количество расчетных формул оказывается очень большим, но практический интерес представляют лишь некоторые из них. Поэтому приведем только те зависимости, которые позволяют рассчитывать защитную способность фильтра и аккумуляцию осадка. Для первого слоя ($0 \leq \bar{z} \leq \bar{m}_1$) найдено:

$$\bar{S}_1(\bar{z}, \bar{l}) = \bar{\alpha}_1 e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{z}} \int_0^{\bar{l}} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{z} \lambda} \right) d\lambda, \quad (20)$$

$$\bar{C}_{1*}(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_1 \bar{m}_1} \left[e^{-\bar{\beta}_1 \bar{l}} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \bar{l}} \right) + \bar{\beta}_1 \int_0^{\bar{l}} e^{-\bar{\beta}_1 \lambda} I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_1 \bar{m}_1 \lambda} \right) d\lambda \right]; \quad (21)$$

для второго слоя ($\bar{m}_1 \leq \bar{z} \leq \bar{m}_1 + \bar{m}_2$) –

$$\begin{aligned} \bar{S}_2(\bar{z}, \bar{l}) &= \bar{\alpha}_2 e^{-\bar{\alpha}_2(\bar{z} - \bar{m}_1)} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2}} e^{-\bar{\beta}_2 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2} - \xi \right)} \times \\ &\times I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 (\bar{z} - \bar{m}_1) \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2} - \xi \right)} \right) \bar{C}_2^*(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_{2*}(\bar{l}) &= e^{-\bar{\alpha}_2 \bar{m}_2} \times \\ &\times \left[\bar{C}_2^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{m}_2} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2}} \frac{e^{-\bar{\beta}_2 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2} - \xi \right)} I_1 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{m}_2 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2} - \xi \right)} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_2} - \xi}} \bar{C}_2^*(\xi) d\xi \right]; \end{aligned} \quad (23)$$

для третьего слоя ($\bar{m}_1 + \bar{m}_2 \leq \bar{z} \leq \bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \bar{m}_3$) –

$$\begin{aligned} \bar{S}_3(\bar{z}, \bar{l}) &= \bar{\alpha}_3 e^{-\bar{\alpha}_3(\bar{z} - \bar{m}_1 - \bar{m}_2)} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3}} e^{-\bar{\beta}_3 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi \right)} \times \\ &\times I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_3 \bar{\beta}_3 (\bar{z} - \bar{m}_1 - \bar{m}_2) \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi \right)} \right) \bar{C}_3^*(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{C}_{3*}(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_3 \bar{m}_3} \times \left[\bar{C}_3^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_3 \bar{\beta}_3 \bar{m}_3} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3}} \frac{e^{-\bar{\beta}_3 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi \right)} I_1 \left(2 \sqrt{\bar{\alpha}_3 \bar{\beta}_3 \bar{m}_3 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi \right)} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi}} \bar{C}_3^*(\xi) d\xi \right]; \quad (25)$$

для i -того слоя ($M_{i-1} \leq \bar{z} \leq M_i$, $N \geq i \geq 2$) –

$$\bar{S}_i(\bar{z}, \bar{l}) = \bar{\alpha}_i e^{-\bar{\alpha}_i (\bar{z} - M_{i-1})} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i}} e^{-\bar{\beta}_i \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i} - \xi \right)} \times \times I_0 \left(2 \sqrt{\bar{\alpha}_i \bar{\beta}_i (\bar{z} - M_{i-1}) \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i} - \xi \right)} \right) \bar{C}_i^*(\xi) d\xi, \quad (26)$$

$$\bar{C}_{i*}(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_i \bar{m}_i} \times \left[\bar{C}_i^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_i \bar{\beta}_i \bar{m}_i} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i}} \frac{e^{-\bar{\beta}_i \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i} - \xi \right)} I_1 \left(2 \sqrt{\bar{\alpha}_i \bar{\beta}_i \bar{m}_i \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i} - \xi \right)} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_i} - \xi}} \bar{C}_i^*(\xi) d\xi \right]. \quad (27)$$

И, наконец, концентрация взвеси в осветленной суспензии будет:

$$\bar{C}_e(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_N \bar{m}_N} \times \left[\bar{C}_N^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_N \bar{\beta}_N \bar{m}_N} \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_N}} \frac{e^{-\bar{\beta}_N \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_N} - \xi \right)} I_1 \left(2 \sqrt{\bar{\alpha}_N \bar{\beta}_N \bar{m}_N \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_N} - \xi \right)} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_N} - \xi}} \bar{C}_N^*(\xi) d\xi \right]. \quad (28)$$

Здесь $M_i = \sum_{j=1}^i \bar{m}_j$, символ (*), расположенный вверху концентрации \bar{C} ,

применительно к i -тому слою означает, что берется ее значение на верхней границе соответствующего слоя; символ (*) внизу – то же на нижней границе. Согласно (9) формулы (20) – (28) дополняются равенствами

$$\bar{C}_{j*} = \bar{C}_{j+1}^*, \quad j = 1, 2, \dots, N-1. \quad (29)$$

Система зависимостей (20) – (28) вместе с (29) обеспечивает определение концентрации взвеси и осадка в любой момент времени по всей загрузке с высокой точностью. Однако при фильтровании с постоянным перепадом напоров указанные зависимости должны быть дополнены связью между \bar{l} и \bar{t} .

Полное представление о вкладе отдельных слоев в работу фильтра несложно получить, установив (с использованием (20), (22), (24), (26)) и сопоставив текущие объемы задержанных в них частиц W :

$$W_i(\bar{l}) = \int_{M_{i-1}}^{M_i} \bar{S}_i(\bar{z}, \bar{l}) d\bar{z}. \quad (30)$$

Для расчетов прежде всего зависимости $\bar{l}(\bar{t})$ и затем искомых концентраций, расхода фильтрата при втором режиме фильтрования, а также полных потерь напора в загрузке (входного напора) при первом режиме необходимо решить гидродинамический блок.

Гидродинамический блок

Гидродинамический блок рассматриваемой модели включает уравнения неразрывности, движения и зависимость коэффициента фильтрации от концентрации осадка [12]. Уравнение неразрывности имеет тривиальную форму и выражает постоянство расхода фильтрата по высоте загрузки. В условиях прогрессирующего кольматажа фильтрующей среды (сорбирующий материал и осадок) растет сопротивление двухфазному потоку с ее стороны. Его мерой может служить коэффициент фильтрации k . Очевидно, что в задачах фильтрования данный коэффициент является функцией от концентрации кольматанта, т. е. $k = k(S)$. Ранее для $k(S)$ был предложен целый ряд эмпирических формул, например [24, 25], свидетельствующих о существенной нелинейности этой функции. В частности,

достаточно широкое распространение в приложениях получила степенная зависимость, которая применительно к условиям многослойной загрузки позволяет сравнительно просто определить текущий коэффициент фильтрации i -того слоя (k_i), а именно:

$$k_i = k_{i0} \left(1 - \frac{S_i}{n_{0i}} \right)^q, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (31)$$

где k_{i0} – коэффициент фильтрации чистого i -того слоя, q – эмпирическая константа, которая часто оказывается близкой к 3. Система N уравнений движения является базовой при установлении распределения напора в N -слойной загрузке и имеет вид:

$$v = -k_i \frac{\partial H_i}{\partial z}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (32)$$

где H_i – напор. Ход решения гидродинамического блока и форма конечных выражений существенно зависят от режима фильтрования. Проще реализуется указанный блок для первого режима. Тогда достаточно проинтегрировать уравнение (32) при известном на нижней границе загрузки напоре H_d :

$$z = L, \quad H_N = H_d. \quad (33)$$

Результаты изучения фильтрационного процесса обобщаются благодаря введению приведенных напоров \tilde{H}_i в форме отношений:

$$\tilde{H}_i = \frac{H_i - H_d}{H_{u0} - H_d}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Характерный входной напор или задается (второй режим фильтрования), или определяется путем решения соответствующей фильтрационной задачи для чистой загрузки (первый режим) и поэтому отвечает только начальному моменту расчетного периода. Тогда он может быть выражен через H_d , v_0 , m_i и исходные коэффициенты фильтрации слоев k_{i0} следующим образом:

$$H_{e0} = H_d + v_0 \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{k_{j0}} \quad (34)$$

Для текущих (k_i) и исходных (k_{i0}) коэффициентов предпочтительнее использовать единый масштаб – эффективный коэффициент фильтрации чистой слоистой загрузки (k_0):

$$k_0 = \frac{v_0 L}{H_{u0} - H_d} = L \left(\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{k_{j0}} \right)^{-1}. \quad (35)$$

С учетом (35) гидродинамическая часть задачи водоочистки фильтрованием в безразмерной форме можно записать как:

$$\bar{k}_i \frac{\partial \tilde{H}_i}{\partial \bar{z}} = -\bar{v} = -\frac{d\bar{l}}{d\bar{t}}, \quad (36)$$

$$\bar{k}_i = \bar{k}_{i0} (1 - C_0 \bar{n}_{ei} \bar{S}_i)^{q_i}, \quad (37)$$

где $\bar{k}_{i0} = \frac{k_{i0}}{k_0}$, $\bar{n}_{ei} = \frac{n_{ei}}{n_{0i}}$.

Деформационный блок связан с гидродинамическим через расход суспензии и текущую пористость, которые содержатся в уравнении массопереноса. Если величину v задавать (первый режим фильтрования), а вместо неизвестной переменной пористости взять постоянную эффективную n_e , то первый блок становится независимым от фильтрационных условий. Полученные же в итоге выражения для концентраций, объемов накопленных частиц пригодны непосредственно для инженерных расчетов. В то же время гидродинамический блок остается тесно связанным с массообменом и массопереносом, а его важнейшие характеристики существенно меняются по мере осаждения взвеси. Искомое распределение напора в фильтре можно найти из решения системы (36) при $\bar{v} = 1$, условиях четвертого рода (сопряжение потоков и напоров) на межслойных границах, а также при условии в выходном сечении:

$$\bar{z} = 1, \quad \tilde{H} = 0.$$

Опуская промежуточные выкладки, приведенный напор в пределах i -того слоя удается представить в следующем виде:

$$\tilde{H}_i(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{1}{\bar{k}_{i0}} \int_0^{\bar{z}-M_{i-1}} \frac{d\xi}{\bar{k}_i(\bar{S}_i(\xi, \bar{t}))} + \sum_{j=i+1}^N \frac{1}{\bar{k}_{j0}} \int_0^{\bar{m}_j} \frac{d\xi}{\bar{k}_j(\bar{S}_j(\xi, \bar{t}))}. \quad (38)$$

Но особый интерес для практики имеет определение входного напора $\tilde{H}_u = \tilde{H}_1(0, \bar{t})$, эквивалентного относительным полным потерям напора в загрузке $\bar{\Delta H}$. Для прогноза увеличения \tilde{H}_u , обеспечивающего сохранение расхода фильтрата на исходном уровне, рекомендуется формула

$$\tilde{H}_u(\bar{t}) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{\bar{k}_{j0}} \int_0^{\bar{m}_j} \frac{d\xi}{\bar{k}_j(\bar{S}_j(\xi, \bar{t}))}. \quad (39)$$

Чтобы проводить конкретные вычисления, необходимо задаться видом функции $\bar{k}(\bar{S})$, например, использовать (37) или другие формулы, в том числе учитывающие механический состав дисперсной фазы.

Если на внешних границах загрузки поддерживаются постоянные напоры (второй режим фильтрования), то расход v по мере осаждения взвеси будет плавно снижаться. Поведение $\bar{v}(\bar{t})$ заранее неизвестно, определяется множеством факторов и должно находиться в результате решения также системы (37), но уже при переменных \bar{v} , $\frac{d\bar{t}}{d\bar{t}}$, тех же условиях сопряжения и двух граничных условиях (при $\bar{z} = 0$ и 1). После ряда преобразований получим уравнение

$$\frac{d\bar{t}}{d\bar{t}} \cdot \sum_{i=1}^N \int_{M_{i-1}}^{M_i} \frac{d\bar{z}}{\bar{k}_i(\bar{S}_i(\bar{z}, \bar{t}))} = 1, \quad (40)$$

где $M_0 = 0$. Из (40) вытекает, что связь между \bar{t} и \bar{l} можно выразить следующим образом:

$$\bar{t} = \bar{t}_* + \int_1^{\bar{l}} \sum_{i=1}^N \int_{M_{i-1}}^{M_i} \frac{d\bar{z}}{\bar{k}_i(\bar{S}_i(\bar{z}, \xi))} d\xi. \quad (41)$$

Здесь \bar{t}_* – относительная длительность начальной стадии фильтрования, в течение которой фронт загрязнения проходит через всю загрузку. Строгое определение \bar{t}_* возможно, но нецелесообразно по чисто практическим соображениям ввиду большой продолжительности фильтроцикла. В расчетах же достаточно принимать $\bar{t}_* = 1$. Наконец, относительный расход фильтрата, согласно (36) и (40), будет:

$$\bar{t} = \bar{t}_* + \int_1^{\bar{l}} \sum_{i=1}^N \int_{M_{i-1}}^{M_i} \frac{d\bar{z}}{\bar{k}_i(\bar{S}_i(\bar{z}, \xi))} d\xi \quad (42)$$

Таким образом, для \bar{v} , как и для \bar{C}_i , \bar{S}_i , фактически имеет место параметрическое представление (параметром является \bar{t}). Чтобы рассчитать изменение указанных характеристик со временем, следует воспользоваться уравнением (42).

Результаты и их обсуждение. Приведенное выше строгое решение математической задачи фильтрации позволило построить множество зависимостей (в статье приведена только небольшая их часть), которые в рамках линейной массообменной кинетики всесторонне характеризуют данное явление и пригодны при любом строении слоистой пористой среды. Поэтому есть все основания рассматривать совокупность этих зависимостей как расчетный метод. Незначительная же трудоемкость вычислений благодаря современным специальным программным средствам и мощным персональным компьютерам дает право рекомендовать их для применения в практике водоочистки.

Чтобы продемонстрировать широкие возможности данного метода, были выполнены многочисленные расчеты разделения суспензий в трехслойной, двухслойных и однородных загрузках. Эталонным является пример с трехслойной загрузкой, так как именно он наиболее явно демонстрирует преимущества слоистых фильтров перед однородными. Ключевые параметры модели – коэффициенты скоростей адгезии взвешенных частиц специально подбирали таким образом, чтобы обеспечить более – менее равномерное осаждение указанных частиц по всей высоте загрузки (пример 1: $\bar{\alpha}_1 = 2$, $\bar{\alpha}_2 = 5$, $\bar{\alpha}_3 = 10$). Еще в трех примерах фильтр имел двухслойное строение, причем его верхний и нижний слои обладали такой же фильтрационной и поглотительной способностью, как первый и третий слои трехслойного аналога (пример 2: $\bar{\alpha}_1 = 2$, $\bar{\alpha}_2 = 10$); первый и второй (пример 3: $\bar{\alpha}_1 = 2$, $\bar{\alpha}_2 = 5$); а также второй и третий (пример 4: $\bar{\alpha}_1 = 5$, $\bar{\alpha}_2 = 10$). Мощности слоев принимались одинаковыми ($\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \bar{m}_3 = 0,333$, $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = 0,5$), за исключением случаев целенаправленного изучения влияния мощностей \bar{m}_i . Наконец, сорбционные и водно-физические свойства однородных загрузок совпадали с аналогичными свойствами верхнего (пример 5: $\bar{\alpha} = 2$), среднего (пример 6: $\bar{\alpha} = 5$) и нижнего (пример 7: $\bar{\alpha} = 10$) слоев базовой среды.

При проведении разностороннего количественного анализа преследовали несколько целей: убедиться в реальности существенного повышения эффективности фильтров при замене однородных загрузок слоистыми; проиллюстрировать, по крайней мере, основные из предложенных расчетных

зависимостей; оценить значимость параметров загрузки и вклад ее отдельных слоев в осветление суспензии; указать алгоритм рационального подбора технологических параметров, опираясь на новый расчетный метод.

Исходная модель содержит большое количество коэффициентов (кинетических, фильтрационных, конструктивных и др.), и детально изучить их значимость в одной статье не представляется возможным. Поэтому прежде всего пришлось ограничить число основных примеров. Большинство же модельных параметров имели фиксированные значения, хотя при необходимости некоторые из них дискретно и даже непрерывно варьировались. Особо следует заметить, что вообще фильтрующие материалы с меньшей сорбционной способностью менее эффективно удерживают прилипшие частицы. Следовательно, для трехслойной загрузки обычно справедливо $\bar{\beta}_1 < \bar{\beta}_2 < \bar{\beta}_3$. Однако, принимая во внимание сформулированные выше цели работы, было принято $\bar{\beta}_1 = \bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_3 = 0,01$. Параллельно рассматривали оба предельных режима фильтрации, но большее внимание уделено первому ($v = \text{const}$).

В первую очередь была рассчитана динамика накопления осадка в трех слоях загрузки с тем, чтобы подтвердить правильность выбора кинетических коэффициентов. Вычисления проводили для первого и второго режима фильтрации по формулам (20), (22), (24) и (30), а их данные представлены в форме кривых $W_i(\bar{t})$ на рис.1, а, б. В начале рабочего периода верхние два слоя задерживали сходное количество взвеси, но уже к моменту $\bar{t} = 200$ сорбционный ресурс первого слоя был почти исчерпан. Далее частицы суспензии откладывались, главным образом, в порах нижних слоев.

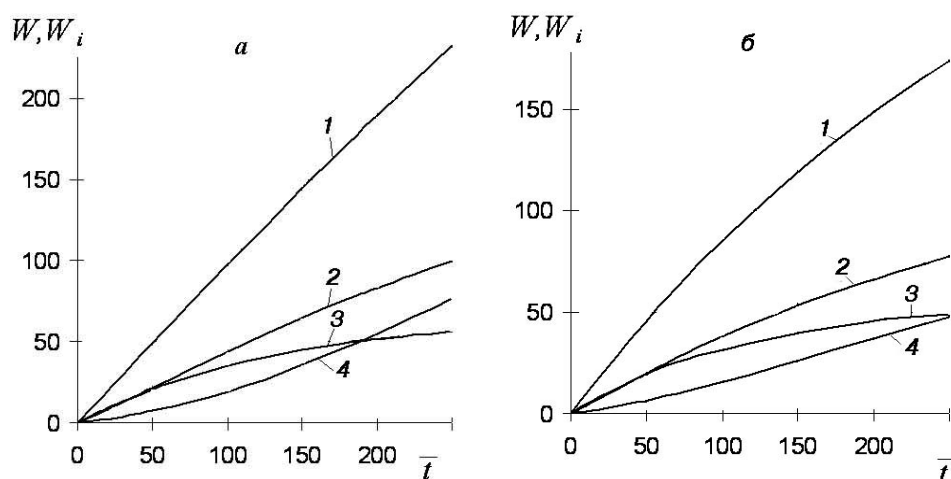


Рис. 1. Рост осадка в отдельных слоях и всей загрузке: а – $v = \text{const}$, б – $\Delta H = \text{const}$; 1 – W , 2 – W_2 , 3 – W_1 , 4 – W_3

Максимальный относительный объем дисперсной фазы, который трехслойная загрузка способна удерживать, составляет:

$$\frac{\bar{\alpha}_1}{\beta_1} \bar{m}_1 + \frac{\bar{\alpha}_2}{\beta_2} \bar{m}_2 + \frac{\bar{\alpha}_3}{\beta_3} \bar{m}_3,$$

и при заданных значениях модельных параметров он будет равен 566,67. К концу расчетного периода ($\bar{t} = 250$) сорбционная емкость в большей степени уменьшается при $v = \text{const}$ ($\approx 41\%$), причем 10% осаждается в верхнем слое, 17,5% – в среднем и 13,5% – в нижнем. Для сравнения при втором режиме фильтрования за то же время указанная емкость будет израсходована на 31%.

Параметром, который позволяет непосредственно судить о качестве разделения суспензии фильтрованием, является выходная концентрация взвеси C_e . Систематическое наблюдение за этой величиной требует немалых затрат. Удобнее контролировать работу фильтровальной установки, отслеживая растущие потери напора (при первом режиме фильтрования) или снижение расхода суспензии (при втором режиме). Удешевить и улучшить контроль возможно благодаря прогнозу физико-механической обстановки на базе предложенного выше расчетного метода. Его применение в состоянии обеспечить определение времени защитного действия загрузки t_c с минимальными погрешностями. А это будет способствовать своевременным отключению и промывке фильтра, максимальной реализации его поглотительного потенциала.

В данной работе рассчитано повышение концентрации \bar{C}_e в трехслойной, двухслойных и однородных загрузках при первом и втором режиме фильтрования (рис. 2, а, б). Исходя из требований к качеству очистки, такие данные удобны для установления времени t_c . При относительно малых значениях α (здесь $\bar{\alpha} = 2$) даже чистая загрузка не в состоянии полностью задержать взвесь из первой порции осветляемой суспензии. Как следствие, концентрация \bar{C}_e сразу после прохождения фронта загрязнения $\bar{t} \approx 1$ скачкообразно возрастает и составляет несколько процентов от входной C_0 . В частности, при действии однородной слабосорбирующей загрузки фактически начальное значение \bar{C}_e превысит 0,14 (кривая 1). Естественно, что наилучший результат достигается в однородной и двухслойной загрузках, содержащих сильносорбирующий материал (примеры 4, 7; кривые 6, 7).

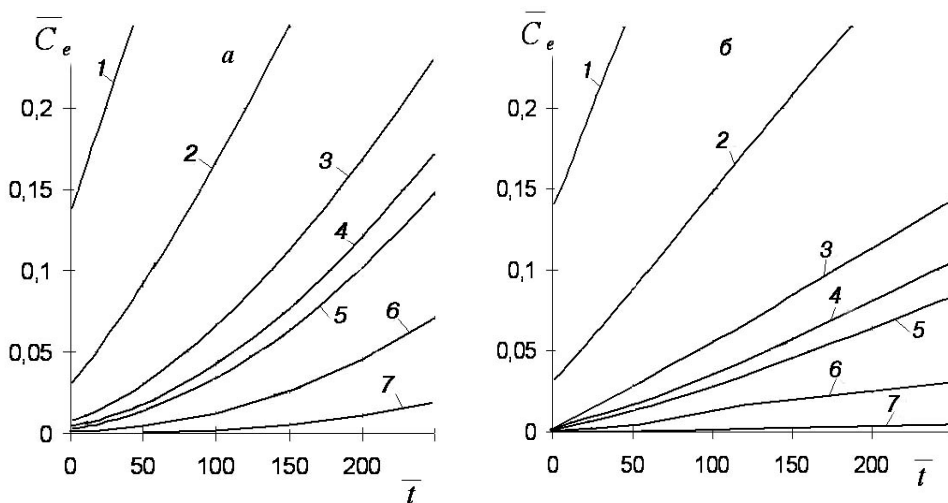


Рис. 2. Изменение выходной концентрации взвеси \bar{C}_e в зависимости от времени: а – $v = \text{const}$, б – $-\Delta H = \text{const}$. 1 – пример 5; 2 – пример 3; 3 – пример 6; 4 – пример 1; 5 – пример 2; 6 – пример 4; 7 – пример 7 (объяснения см. в тексте)

Этот факт, однако, не означает, что такие фильтры будут предпочтительнее, так как производительность и затраты энергии в них, как правило, оказываются далекими от оптимальных. Далее данное утверждение подтверждается результатами вычислений относительных потерь напора $\overline{\Delta H}$ и расхода \bar{v} .

Чтобы получить четкое представление о функционировании фильтра, достаточно иметь полную информацию об изменении концентрации осадка со временем и по глубине. Надлежащие расчеты проводили для трехслойной и однородных загрузок первого режима фильтрования, а их результаты приведены на рис.3, 4. В первую очередь определяли динамику осадка в характерных сечениях фильтрационного потока – на верхней, нижней и межслойных границах. Благодаря удачному выбору коэффициентов α_i аккумуляция дисперсной фазы в порах верхней части третьего слоя протекает активно, практически в течение всего периода фильтрования, а при больших значениях \bar{t} ее интенсивность максимальна (кривая 1). К тому же в нижней части этого слоя скорость осаждения оказывается наименьшей (кривая б) из-за его высокой сорбционной способности. Тем самым создаются предпосылки для длительной работы фильтра.

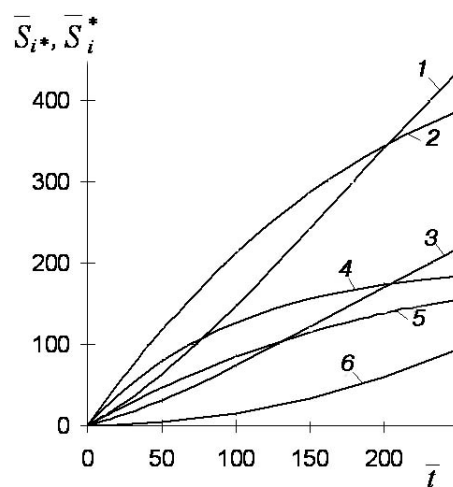


Рис. 3. Рост концентрации осадка на границах слоев: 1 – S_3^* , 2 – S_2^* , 3 – S_{2*} , 4 – S_p^* , 5 – S_{1*} , 6 – S_{3*}

Как следует из рис. 3, 4, концентрация осадка S как функция от z терпит разрывы первого рода на межслойных границах.

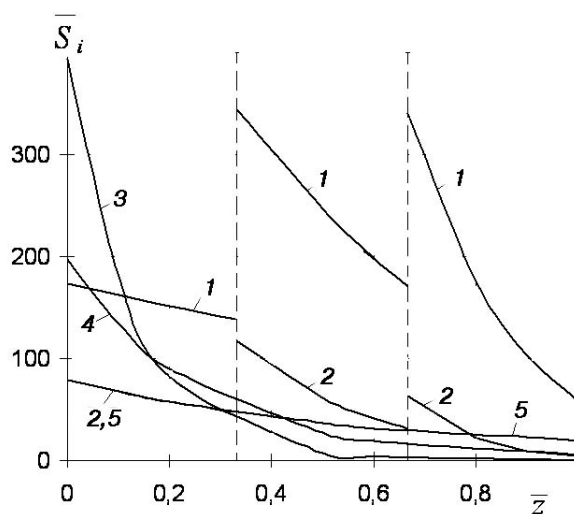


Рис. 4. Профили концентрации осадка: 1 – $\bar{t} = 200$; 2 – 5 – $\bar{t} = 50$ (1, 2 – трехслойная, 3 – 5 – однородная загрузка)

Различные значения величины S на этих границах объясняются разницей в коэффициентах $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \bar{\alpha}_3$. Профили концентрации $\bar{S}(\bar{z})$ были вычислены для двух фиксированных моментов времени ($\bar{t} = 50$ и 200), от-

вечающих по существу началу и завершению одного цикла осветления. Для сравнения на рис.4 также изображены аналогичные профили, сформировавшиеся в однородных загрузках на момент $\bar{t} = 50$. Вследствие пренебрежения диффузионным переносом взвеси и значит отсутствием обратного влияния нижнего участка двухфазного течения на верхний фрагменты профилей $\bar{S}(\bar{z})$ в пределах первого слоя трехслойной загрузки и верхней трети однородной загрузки с идентичными свойствами совпадают (см. рис.4, кривые 2, 5 при $0 \leq \bar{z} \leq 0,333$). Как и следовало ожидать, осадок в сильно сорбирующей среде (пример 7) почти целиком сосредоточен сверху, что ведет к значительным потерям напора при $v = \text{const}$ или снижению производительности фильтра при $\Delta H = \text{const}$ (показано далее на соответствующих примерах). Наоборот, осадок в приме-ре 5 ($\bar{\alpha} = 2$, кривая 5) распределен практически равномерно, но при этом фильтр с самого начала своей работы пропускает слишком много взвеси.

Чтобы установить закономерности изменения важнейших физико-механических характеристик (концентраций, объемов, расходов) со временем в случае фильтрования при постоянных напорах на внешних границах фильтра, рассчитывали связь между \bar{t} и относительным объемом поступившей на фильтр суспензии \bar{l} , причем для всех семи примеров (рис. 5).

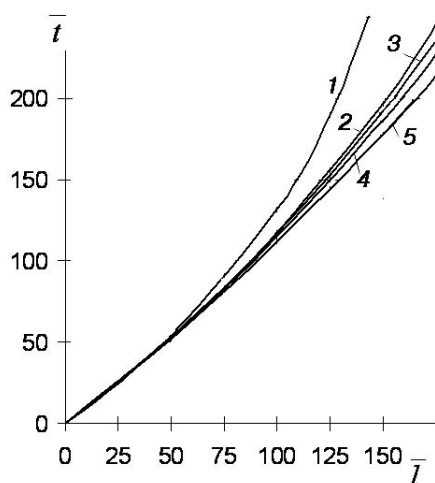


Рис. 5. Графики зависимости $\bar{t}(\bar{l})$: 1 – пример 7; 2 – примеры 2, 4, 6; 3 – пример 1; 4 – пример 4; 5 – пример 5

Кривые $\bar{t}(\bar{l})$, соответствующие примерам 2, 4, 6, расположены настолько близко, что фактически сливаются в одну кривую 2. Судя по кучности

расположения кривых на рис. 5, влияние массообменной кинетики на скорость фильтрования в основном незначительно. Исключение составляет пример 7, где из-за крайне неравномерного накопления осадка имеет место существенное ухудшение фильтрационных условий. Применение этих кривых позволяет путем только пересчета времени в рассчитанных при режиме $v = \text{const}$ характеристиках $W_i(\bar{t})$, $\bar{C}_e(\bar{t})$, $\bar{S}_i(\bar{t})$ найти их же для второго режима. С помощью такой процедуры были построены кривые $W_i(\bar{t})$ на рис. 1, б и $\bar{C}_e(\bar{t})$ – на рис. 2, б.

Одним из прямых следствий кольматажа загрузки является снижение ее проницаемости. Коэффициент фильтрации чистой слоистой среды представляет собой кусочно-постоянную функцию от \bar{z} . С запуском фильтра указанный коэффициент везде монотонно уменьшается, но скачки на межслойных границах сохраняются благодаря существованию аналогичных скачков у функции концентрации осадка $\bar{S}(\bar{z})$ ($\bar{S}_{1^*} < \bar{S}_{2^*}$, $\bar{S}_{2^*} < \bar{S}_{3^*}$ – при трехслойной структуре). Профили относительного коэффициента фильтрации построены для трехслойной и однородных загрузок на два момента времени (рис.6) с использованием формул (37) при $C_0 = 0,001$, $\bar{n}_{ei} = 1$, $q_i = 3$. Снижение проницаемости наблюдается в верхних частях однородных сред, что должно сильно затруднять фильтрационное течение в них, а при фильтровании во втором режиме способствует значительному снижению продуктивности установки.

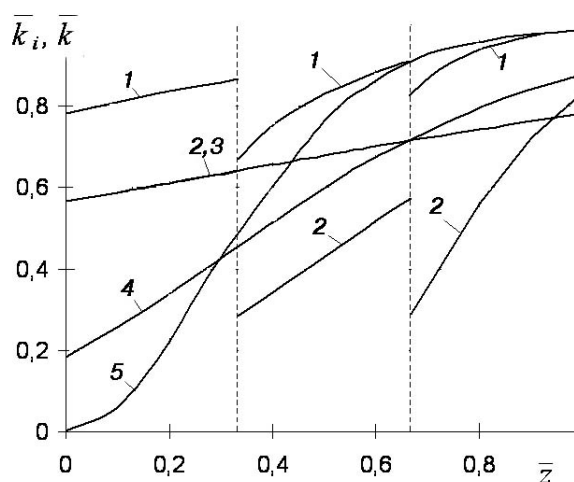


Рис. 6. Профили коэффициента фильтрации: 1 – $\bar{t} = 50$; 2 – 5 – $\bar{t} = 200$ (1 – 2 – трехслойная, 3 – 5 – однородная загрузки)

Из-за активного отложения осадка в порах загрузки для поддержания исходного расхода фильтрата требуется соответствующее наращивание входного напора. Другими словами, увеличение напора H_u должно точно соответствовать росту потерь напора при фильтровании и таким образом компенсировать их. Установить подходящую зависимость $\tilde{H}_u(\bar{t})$ достаточно легко, воспользовавшись формулой (39). Указанная зависимость была определена для вышеупомянутых семи примеров, а полученные при этом данные отражены на рис. 7.

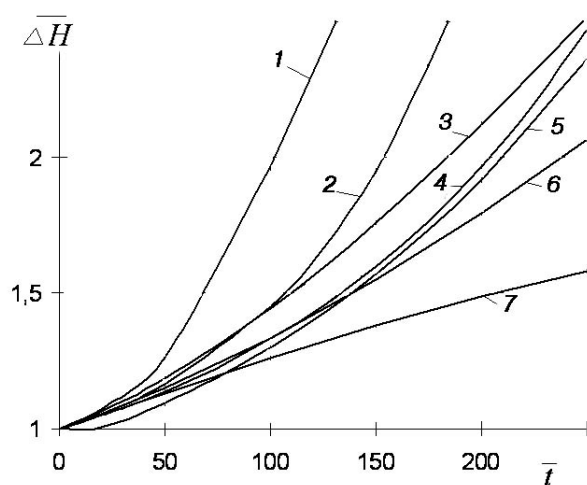


Рис. 7. Рост потерь напора в загрузке: 1 – пример 7; 2 – пример 2; 3 – пример 6; 4 – пример 1; 5 – пример 4; 6 – пример 3; 7 – пример 5

Как правило, слои в многослойных загрузках сложены из материалов, которые отличаются не только сорбционными, но и фильтрационными свойствами. Чаще всего проницаемость нижних слоев меньше проницаемости верхних. Чтобы это учесть, для относительных коэффициентов \bar{k}_{i0} были выбраны и зафиксированы такие их значения: $\bar{k}_{10} = 2$; $\bar{k}_{20} = 1,2$, $\bar{k}_{30} = 0,6$. Следует заметить, что они должны удовлетворять равенству

$$\frac{\bar{m}_1}{\bar{k}_{10}} + \frac{\bar{m}_2}{\bar{k}_{20}} + \frac{\bar{m}_3}{\bar{k}_{30}} = 1.$$

Действие однородной сильносорбирующей загрузки обуславливает чрезвычайно быстрое увеличение потерь напора ΔH (см. рис. 7, кривая 1),

так что ресурс управления процессом механической очистки суспензии в такой ситуации должен быть очень большим, иначе длительность фильтроцикла будет слишком малой и экономически невыгодной. Намного медленнее растут потери ΔH в трехслойной загрузке, что способствует более продолжительной работе фильтра в течение одного рабочего периода. Другая крайность имеет место также при однородной загрузке, но с низким коэффициентом α (кривая 7). Здесь \tilde{H}_u меняется во времени очень медленно. Однако причину этого надо искать не только в почти равномерном пространственном распределении осадка, но и в низком качестве осветления. Действительно, на рис. 2 виден проскок значительного количества (объема) взвеси, причем наблюдается он практически сразу после подачи на фильтр мутной воды.

При фильтровании с H_u и $H_d = \text{const}$ потери напора в фильтре остаются неизменными, а усиливающееся засорение его пор обусловило серьезное сокращение производительности фильтровальной установки. Подтверждением изложенному может служить рис.8, на котором изображены кривые снижения расхода фильтрата в зависимости от времени. Следует отметить, что в сильносорбирующей однородной загрузке наблюдается падение указанного расхода (пример 7, кривая 5), что и дает право говорить о ее малой эффективности. Вместе с тем трехслойное строение здесь способствует резкому замедлению уменьшения расхода \bar{v} (кривая 2).

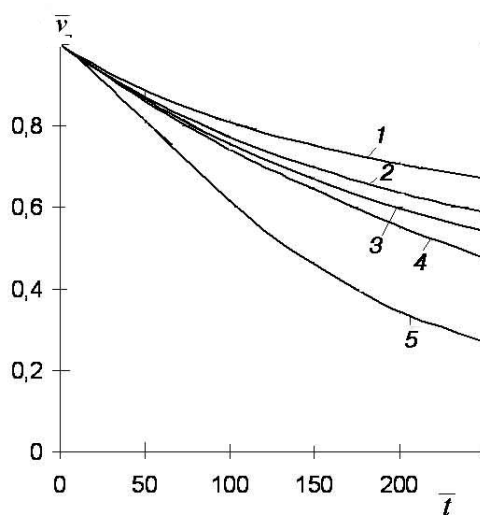


Рис. 8. Изменение расхода фильтрата в зависимости от времени: 1 — пример 5; 2 — пример 3; 3 — пример 1; 4 — пример 2; 5 — пример 7

При устройстве слоистых загрузок (наличие фильтрующих материалов с различными сорбционными свойствами) изменение мощностей их слоев является реальным способом повышения эффективности водоочистки на упомянутых установках. Лишний раз убедиться в этом позволяет рис. 9, на котором показаны кривые изменения выходной концентрации \bar{C}_e в зависимости от относительных мощностей $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \bar{m}_3$ (трехслойная среда). Выбраны, как и ранее, моменты времени $\bar{t} = 50$ и 200 . Параметры \bar{m}_i менялись поочередно. При этом две оставшиеся мощности уже определялись дополнительно. Так как они считались одинаковыми, то, например, при заданном \bar{m}_1 получались равными $\bar{m}_2 = \bar{m}_3 = 0,5(1 - \bar{m}_1)$. Как свидетельствуют данные рис. 9 (кривые 1, 2), мощность \bar{m}_3 очень сильно влияет на качество осветления. Столь же значительный, но противоположный эффект дает варьирование мощностью \bar{m}_1 . Необходимо отметить, что изменение \bar{m}_2 даже в полных пределах (от 0 до 1) мало сказывается на величине \bar{C}_e .

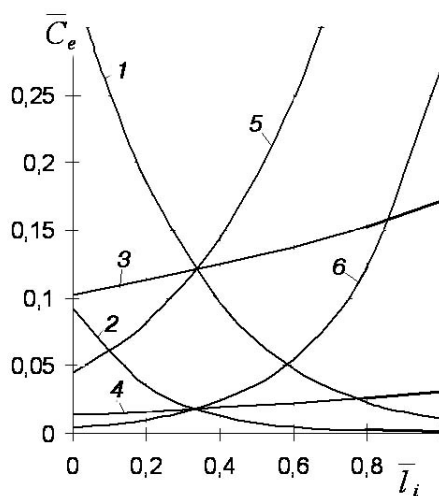


Рис. 9. Графики зависимости $\bar{C}_e(\bar{m}_i)$: 1,4,5 – $\bar{t} = 200$; 2,3,6 – $\bar{t} = 50$ (1,2 – \bar{m}_3 , 3,4 – \bar{m}_2 ; 5,6 – \bar{m}_1)

Применение разработанного метода на стадии проектирования фильтров дает возможность создавать слоистые конструкции, способные длительно и качественно разделять суспензии. Чтобы принимать наиболее

эффективные технические решения, необходимо иметь достоверное знание о влиянии мощностей слоев загрузки \bar{m}_i на образование осадка и прокок взвешенных частиц, а также о взаимосвязи \bar{m}_i и потерь напора при первом режиме фильтрования или снижения расхода фильтрата – при втором. Вычислять величины $\overline{\Delta H}$ и \bar{v} при дискретно меняющихся параметрах \bar{m}_i сложнее, так как на каждом расчетном шаге приходится корректировать \bar{k}_{0i} . Поэтому для совместного анализа зависимостей $\bar{C}_e(\bar{m}_i)$, $\overline{\Delta H}(\bar{m}_i)$ с целью рационального выбора мощностей \bar{m}_i использовали двухслойные загрузки (примеры 2, 3). На рис.10 приведены два вида рассчитанных кривых, а именно: $\bar{t}_c(\bar{m}_2)$ и $\overline{\Delta H}(\bar{m}_2)$.

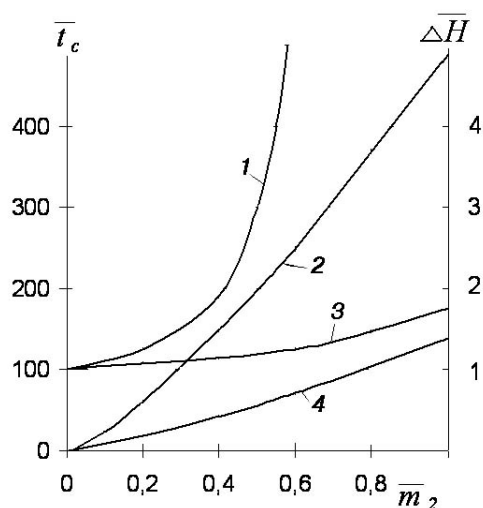


Рис. 10. Графики зависимости $\bar{t}_c(\bar{m}_2)$, $\overline{\Delta H}(\bar{m}_2)$: 1,3 – $\overline{\Delta H}$; 2,4 – \bar{t}_c (1, 2 – пример 4; 3,4 – пример 3)

Время защитного действия загрузки \bar{t}_c находили, исходя из предельно допустимого для \bar{C}_e значения $\bar{C}_{np} = 0,1$. Относительные коэффициенты k_{10}, k_{20} вычисляли с помощью формул

$$\bar{k}_{10} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2 \frac{\bar{k}_{10}}{\bar{k}_{20}}, \quad \bar{k}_{20} = \bar{m}_2 + \bar{m}_1 \frac{\bar{k}_{20}}{\bar{k}_{10}},$$

где в отношении $\frac{\bar{k}_{10}}{\bar{k}_{20}}$ использовали принятые для трехслойной загрузки значения \bar{k}_{i0} . Кривые 3, 4 (рис.10) указывают на недостаточную сорбционную способность обоих фильтрующих материалов, что ведет к преждевременному превышению величиной \bar{C}_e принятого (нормативного) значения \bar{C}_{np} . Вместе с тем потери напора здесь даже в крайней ситуации ($\bar{m}_2 = 1$) составляют $\sim 0,7$ м. Усиление сорбции в нижнем слое ($\bar{\alpha}_2 = 10$) обуславливает ускоренное увеличение \bar{t}_C . При этом характер зависимости $\Delta\bar{H}(\bar{m}_2)$ становится совершенно другим, что особенно важно. При изменении мощности \bar{m}_2 от 0,4 до 0,6 происходит увеличение относительных потерь напора практически в три раза, что свидетельствует о нецелесообразности применения нижних, хорошо сорбирующих слоев слишком большой мощности. В рассмотренном же случае следует остановиться на мощности $\bar{m}_2 = 0,4 \dots 0,5$.

При планировании экспериментов с целью определения модельных параметров большую помощь способен оказать анализ чувствительности исходной модели. В случае трехслойной загрузки, на примере которой указан анализ и выполняется ниже, эта модель содержит 23 параметра. После введения относительных величин их число сокращается до 17. Значимость оставшихся параметров для устранения взвеси из фильтрата сильно различается. Предметом расчетов, проведенных для первого режима фильтрования, стали два относительных характерных времени – защитного действия загрузки \bar{t}_C и достижение предельных потерь напора \bar{t}_H . Анализ состоял в следующем. Каждый из параметров поочередно менялся в χ раз ($\chi = 0,5; 1,2; 1,5$ или 2). Затем при одном новом параметре и остальных неизменных рассчитывали значения \bar{t}_C и \bar{t}_H исходя из максимально допустимых $\bar{C}_{np} = 0,1$ и $\Delta\bar{H}_{np} = 2$. Найденные таким образом \bar{t}_C , \bar{t}_H сопоставляли с опорными значениями \bar{t}_{C0} , \bar{t}_{H0} (вычислены для базового примера – трехслойная загрузка и равны 178 и 204), а мерой их несоответствия были отношения

$$G_j = \frac{\bar{t}_j - \bar{t}_i}{\bar{t}_{j0}}, \quad j = C, H.$$

Данные этих вычислений представлены в таблице в процентном выражении. Знак "+" указывает на увеличение соответствующего времени, а знак "-", наоборот, уменьшения. Прочерки в таблице объясняются тем, что соответствующие фильтрационные параметры при режиме $v = \text{const}$ не влияют на величину \bar{t}_C , поскольку деформационный блок в этом случае не зависит от гидродинамического. Наибольшие отклонения моментов \bar{t}_C , \bar{t}_H от опорных \bar{t}_{C0} , \bar{t}_{H0} наблюдаются при варьировании C_0 , $\bar{\alpha}_3$, $\bar{\beta}_3$, \bar{m}_3 . В большей степени такие изменения отражаются на \bar{t}_C . В результате, судя по данным таблицы, следует особенно тщательно выбирать параметры нижнего слоя трехслойной загрузки.

Анализ чувствительности исходной математической модели

\bar{t}_j	\bar{t}_C				\bar{t}_H			
χ	0,5	1,2	1,5	2	0,5	1,2	1,5	2
$\bar{\alpha}_1$	-11,8	4,5	11,2	23,0	-10,1	3,0	7,8	12,25
$\bar{\alpha}_2$	-28,1	11,2	29,2	59,0	-12,5	-0,5	-6,4	-20,3
$\bar{\alpha}_3$	-53,9	23,0	59,6	122,5	18,2	-4,4	-9,8	-18,1
$\bar{\beta}_1$	7,3	-2,25	-5,1	-7,9	7,35	-2,1	-4,9	-8,2
$\bar{\beta}_2$	20,8	-5,6	-11,8	-19,1	10,3	-1,2	-3,8	-8,5
$\bar{\beta}_3$	48,9	-10,7	-21,9	-34,3	-6,3	2,45	5,4	10,5
\bar{n}_1	-7,9	1,7	4,5	7,9	11,95	-3,3	-6,8	-11,2
\bar{n}_2	-23,0	6,2	14,6	25,3	-19,0	1,4	4,4	10,6
\bar{n}_3	-48,0	18,0	43,8	86,5	-41,0	11,0	23,9	37,65
\bar{m}_1	32,0	-12,9	-30,9	-59,0	-13,6	4,75	12,2	25,5
\bar{m}_2	5,6	-2,8	-6,2	-11,8	-13,6	3,9	8,8	14,0
\bar{m}_3	-36,0	14,6	37,6	77,5	27,4	-9,5	-22,55	-43,0
\bar{k}_{10}	-	-	-	-	4,4	0,5	-1,0	-1,2
\bar{k}_{20}	-	-	-	-	-9,8	1,7	3,4	5,15
\bar{k}_{30}	-	-	-	-	-	-1,2	-3,4	-5,4
C_0	-	-	-	-	97,9	-15,9	-32,2	-48,8
q	-	-	-	-	-	-14,0	-28,9	-44,6

Вывод. Использование фильтров со слоистым строением их пористого наполнителя – действенный путь повышения эффективности разделения суспензий. Специальная организация загрузки, заключающаяся в расположении вдоль течения мутных вод фильтрующего материала с усиливающейся сорбционной способностью, может обеспечить близкое к равномерному осаждение дисперсной фазы в пределах всей загрузки. Тем самым минимизируются потери напора в ней при высоком качестве механической очистки. Как следствие, длительность одного цикла работы фильтровальной установки зачастую существенно возрастает. Разработанный новый расчетный метод дает возможность правильно выбирать модельные и технологические параметры, успешно прогнозировать изменения физико-механической обстановки в многослойном фильтре при линейной кинетике массообмена между обеими его фазами. Он опирается на строгое решение математической задачи фильтрования применительно к двум основным режимам (при заданных расходе фильтрата или перепаде напоров). Исходная модель состоит из двух блоков (деформационный и гидродинамический) и была реализована аналитическими методами. Совокупность полученных при этом зависимостей относительно безразмерных концентраций взвеси и осадка, объемов накопления осадка, распределения напора (потерь напора и входного напора при управлении фильтрационным процессом), переменного расхода фильтрата (второй режим фильтрования) и составила содержание вышеупомянутого метода. Его точность является высокой, а серьезные погрешности в вычислениях возможны только из-за недостоверности исходной экспериментальной информации. Таким образом, данный метод следует рассматривать как надежный инструмент для разностороннего анализа работы многослойных загрузок с учетом, конечно, его ограничений.

Резюме. Спираючись на строгий розв'язок складної математичної задачі освітлення суспензії фільтруванням крізь багатошарове завантаження розроблений розрахунковий метод, який дозволяє з мінімальними похибками визначати в ньому концентрації, витрати, об'єми, напори. Окремо розглянуті два основних режими фільтрування – при постійних витраті фільтрату, або напору на зовнішніх границях. З використанням даного методу виконаний різноманітний аналіз дії трьохшарового завантаження, а також ідентичних з ним за своїми властивостями двохшарових і однорідних завантажень, оцінена значущість усіх модельних параметрів.

V.L. Polyakov

**METHOD OF CALCULATING SUSPENSION TRANSFER
THROUGH A MULTILAYERED FILTER MEDIUM
(LINEAR MASS-EXCHANGE KINETICS)**

Summary

An engineering method is developed based on the exact solution of the complicated mathematical task of a suspension treatment by filtration through a multilayered filter medium which permits to determine concentrations, discharges, volumes, heads within it with minimal errors. Two main filtration regimes are considered separately – at constant filtrate discharge and constant heads at both filter boundaries. Various analysis is performed using the method of acting three-layer filter medium and also two-layer, uniform media (identical by their properties with different layers of three-layer one), importance of each model parameter is evaluated.

1. *Шевчук Е.А., Мамченко А.В., Гончарук В.В.* // Химия и технология воды. – 2005. – **27**, № 4. – С.369 – 384.
2. *Вяхирев Г.И., Загнитько А.В., Бурбасов А.Н., Пушко А.И., Пушко Г.И., Чаплыгин Ю.О.* // Теор. основы хим. технологий. – 2002. – **36**, № 4. – С.353 – 357.
3. *Гироль Н., Журба М., Семчук Г., Якимчук Б.* Доочистка сточных вод на зернистых фильтрах. – Ровно: СП СОО "Типография Левобережная", 1998. – 92 с.
4. *Орлов В.О.* Водоочисні фільтри із зернистою засипкою. – Рівне: НУВГП, 2005. – 163 с.
5. *Akrsogan S., Basturk A., Yuksel E., Akgiray O.* // Water Sci. and Technol. – 2003. – **48**, N11/12. – P.497 – 503.
6. *Emelko M.V.* // Water Res. – 2003. – **37**, N12. – P.2998–3008.
7. *Saltnes T., Eikebrokk B., Odegard H.* // Вода и экология. – 2003. – №2. – С.23 – 32.
8. *Zatvala A.* // Water Sci. and Technol. – 1993. – **28**, N10. – P.125 – 132.
9. *Паченский Я.А.* Математические модели физико-химических процессов в почвах. – М.: Наука, 1990. – 188 с.
10. *Hornberger G.M., Mills A.Z., Herman J.S.* // Water Resour.Res. – 1992. – **28**, N3. – P.915 – 938.
11. *Dharmappa H.B., Prasanthi H., Krishna M.U., Xiao Y.* // Water Res. – 1997. – **31**, N5. – P.1083 – 1091.
12. *Олейник А.Я., Тугай А.М.* // Докл. НАН Украины. – 2001. – № 9. – С.190 – 194.
13. *Веригин Н.Н., Васильев С.В., Саркисян В.С., Шержуков Б.С.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород – М.: Недра, 1977. – 271с.

14. *Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А.* Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. – Харків: ХНАМГ, 2004. – 240 с.
15. *Миңц Д.М.* Теоретические основы технологии очистки воды.– М.: Стройиздат, 1964. – 155с.
16. *Saiers J.E., Hornberger G.M.* // Water Resour. Res. – 1994. – **30**, N9. – P.2499 – 2506.
17. *Алексеев В.С., Коммунар Г.М.* // Водн. ресурсы.– 1974.– № 5.– С.170 – 176.
18. *Капранов Ю.И.* // Динамика сплошных сред: Сб. науч.тр. / АН СССР Сиб.отделение. Ин-т гидродинамики.– 1999.– Вып.100.– С.89 – 97.
19. *Maskie R.I., Zhao Q.* // Water Res. – 1999. – **33**, N3. – P.794 – 806.
20. *Поляков В.Л.* // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2007.– Вип.8.– С.100 – 110.
21. *Rajagopalan R., Tien C.* // A.I.Ch.E. – 1976. – **22**. – P.523 – 533.
22. *Поляков В.Л.* // Доп. НАН України. – 2005. – № 4.– С.48 – 54.
23. *Поляков В.Л.* // Там же.– 2006.– № 11.– С.65 – 71.
24. *Гаврило В.Н.* Фильтры буровых скважин. – М.: Недра, 1985. – 334 с.
25. *McDonald T.R., Kitanidis P.K., McCarty P.Z., Roberts P.V.* // Ground Water. – 1993. – **37**, N4. – P.555–562.

Ин-т гидромеханики НАН Украины,
г. Киев

Поступила 25.12.2006