

## Пиннинг вихревых линий столбчатыми магнитными дефектами в сверхпроводнике II рода

С. А. Кривенко, Н. М. Сулейманов

*Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского РАН  
Сибирский тракт, 10/7, г. Казань, 420029, Россия  
E-mail: suleman@dionis.kfti.kcn.ru*

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2001 г.

Впервые исследовано взаимодействие магнитного вихря в сверхпроводнике II рода с цилиндрическим (столбчатым) дефектом, заполненным непроводящим магнитным веществом. Получены аналитические выражения для силы пиннинга вихря на таком дефекте. Показано, что если заполняющий такой цилиндр материал обладает малой намагниченностью, то сила притяжения к нему вихря в основном определяется взаимодействием последнего с поверхностью этого дефекта. В случае вещества с большой намагниченностью существенным становится взаимодействие магнитного поля вихря с магнитными моментами дефекта по всему его объему. Это служит хорошим резервом для увеличения эффективности пиннинга.

Уперше досліджено взаємодію магнітного вихора у надпровіднику II роду з циліндричним (стовбчатим) дефектом, заповненим непровідною магнітною речовиною. Одержано аналітичні вирази для сили пінінга вихора на такому дефекті. Показано, що якщо заповнюючий такий циліндр матеріал має малу намагніченість, то сила притягання до нього вихора в основному визначається взаємодією останнього з поверхнею цього дефекта. У випадку речовини з великою намагніченістю суттєвим стає взаємодія магнітного поля вихора з магнітними моментами дефекта по всьому його об'єму. Це буде добрим резервом для збільшення ефективності пінінга.

PACS: 74.60.-w, 74.60.Ge

### Введение

Низкая плотность критического тока существенно органичивает практическое применение высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). В настоящее время, используя различные технологические приемы, удалось получить поликристаллические ВТСП материалы, наиболее привлекательные в прикладном плане в силу простоты в изготовлении и технологичности, с проводящими свойствами, близкими к свойствам монокристаллов. Вместе с тем проблема сверхпроводящего транспорта имеет еще один крайне важный аспект. Это связано с тем, что вихревые линии магнитного потока, которые возникают в сверхпроводнике второго рода при помещении его в достаточно сильное внешнее магнитное поле, должны быть жестко закреплены в объеме сверх-

проводника, чтобы не создавать дополнительного сопротивления сверхпроводящим токам. Эта проблема особенно актуальна для ВТСП материалов с высокими значениями  $T_c$ , при которых вероятность случайных тепловых перескоков вихревых линий в материале значительно возрастает.

Экспериментально установлено (см., например, [1–3]), что эффективными центрами захвата (пиннинга) вихревых линий являются столбчатые дефекты, вытянутые в одном направлении, с которыми параллельный им вихрь взаимодействует по всей длине. Такие дефекты получают, например, облучая сверхпроводник частицами высоких энергий, которые создают вдоль пути своего распространения линейные треки аморфизированного материала. Взаимодействие вихрей с подобными дефектами в ВТСП системах анализируется в

рамках решения дифференциальных уравнений типа Гинзбурга–Ландау для сверхпроводника, граничащего с другой средой (содержимым трека). Их решение усложнено необходимостью учета граничных условий для сверхпроводящих токов и сверхпроводящего параметра порядка на границе дефекта, обладающего в общем случае сложной геометрией. Последовательный расчет силы пиннинга удалось выполнить лишь для полых цилиндрических каналов [4–6]. Притяжение к ним вихрей происходило за счет деформации их токов при взаимодействии с поверхностью дефектов. Однако вопрос о том, как повлияет на механизм и силу пиннинга заполнение дефектов реальной физической средой (проводником, изолятором или магнетиком), оставался открытым.

В настоящей работе исследовано, как отразится на силе пиннинга вихря заполнение столбчатого цилиндрического дефекта бесконечной длины магнитным непроводящим веществом. Для ВТСП системы нами использовано приближение Лондонов, как для сверхпроводника II рода. Предполагалось, что расстояние вихрь–дефект меньше лондоновской глубины проникновения  $\lambda$ . Именно эта ситуация представляет наибольший практический интерес, поскольку в противоположном случае взаимодействие экспоненциально мало. Полученные выражения для силы притяжения вихря воспроизводят результаты работ [4–6] в пределе, когда вещество, заполняющее цилиндр, — немагнитное. В случае же трека из материала с большой намагниченностью обнаружено, что возникает новый механизм пиннинга, обусловленный взаимодействием неоднородного магнитного поля вихря с магнитными моментами дефекта по всему его объему.

### Модель

Рассмотрим цилиндрический дефект в сверхпроводнике II рода, представляющий собой бесконечно длинный цилиндр из магнитного материала, радиус  $R$  которого намного превышает длину когерентности  $\xi$ . Будем считать среду, заполняющую этот цилиндр, изолятором и пренебрежем обменом токовыми носителями между сверхпроводником и дефектом. Предположим, что заполняющий цилиндр магнетик обладает однородной намагниченностью  $\mathbf{m}$ , параллельной оси цилиндра, которую мы примем за ось  $z$  системы координат. Пусть ось  $z$  ориентирована перпендикулярно медным плоскостям высокотемпературного сверхпроводника, а магнитное поле направлено вдоль нее. Распределение поля зависит только от координат  $x$  и  $y$ . Поэтому его доста-

точно описать в любом сечении сверхпроводника плоскостью, перпендикулярной  $z$ . Рассмотрим вихрь, ось которого проходит через точку  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$  и расположена от оси цилиндра на расстоянии  $r_0$  (предполагается, что  $r_0 > R$ ). Для описания магнитного поля  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$  ( $\mathbf{e}_z$  — орт оси  $z$ ), генерируемого токами вихря  $\mathbf{j} = (c/4\pi) \text{rot } \mathbf{h}$  в любой точке сверхпроводника  $\mathbf{r} = (x, y)$ , воспользуемся уравнением Лондонов

$$\Delta \mathbf{h} - \frac{\mathbf{h}}{\lambda^2} = -\frac{\Phi_0}{\lambda^2} \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

где  $\Phi_0$  — квант магнитного потока;  $\lambda$  — глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник II рода. Когда вихрь приближается к непроводящему цилиндру, внутрь него проникает его магнитное поле  $\mathbf{h}_{\text{in}} = h_{\text{in}} \mathbf{e}_z$ . Поскольку токи вихря в изолятор не проникают и там  $\text{rot } \mathbf{h}_{\text{in}} = 0$ , величина  $h_{\text{in}}$  оказывается постоянной по объему дефекта. В силу условия непрерывности для тангенциальной составляющей магнитного поля токов на границе раздела сред [7] на поверхности цилиндра  $|\mathbf{r}| = R$  должно выполняться соотношение  $h_{\text{in}} = h(|\mathbf{r}| = R)$ , где  $h(|\mathbf{r}| = R)$  обозначает величину магнитного поля вихря на границе дефекта.

В результате взаимодействия сверхпроводящих токов с магнитным полем намагниченность цилиндра  $\mathbf{m} = m(h_{\text{in}}) \mathbf{e}_z$  приобретает зависимость от  $h_{\text{in}}$ , но остается однородной. Полное магнитное поле внутри цилиндра будет равно  $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}_{\text{in}} + \mathbf{H}(\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  — магнитное поле молекулярных токов. С точки зрения макроскопической электродинамики магнитное поле  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  молекулярных токов цилиндра точно такое же, как у бесконечного цилиндрического соленоида с плотностью поверхностного тока  $\mathbf{i} = c\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ , где  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к поверхности цилиндра [8]. Оно испытывает разрыв на границе и имеет вид [8]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0, \quad r \in \text{in}; \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, \quad r \in \text{ex}, \quad (2)$$

где «in» и «ex» — обозначают соответственно внутреннюю область цилиндра и внешнее по отношению к нему пространство, а  $\mathbf{H}_0 = (4\pi/c) \mathbf{n} \times \mathbf{i} = 4\pi \mathbf{m}$ . В этом приближении можно считать, что магнитное поле, создаваемое молекулярными токами намагниченного цилиндра, сосредоточено внутри него и не проникает в сверхпроводник. Следовательно, оно не влияет на распределение токов вихря и связанного с ними магнитного поля  $\mathbf{h}$ . Таким образом, распределение магнитного поля вихря, взаимодействующего с цилиндром из непроводящего материала, не зависит от того, магнитный это материал или нет. Поскольку мы

пренебрегаем диффузией сверхпроводящих пар через границу дефекта, сверхпроводящие токи на этой поверхности будут удовлетворять тому же условию  $\mathbf{j}_n = 0$ , что и для границы сверхпроводник–вакуум. Поэтому в данном случае поле  $\mathbf{h}$  будет таким же, как и для вихря, взаимодействующего с полым цилиндром. Для последнего оно было вычислено в работах [5,6] с помощью методов электростатики и при  $\xi < |\mathbf{r}|, |\mathbf{r}_0| < \lambda$  имеет вид

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = [h_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + h_0(|\mathbf{r}|) - h_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0|)] \mathbf{e}_z. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{r}'_0 = (R/r_0)^2 \mathbf{r}_0$ , а функция  $h_0(x) = (\Phi_0/2\pi\lambda^2) \ln |\lambda/x|$  описывает величину поля вихря на расстоянии  $x$  от его центра. Тогда из величины магнитного поля на границе дефекта с учетом выражения (3) получается, что магнитное поле внутри цилиндра, обусловленное токами вихря, равно  $h_{in} = h_0(r_0)$ .

### Сила пиннинга

Сила пиннинга  $\mathbf{f} = -\partial E / \partial \mathbf{r}_0$ , действующая на вихрь со стороны цилиндра, определяется энергией их взаимодействия  $E = E(r_0)$ . Как было показано нами, поле  $\mathbf{h}$  проникает внутрь дефекта и индуцирует намагниченность цилиндра  $\mathbf{m}(\mathbf{h})$ , однако «обратного» влияния этой намагниченности на поле вихря при этом не происходит. Данное обстоятельство позволяет при расчете энергии системы выделить два вклада в нее, первый из которых связан с геометрией поверхности дефекта, а второй — с его намагниченностью:

$$E = E_1 + E_2. \quad (4)$$

Первое слагаемое в соотношении (4) равно

$$E_1 = \frac{1}{8\pi} \int_V d\mathbf{r} [\mathbf{h}^2 + \lambda^2(\text{rot } \mathbf{h})^2], \quad (5)$$

где  $V$  — объем образца, а  $\mathbf{h}$  определяется выражением (3). Оно соответствует энергии взаимодействия вихря с полым цилиндром [4–6]. Когда сверхпроводящий вихрь приближается к границе непроводящего дефекта, происходит деформация линий тока вихря поверхностью дефекта. В результате возникает дисбаланс сил, действующих на сердцевину вихря. Поскольку плотность тока увеличивается в области границы, это вызывает притяжение сердцевины вихря к дефекту [9]. Соответствующая «поверхностная» сила пиннинга равна

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{r}_0) = - \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \frac{2R^2}{r_0^3} \frac{\mathbf{e}_0}{1 - (R/r_0)^2}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{r}_0/r_0$ , и отвечает притяжению вихря к цилиндру. Что касается вклада  $E_2$ , то он является энергией взаимодействия цилиндра, намагниченного до величины  $\mathbf{m}(\mathbf{h}_{in})$ , с проникающим внутрь него магнитным полем вихря  $\mathbf{h}_{in}$ . Согласно [7], энергия магнетика во внешнем магнитном поле, роль которого в данном случае играет  $\mathbf{h}_{in}$ , определяется выражением

$$E_2 = - \int_{V_{in}} \int_0^{h_{in}} \mathbf{m}(\mathbf{h}) d\mathbf{h} d\mathbf{r}, \quad (7)$$

где  $V_{in}$  — объем дефекта. Поскольку величина поля  $\mathbf{h}_{in}$  возрастает по мере приближения центра вихря к границе цилиндра, энергия  $E_2$  (7) увеличивается или уменьшается в зависимости от направления  $\mathbf{m}$  по отношению к  $\mathbf{h}$ . Это обстоятельство приводит ко второму вкладу в силу пиннинга, равному

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{r}_0) = \pi R^2 \mathbf{m}(\mathbf{h}_{in}) \partial \mathbf{h}_{in} / \partial \mathbf{r}_0. \quad (8)$$

Зависимость  $\mathbf{f}_2$  от расстояния до вихря  $r_0$  определяется, во-первых, градиентом его поля  $\partial \mathbf{h}_{in} / \partial \mathbf{r}_0 = -(\Phi_0/2\pi\lambda^2) \mathbf{e}_0 / r_0$ , а во-вторых, тем, как в каждом конкретном случае величина намагниченности содержимого дефекта  $\mathbf{m}(\mathbf{h}_{in})$  связана с приложенным к нему полем  $\mathbf{h}_{in}$ , поскольку последнее само является функцией  $r_0$ . Отметим также, что если векторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{h}_{in}$  параллельны, то направление силы (8) соответствует притяжению вихря к цилиндру, а если  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{h}_{in}$  ориентированы противоположно друг другу, то вклад  $\mathbf{f}_2$  отвечает отталкиванию вихря.

Поле намагниченности насыщения для типичных ферро- и ферритмагнетиков порядка 100 Э, т.е. относительно невелико по сравнению с полями вихрей (критическое поле в высокотемпературных сверхпроводниках  $H_{c1} \approx 1$  кЭ). Поэтому в результате взаимодействия с такими полями цилиндр из подобного материала может быть намагничен до величины насыщения  $\mathbf{m} = m_0 \mathbf{e}_z$  ( $m_0 > 0$ ). Тогда выражение (8) — вклад в силу притяжения вихря к треку — приобретает вид

$$\mathbf{f}_2 = - \frac{\Phi_0}{2\lambda^2} \frac{R^2}{r_0} m_0 \mathbf{e}_0. \quad (9)$$

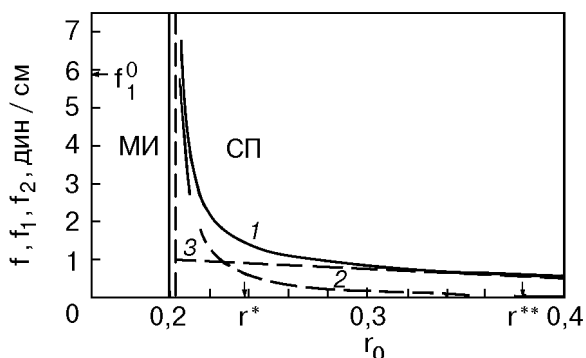


Рис. 1. Зависимость абсолютных величин полной силы пиннинга  $f$  (1), ее компоненты  $f_1$  (2), определяемой формулой (6), и компоненты  $f_2$  (3), определяемой (9), от расстояния  $r_0$  между осями вихря в сверхпроводнике (СП) и цилиндра из магнитного изолятора (МИ) при  $R + \xi < r_0 < \lambda$  для  $m_0 = 1000$  Гс,  $R = 400 \text{ \AA}$  и  $\xi = 10 \text{ \AA}$ . Вертикальная штриховая линия отвечает величине  $r_0 = R + \xi$ . Расстояния приводятся в единицах  $\lambda$  ( $\lambda = 2000 \text{ \AA}$ ). Если бы цилиндр был полым, то по мере удаления сердцевинки вихря от его границы модуль силы пиннинга, равный  $f_1$ , убывал бы от величины  $f_1^0 \approx 5,8$  дин/см (обозначенной стрелкой на вертикальной оси) до  $f_1(r^*) = 10^{-1} f_1^0$  на расстоянии  $r^* \approx 0,24\lambda$ . В случае же магнитного цилиндра величина силы пиннинга  $f$  достигает такого же значения  $f(r^{**}) = f_1(r^*)$  на расстоянии  $r^{**} \approx 0,37\lambda \approx 1,5r^*$ , заметно большем, чем  $r^*$ . Масштабы  $r^*$  и  $r^{**}$  отмечены соответствующими стрелками на горизонтальной оси.

Если намагниченность единицы объема составляет типичную для ферро(ферри)магнетиков величину  $m_0 \approx 1000$  Гс, то компонента силы пиннинга  $f_2$  на больших расстояниях ( $r_0 \gg R$ ) будет значительно превосходить по модулю силу  $f_1$ , определяемую формулой (6), поскольку функция (9) убывает с расстоянием гораздо медленнее (см. рис. 1). Так, в случае цилиндра радиусом  $R = 400 \text{ \AA}$  и вихря на расстоянии  $r_0 = 800 \text{ \AA}$  в сверхпроводнике с  $\xi = 10 \text{ \AA}$  и  $\lambda \approx 2000 \text{ \AA}$  получаем  $f_2/f_1 \approx 10$ . Вследствие этого для намагниченного цилиндра сила пиннинга не только увеличивается за счет вклада  $f_2$ , но и радиус ее действия становится заметно больше. Так, если бы цилиндр в рассматриваемом примере был полым, то по мере удаления сердцевинки вихря от границы дефекта модуль силы пиннинга, которая была бы равна силе (6), убывал бы от величины  $f_1^0 \approx f_1(r_0 = R + \xi) \approx 5,8$  дин/см до  $f_1(r^*) = 10^{-1} f_1^0$  на расстоянии  $r^* \approx 0,24\lambda$  (см. рис. 1). Следовательно, сила притяжения вихря к такому дефекту, определяемая только вкладом  $f_1$ , исчезала бы с расстоянием очень быстро — практически вбли-

зи границы цилиндра  $R$  (в данном примере  $R = 0,2\lambda$ ). В случае же магнитного цилиндра, как видно на рис. 1, величина силы пиннинга  $f$  достигает такого же значения  $f(r^{**}) = f_1(r^*)$  на расстоянии  $r^{**}$ , которое заметно больше, чем  $r^*$  ( $r^{**} \approx 0,37\lambda \approx 1,5r^*$ ).

Необходимо отметить, что в работе [10] также было показано, что магнитные центры пиннинга более эффективны, чем полые цилиндры. При этом рассматривались нанесенные на поверхность сверхпроводящей пленки образования в виде капель из намагниченного материала («магнитные точки»). Пиннинг происходил вследствие взаимодействия токов вихрей с проникающими в сверхпроводник магнитными силовыми линиями этих дефектов. Однако исследованный в настоящей работе механизм притяжения вихрей к центрам пиннинга качественно иной, поскольку магнитный дефект располагается не на поверхности сверхпроводящей пленки, а внутри объемного сверхпроводника. Поэтому помимо составляющей, связанной с намагниченностью дефекта, существенное значение имеет компонента силы пиннинга, вызванная деформацией токов вихрей его границей. Последняя и определяет величину силы пиннинга, когда сердцевина вихря приближается к поверхности магнитного непроводящего цилиндра (см. рис. 1).

В том случае, когда проводимость среды, заполняющей цилиндр, не равна нулю, сверхпроводник может обмениваться с ним носителями тока: снаружи в дефект будут проникать куперовские пары, а обратно будут возвращаться неспаренные электроны. В результате плотность сверхпроводящих пар, а вместе с ней и плотность токов вихрей в сверхпроводнике вблизи дефекта будут убывать. Это приведет к уменьшению «поверхностной» составляющей силы пиннинга для проводящих дефектов. В то же время магнитная составляющая по величине остается такой же, как и в случае диэлектрического дефекта.

### Заключение

Таким образом, исследован механизм пиннинга вихря магнитным дефектом, расположенным в объеме сверхпроводника. При этом в качестве последнего рассмотрен бесконечно длинный цилиндр из непроводящего материала, параллельный вихревой нити. Получено аналитическое выражение для силы взаимодействия вихря с таким дефектом. Показано, что возникает дополнительный вклад в эту силу, обусловленный взаимодействием магнитного цилиндра с проникающим внутрь него полем

вихря, который приводит к существенному усилению эффективности пиннинга.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-18064).

1. L. Krusin-Elbaum, L. Givale, G. Blatter, A. D. Marwick, F. Holtzberg, and C. Feild, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1914 (1994).
2. J. A. Fendrich, W. K. Kwok, J. Giapintzakis, C. J. van der Beek, V. M. Vinokur, S. Freshler, U. Welp, H. K. Viswanathan, and G. W. Grabtree, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1210 (1995).
3. L. M. Paulius, R. E. Shamu, S. Ferguson, M. C. de Andrade, and M. B. Maple, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 3415 (1997).
4. Г. С. Мкртчян, В. В. Шмидт, *ЖЭТФ* **61**, 367 (1971).
5. A. Buzdin and D. Feinberg, *Physica* **C256**, 303 (1996).
6. A. Buzdin and M. Daumens, *Physica* **C294**, 257 (1998).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
8. И. Е. Тамм, *Основы теории электричества*, Наука, Москва (1966).
9. Г. С. Мкртчян, В. В. Шмидт, *УФН* **112**, 460 (1974).
10. R. Šašik and T. Hwa, *cond-mat/0003462* (2000).

### Pinning of flux lines by columnar magnetic defects in type II superconductor

S. A. Krivenko and N. M. Suleimanov

The interaction between a flux line and cylindrical columnar magnetic defect in a type II superconductor is investigated for the first time. Expressions for the strength of pinning on such a defect are obtained. It is found that if the magnetization of the defect is small, the attraction of the flux line to the defect is mainly determined by the interaction of the line with the defect surface. But in the case of a defect with a high magnetization essential becomes the interaction of flux line with magnetic moments over the whole volume of the defect. It serves as a good reserve for the pinning enhancement.