Металлофиз. новейшие технол. / *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*
2017, т. 39, № 10, сс. 1435–1443 / DOI: 10.15407/mfint.39.10.1435
Оттиски доступны непосредственно от издателя

PACS numbers: 47.10.ad, 61.43.Dq, 62.10.+s, 66.20.Cy, 83.10.Ff, 83.50.Ax, 83.60.-a

Самоорганизация в вязких жидкостях

В. И. Засимчук, Е. Э. Засимчук, А. С. Гаценко

Институт металлофизики им. Г. В. Курдюмова НАН Украины,
бульв. Академика Вернадского, 36,
03142 Киев, Украина

В настоящей работе аморфное тело рассмотрено как жидкость с очень большим коэффициентом вязкости η. Её поведение изучалось с помощью уравнений Навье–Стокса и уравнения непрерывности. Показано, что процесс релаксации жидкости к нагрузке растяжения–сжатия может быть неустойчивым. Найдено ещё одно, кроме ранее уже известного, стационарное состояние жидкости в виде периодически (по координате) чередующихся зон высокой и низкой плотности, что обеспечивает пластичность аморфного тела.

Ключевые слова: аморфное тело, уравнения Навье–Стокса, уравнение непрерывности, устойчивость, стационарное состояние, самоорганизация, периодические сдвиговые зоны, гидродинамические каналы, пластическая деформация.

В роботі аморфне тіло розглянуто як рідину з дуже великим коефіцієнтом в'язкости η. Її поведінка вивчалася за допомогою рівнянь Нав'є–Стокса та рівняння неперервности. Показано, що процес релаксації рідини до навантаження розтягання–стиснення може бути нестійким. Знайдено ще один, окрім раніше вже відомого, стаціонарний стан рідини у вигляді зон високої та низької густини, які чергуються періодично (за координатою), що забезпечує пластичність аморфного тіла.

Ключові слова: аморфне тіло, рівняння Нав'є–Стокса, рівняння непере-

---

Corresponding author: Vera Igorivna Zasimchuk
E-mail: zasimchuk34@ukr.net

G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,
36 Academician Vernadsky Blvd., UA-03142 Kyiv, Ukraine

Please cite this article as: V. I. Zasimchuk, O. E. Zasimchuk, and O. S. Gatsenko, Self-Organization in Viscous Liquids, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **39**, No. 10: 1435–1443 (2017) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.39.10.1435.

рвности, стійкість, стаціонарний стан, самоорганізація, періодичні зони зсуву, гідродинамічні канали, пластична деформація.

In this article, an amorphous solid is considered as a liquid with a very large coefficient of viscosity η. Its behaviour is studied by means of the continuity equation and Navier–Stokes equations. As revealed, the process of the relaxation of a liquid to a stress–strain loading can be unstable. An additional stationary state of a liquid, besides well-known one, is found. In this state, zones of the high and low densities are periodically alternate (by coordinate) that provides the plasticity of an amorphous solid.

Key words: amorphous solid, Navier–Stokes equations, equation of continuity, stability, stationary state, self-organization, periodical shear bands, hydrodynamic flow channels, plastic deformation.

(Получено 14 августа 2016 г.; окончат. вариант — 29 сентября 2017 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время можно считать установленным, что пластическая деформация кристаллических материалов, происходящая вдали от термодинамического равновесия, сопровождается синергетическим структурообразованием (самоорганизацией) [1–4 и др.]. Самоорганизация в этих случаях сводится к образованию протяжённых структурных элементов (microbands & shear bands), локализующих гидродинамическое пластическое течение и ориентированных в направлении максимальных компонент тензора внешнего механического поля (так называемые каналы гидродинамического течения — ГК). Таким образом, ГК являются носителями альтернативного дислокационному механизма деформации, возможность которого обусловлена наличием рыхлой аморфной (жидкоподобной) структуры материала внутри ГК. Следовательно, даже в кристаллических материалах, характеризующихся наличием дальнего порядка в расположении атомов, развитая пластическая деформация связана с локальной аморфизацией кристалла в виде ГК (microbands & shear bands), по которым осуществляется локализованный гомогенный массоперенос вещества. Возникает вопрос о возможности подобных процессов в пластичных аморфных металлических материалах, учитывая многократные экспериментальные наблюдения сдвиговых зон (shear bands) в деформированных аморфных сплавах [5, 6 и др.]. В настоящей работе аморфное тело рассматривается как жидкость с очень большим коэффициентом вязкости η, а её поведение изучается с помощью уравнений Навье–Стокса и уравнения непрерывности [7, 8]. Показано, что процесс релаксации жидкости к нагрузке может быть неустойчивым. Найдено стационарное состояние жидкости в виде периодически (по координате) чередующихся зон высокой и низкой плотности, что позволяет предположить возможность появления в механическом поле так называемых STZ — локальных областей с наибольшим структурным беспорядком, наибольшим свободным объёмом и наибольшими внутренними напряжениями [6]. По нашему мнению, эти периодически расположенные области ответственны за локализованное пластическое течение аморфного вещества по экспериментально фиксируемым shear bands [5, 6].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

Пусть мы имеем цилиндрический образец из аморфного материала. Ось цилиндра направлена вдоль оси Ox.

Будем рассматривать аморфное вещество как жидкость с очень большим коэффициентом вязкости η. Запишем для него уравнения Навье–Стокса [7]:

$$Q(\partial \mathbf{v}/\partial t + \Delta_1 \mathbf{v}) = -\mathrm{grad}\, p + \eta\Delta\mathbf{v} + (\xi + \eta/3)\mathrm{grad\,div}\,\mathbf{v}. \qquad (1)$$

Здесь $Q(x, y, z, t)$ — распределение плотности жидкости, $\mathbf{v}$ — векторное поле скоростей, $\Delta_1 = v_x\partial/\partial x + v_y\partial/\partial y + v_z\partial/\partial z$, p — давление, η — коэффициент динамической вязкости, ξ — объёмная («вторая») вязкость.

Пусть на образец вдоль оси Ox действует растягивающая нагрузка $(F, -F)$. Под действием этой нагрузки атомы квазижидкости начинают перемещаться таким образом, чтобы создать давление, нейтрализующее давление за счёт растягивающей нагрузки. Исследуем этот процесс на устойчивость.

Запишем уравнение (1) вдоль оси Ox, причём членами $\Delta_1 v$ и $\mathrm{div}\mathbf{v}$ мы пренебрегаем ввиду их малости:

$$Q(\partial v_x/\partial t) = -\partial p/\partial x + \eta\Delta v_x. \qquad (2)$$

Ищем v_x в виде

$$v_x = u + w_2, \qquad (3)$$

где $w_2(x, y, z, t)$ — малая добавка. Разложим $\partial p/\partial x$ в ряд:

$$\partial p/\partial x = f(u) + w_2 f_1(u) + \ldots \qquad (4)$$

$$f_1(u) = \partial f(u)/\partial u. \qquad (5)$$

Из (2) получим уравнение для малой добавки $w_2(x, y, z, t)$:

$$Q\partial w_2/\partial t = -w_2 f_1(u) + \eta\Delta w_2\,, \qquad (6)$$

причём полагаем

$$\left|\eta\Delta w_2\right| >> \left|w_2 f_1(u)\right|. \tag{7}$$

Пренебрежём зависимостью w_2 от y и z. Кроме того, поскольку силы приложены к концам образца, $|w_2|$ и $|u|$ максимальны на концах, поэтому ищем w_2 в виде:

$$w_2 = sh(sx)w_1(t). \tag{8}$$

Тогда из (6) приблизительно получаем:

$$Q\partial w_1/\partial t \approx \eta s^2 w_1, \tag{9}$$

$$w_1 \approx C_3 exp(p_1 t), \tag{10}$$

$$p_1 = \eta s^2/Q > 0, \tag{11}$$

и процесс неустойчив. Следовательно, возможен переход системы в другие стационарные состояния [1–4]. Рассмотрим, какие ещё стационарные состояния существуют.

2.1. Периодически меняющаяся плотность

В уравнении (1) пренебрежём нелинейным членом $\Delta_1\mathbf{v}$ ввиду его малости и положим $\mathrm{grad}p = \mathbf{0}$. Рассмотрим одномерный случай по x.

Будем искать v в виде:

$$v_x = v = \exp(-g_a t)u_1(x) \tag{12}$$

с $g_a > 0$. Получаем:

$$\partial^2 u_1/\partial x^2 + s_a{}^2 u_1 = 0, \tag{13}$$

$$s_a{}^2 = 3Qg_a/(4\eta + 3\xi), \tag{14}$$

$$u_1 = h\sin(s_a x). \tag{15}$$

Теперь ищем скорость V в виде суперпозиции вышеописанных скоростей:

$$\begin{aligned} V &= \sum_n C_n v(s_n) = \\ &= \sum_n C_n \exp(-g_n t)\sin([3Qg_n/(4\eta + 3\xi)]^{1/2} x) \approx \exp(-gt)\sum_n C_n \sin(s_n x). \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь n — целое число, $s_n^2 = 3Qg_n/(4\eta + 3\xi)$, $g_n = h_2^2 n^2$, g — среднее из g_n; C_n, h_2 — действительные числа.

Тогда мы можем записать:

$$V = \exp(-gt)w(x). \tag{17}$$

Подбираем C_n таким образом, чтобы $w(x)$ имело следующий вид:

$$w(x) = \begin{cases} G \text{ при } 2na < x < (2n+1)a, \\ -G \text{ при } (2n+1)a < x < 2(n+1)a, \end{cases} \tag{18}$$

где a, G — положительные величины.

Запишем уравнение непрерывности [7]:

$$\partial Q/\partial t + Q\mathrm{div}\mathbf{V} + \mathbf{V}\cdot\mathrm{grad}Q = 0. \tag{19}$$

В одномерном случае оно будет иметь вид:

$$\partial Q/\partial t + Q\partial V/\partial x + V\partial Q/\partial x = 0. \tag{20}$$

Ищем распределение плотности вещества Q из уравнения непрерывности в виде:

$$Q = A + \rho(x,t), \tag{21}$$

$$\partial A/\partial t = \partial A/\partial x = 0. \tag{22}$$

Тогда имеем:

$$\partial\rho/\partial t + \rho\partial V/\partial x + V\partial\rho/\partial x = -A\partial V/\partial x. \tag{23}$$

Ищем ρ в виде:

$$\rho = \exp(-b\exp(-gt))R(x). \tag{24}$$

Мы видим, что при этом выполняется условие:

$$\lim_{t\to\infty}\rho = R(x). \tag{25}$$

Из (24) следует, что:

$$\partial\rho/\partial t = bg\exp(-gt)\rho. \tag{26}$$

Тогда с учётом (17) получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка [8]:

$$dR/dx + [bg/w + (1/w)(dw/dx)]R = -(b_1(t)A/w)(dw/dx), \tag{27}$$

$$b_1(t) = \exp(b\exp(-gt)). \tag{28}$$

Решаем его согласно [8]:

$$R = \mu(x)^{-1}(-Ab_1(t)I_1 + C_1), \tag{29}$$

$$\mu(x) = |w|\exp(\int(bg/w)dx), \tag{30}$$

$$I_1 = \int[(|w|/w)(dw/dx)\exp(\int(bg/w)dx)]\,dx. \tag{31}$$

Но

$$(1/w)(dw/dx) = d\ln|w|/dx = 0, \tag{32}$$

так как $\ln|w| = \mathrm{const}$ (см. (18)). Следовательно,

$$I_1 = 0. \tag{33}$$

Тогда из (29), (30) следует [8]:

$$R(x) = C_1/\mu(x) = C_1|w|^{-1}\exp(-bg\int dx/w). \tag{34}$$

Из (18) находим:

$$|w| = G = \mathrm{const},\ \ C_1|w|^{-1} = C_1/G = C = \mathrm{const}, \tag{35}$$

$$R = C\exp(-bg\int dx/w). \tag{36}$$

Из (24) находим ρ, а из (18) и (36) мы видим, что $R(x)$ — периодическая по x функция. Следовательно, $\rho(x)$ и $Q(x)$ также периодические по x функции (см. (21), (22) и (24)). Константу C всегда можно подобрать таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$Q = A + \rho > 0. \tag{37}$$

Из периодичности по x распределения плотности вещества $Q(x)$ следует возможность образования shear bands и гидродинамических каналов (ГК) [9].

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Известно, что аморфные материалы, в подавляющем большинстве случаев, являются хрупкими [6]. Это связано с отсутствием кристаллографической возможности обеспечивать пластическое формоизменение путём направленного перемещения дефектов кристаллического строения. Однако в некоторых случаях аморфные металлические сплавы проявляют заметную пластичность (см., например, [5]). Структурные исследования показывают наличие так называемых shear bands — полосовых структурных элементов, локализующих пластическое течение. Аналогичные элементы структуры неоднократно наблюдались в пластически деформированных кристаллических материалах при заторможенности дислокационного скольжения. Их образование в процессе деформации связывается с самоорганизацией вакансионных дефектов, приводящей к локальной аморфизации и возбуждению гидродинамической моды пластического течения [9]. Поэтому такие элементы структуры получили название гидродинамических каналов (ГК) [9]. Естественно, что структура внутри ГК должна характеризоваться меньшей плотностью, чем структура в исходном и деформированном кристаллическом материале, т.е. должна быть жидкоподобной. Для обеспечения однонаправленной пластической деформации ГК должны быть морфологически самоподобны на всех структурно-масштабных уровнях кристаллического материала, что экспериментально подтверждено [9]: направление ГК совпадает с направлением максимальных компонент тензора внешнего механического поля.

В настоящей работе мы попытались выяснить обладают ли shear bands в пластичных аморфных материалах свойствами аналогичными свойствам ГК кристаллов. Мы рассматривали аморфный материал как жидкость с очень большим коэффициентом вязкости η, описываемую уравнениями Навье–Стокса [7].

Было получено ещё одно стационарное состояние подобной квазижидкости с периодически меняющейся по Ox плотностью. К этому состоянию система стремится при стремлении времени t к бесконечности. Скорость жидкости отлична от нуля, но также стремится к нулю при $t \to \infty$.

Мы рассматривали суперпозицию волн вида (12). Если бы у нас была только одна такая волна, из уравнения непрерывности [7] мы получили бы, что плотность вещества Q при определённых значениях x стремится к бесконечности. Это физически невозможно.

В уравнениях (12), (18) и (24) мы произвольно выбирали вид интересующих нас функций. Однако мы и не ставили перед собой задачу найти все возможные стационарные состояния, а для нахождения одного стационарного состояния такой подход вполне оправдан. Аналогично и при исследовании на устойчивость достаточно найти одно неустойчивое малое отклонение, чтобы всё решение было неустойчивым, поэтому подход, развитый в [8], вполне оправдан.

Следует отметить, что пластические свойства квазижидкости будут проявляться, если её плотность распределена именно периодически по x и существует связь между зонами более высокой и более низкой плотности. В случае же хаотического распределения плотности аморфного вещества такой связи не существует и квазижидкость должна проявлять хрупкие свойства.

4. ВЫВОДЫ

1. Показано, что процесс релаксации в вязкой жидкости, являющейся моделью аморфного тела, к приложенной к нему нагрузке растяжения–сжатия может быть неустойчивым.
2. Найдено стационарное состояние вязкой жидкости, в котором её плотность изменяется периодически по координате x. Участки с низкой плотностью локализуют пластическое течение, а периодичность в их пространственном распределении обеспечивает возможность макроскопической пластической деформации. Такие участки аналогичны гидродинамическим каналам в кристаллических материалах.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Николис, И. Пригожин, *Самоорганизация в неравновесных системах* (Москва: Мир: 1979).
2. П. Гленсдорф, И. Пригожин, *Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций* (Москва: Мир: 1973).
3. Г. Хакен, *Синергетика* (Москва: Мир: 1980).
4. В. Эбелинг, *Образование структур при необратимых процессах* (Москва: Мир: 1979).
5. J.-W. Qiao and Zh. Wang, *Journal of Iron and Steel Research International*, **23**, No. 1: 7 (2016).
6. A. L. Greer, Y. Q. Cheng, and E. Ma, *Mater. Sci. Eng. R*, **74**: 71 (2013).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика* (Москва: Наука: 1988).
8. Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (Москва: Наука: 1978).
9. Е. Э. Засимчук, В. И. Засимчук, Т. В. Турчак, *Успехи физики металлов,* **14**, № 3: 275 (2013).

REFERENCES

1. G. Nicolis and I. Prigogine, *Samoorganizatsiya v Neravnovesnykh Sistemakh* [Self-Organization in Nonequilibrium Systems] (Moscow: Mir: 1979) (Russian translation).
2. P. Glansdorff and I. Prigogine, *Termodinamicheskaya Teoriya Struktury, Ustoychivosti i Fluktuatsiy* [Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations] (Moscow: Mir: 1973) (Russian translation).
3. H. Haken, *Sinergetika* [Synergetics] (Moscow: Mir: 1980) (Russian translation).
4. W. Ebeling, *Obrazovanie Struktur pri Neobratimykh Protsessakh* [Formation of Structures in Irreversible Processes] (Moscow: Mir: 1979) (Russian translation).
5. J.-W. Qiao and Zh. Wang, *Journal of Iron and Steel Research International*, **23**, No. 1: 7 (2016).

6. A. L. Greer, Y. Q. Cheng, and E. Ma, *Mater. Sci. Eng. R*, **74**: 71 (2013).
7. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Teoreticheskaya Fizika. T. VI. Gidrodinamika* [Theoretical Physics. Vol. VI. Hydrodynamics] (Moscow: Nauka: 1988) (in Russian).
8. G. A. Korn and Th. M. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers* (New York: Mc Graw-Hill Book Company: 1968).
9. O. Eh. Zasymchuk, V. I. Zasymchuk, and T. V. Turchak, *Uspehi Fiziki Metallov*, **14**, No. 3: 275 (2013) (in Russian).