

# Сверхпроводимость в примесных системах с пониженной плотностью носителей заряда и сильными электронными корреляциями

М. Е. Палистрант

*Институт прикладной физики АНМ, ул. Академическая, 5, г. Кишинев, 2028, Молдова*  
E-mail: statphys@asm.md

Статья поступила в редакцию 26 июня 2001 г., после переработки 3 октября 2001 г.

Исследовано влияние парамагнитной примеси на температуру сверхпроводящего перехода  $T_c$ , энергетическую щель  $\Omega_g$  и параметр порядка  $\Delta$  при  $T = 0$  в системах с пониженной плотностью носителей заряда и сильными электронными корреляциями. Показано, что учет вершинных и «пересекающихся» функций, связанный с нарушением теоремы Мигдала в этих системах, объясняет в приближении слабой связи существенное изменение расчетных величин, в частности, повышение  $T_c$  и критических концентраций примеси. Уменьшение величин  $T_c$ ,  $\Delta$  и  $\Omega_g$  с ростом концентрации примеси значительно замедляется по сравнению со случаем обычных сверхпроводников благодаря эффектам неадиабатичности.

Досліджено вплив парамагнітної домішки на температуру надпровідного переходу  $T_c$ , енергетичну щілину  $\Omega_g$  та параметр порядку  $\Delta$  при  $T = 0$  у системах із зниженою щільністю носіїв заряду і сильними електронними кореляціями. Показано, що врахування вершинних та «пересічних» функцій, яке пов'язано з порушенням теорему Мігдала в цих системах, пояснює у наближенні слабого зв'язку істотну зміну розрахункових величин, зокрема, підвищення  $T_c$  і критичних концентрацій домішки. Зменшення величин  $T_c$ ,  $\Delta$  та  $\Omega_g$  з ростом концентрації домішки значно сповільнюється у порівнянні з випадком звичайних надпровідників завдяки ефектам неадиабатичності.

PACS: 74.62.Bf

## 1. Введение

Одной из важных проблем современной теории сверхпроводимости является изучение влияния примесей (немагнитных и магнитных) на термодинамические свойства материалов ВТСП. Важность этой проблемы определяется реальной ситуацией, поскольку свободные носители зарядов, а значит, и сверхпроводимость в этих системах возникает благодаря допированию, которое приводит к существенному неупорядочению системы. Кроме того, в реальных системах могут существовать немагнитная и магнитная примеси.

Трудности решения этой проблемы определяются необычностью объектов исследования, имеющих сложную кристаллическую структуру, особенностями в электронном энергетическом спектре, по-

ниженной плотностью носителей заряда, сильными электронными корреляциями и др. Учет всех этих факторов делает на данном этапе задачу неразрешимой. Поэтому, на наш взгляд, представляет интерес фермижидкостный подход, основанный на факте, что при определенной плотности носителей заряда возникает металлическое состояние, в котором электронные состояния модифицированы, но не разрушены электронными корреляциями. Следовательно, возможен переход в сверхпроводящее состояние с образованием куперовских пар (сценарий БКШ) либо локальных пар (сценарий Шаффрота).

В этом подходе (применяя стандартную теорию Абрикосова и Горькова для систем с хаотически распределенной примесью) выполнены исследования влияния немагнитной примеси на

температуру сверхпроводящего перехода  $T_c$  в различных моделях, позволяющих учитывать перекрытие энергетических полос на поверхности Ферми при фононном [1,2] и нефононном механизмах сверхпроводимости [3], анизотропию электрон-фононного взаимодействия и  $d_{x^2-y^2}$ -симметрию параметра порядка [4], механизм парного туннелирования с  $s$ -спариванием [5] и др. Во всех этих исследованиях зависимость  $T_c$  от концентрации немагнитной примеси возникает благодаря различным анизотропным свойствам рассматриваемой системы. В изотропной системе с  $s$ -спариванием, согласно теореме Андерсона [6], термодинамические свойства сверхпроводника не зависят от концентрации немагнитной примеси.

Отметим также работы [7,8] по влиянию немагнитной примеси на свойства неупорядоченных систем, в которых сделана попытка выйти за рамки подхода Абрикосова–Горькова путем учета пространственного изменения параметра порядка.

В то же время магнитная примесь в изотропной системе существенно подавляет сверхпроводимость благодаря обменно-взаимодействию и распариванию куперовских пар [9].

Исследования в приведенных выше работах основаны на использовании теоремы Мигдала [10], которая позволяет не учитывать вершинные поправки в определении массовых операторов, нормальных и аномальных функций Грина. Эта теорема работает в области больших значений энергии Ферми ( $\epsilon_F \gg \omega_0$ ,  $\omega_0$  — характерная бозонная частота) и больших значений передаваемого импульса ( $q \sim 2p_F$ ).

В оксидных керамиках, органических сверхпроводниках и фуллеренах величины  $\epsilon_F$  и  $\omega_0$  могут быть одного порядка. Передаваемый же импульс  $q \ll 2p_F$  из-за сильных электронных корреляций [11,12]. В результате нарушается теорема Мигдала и возникает необходимость учитывать дополнительные многочастичные эффекты, определяемые вершинными и «пересекающимися» диаграммами. Учет этих эффектов (эффектов неадиабатичности) в чистых сверхпроводниках [13,14] приводит при малых значениях  $q$  к положительным значениям вершинных функций и возможности получить значения  $T_c$ , соответствующие материалам ВТСП при небольших значениях константы электрон-фононного взаимодействия ( $\lambda \sim 0,5-1$ ). Таким образом, пониженная концентрация носителей заряда и сильные электронные корреляции, которые имеют место в материалах ВТСП, могут служить одной из причин возникновения высокотемпературной сверхпроводимости. Поскольку эффекты неадиабатичности

столь существенны, представляет несомненный интерес изучить влияние примеси на величину  $T_c$  с учетом этих эффектов.

В данной работе эта задача решается на основе гамильтониана типа фреilihовского, дополненного взаимодействием электронов с магнитной примесью. Это взаимодействие содержит магнитную и немагнитную части примесного рассеяния и, следовательно, позволяет получить в пределе случай с немагнитной примесью. Мы ставим перед собой задачу обобщить теорию Абрикосова–Горькова [9] по влиянию магнитной примеси на температуру сверхпроводящего перехода в системах с малыми значениями энергии Ферми ( $\epsilon_F \sim \omega_0$ ) и импульса  $q \ll 2p_F$ , в которых нарушается теорема Мигдала [10]. Это исследование будет способствовать пониманию процессов примесного рассеяния в оксидных керамиках, фуллеренах и органических сверхпроводниках, которые являются неадиабатическими системами с сильными электронными корреляциями. Будем рассматривать трехмерную систему с переменной плотностью носителей заряда (произвольное заполнение энергетической зоны).

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведен гамильтониан системы и получены основные уравнения теории сверхпроводимости для неадиабатической системы с парамагнитной примесью. Третий раздел посвящен определению температуры сверхпроводящего перехода: получено уравнение для определения величины  $T_c$ , аналитические выражения в области малых и больших концентраций примеси, а также приведены аналитические формулы для определения вершинных функций. В четвертом разделе получены уравнения для определения параметра порядка  $\Delta$  при  $T = 0$ , энергетической щели  $\Omega_g$ , а также критической концентрации примеси, при которой наступает бесщелевая сверхпроводимость. В разд. 5 выполнены численные расчеты и анализ полученных результатов.

## 2. Основные уравнения

Гамильтониан двухзонной системы с хаотически распределенной магнитной примесью представим в виде

$$H = H_0 + \sum_{\sigma} \int dx \psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{x}) \psi_{\sigma}(\mathbf{x}) \phi(\mathbf{x}) + \sum_{\alpha\beta} \int dx \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{x}) V_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) \psi_{\beta}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

где  $H_0$  — гамильтониан свободных электронов и бозонов; второй член соответствует электрон-бозонному взаимодействию, ответственному за сверхпроводимость; третий член описывает взаимодействие электронов с магнитной примесью;  $\Psi_\alpha(\mathbf{x})$  — оператор уничтожения электрона со спином  $\alpha$  в точке  $\mathbf{x}$ ;  $\Phi(\mathbf{x})$  — бозонный оператор;

$$V_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \sum_n V_{\alpha\beta}(\mathbf{x} - \mathbf{R}_n) = V_1(\mathbf{x})\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \mathbf{S}\sigma_{\alpha\beta} V_2(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_n$  — положение примеси;  $\mathbf{S}$  — спин примеси;  $\sigma$  — спин-матричный вектор;  $V_1$  и  $V_2$  — немагнитная и магнитная части потенциала рассеяния электронов на примеси.

Вводим температурные электронные и бозонную функции Грина:

$$\begin{aligned} G_{\beta\alpha}(xx') &= -\langle T\Psi_\beta(x)\Psi_\alpha^+(x') \rangle; \\ \tilde{F}_{\alpha\alpha'}(xx') &= -\langle T\Psi_\alpha^+(x)\Psi_{\alpha'}^+(x') \rangle; \\ F_{\beta\beta'}(xx') &= -\langle T\Psi_\beta(x)\Psi_{\beta'}(x') \rangle; \\ D(xx') &= -\langle T\Phi(x)\Phi(x') \rangle; \quad x = (x, \tau). \end{aligned} \quad (3)$$

Будем рассматривать совместное влияние электрон-бозонного и электрон-примесного взаимодействий на электронные функции (3). С этой

целью переходим к представлению взаимодействия и используем теорию возмущений [15], рассматривая как электрон-бозонное возмущение, так и электрон-примесное взаимодействие. В полученном ряде теории возмущений выполним усреднение по положениям хаотически распределенных примесей и по ориентациям их спинов по аналогии с тем, как это делается в обычных сверхпроводниках [2,9,16], учитывая наряду с обычными диаграммами (соответствующими адиабатической теории) диаграммы с пересечением двух линий электрон-бозонного, а также линий электрон-бозонного и электрон-примесного взаимодействий. После этого производим суммирование по спиновым переменным и получаем систему уравнений для определения функций Грина  $\bar{G}(\mathbf{p}\Omega)$  и  $\bar{F}(\mathbf{p}\Omega)$ , усредненных по положениям примеси.

Вблизи температуры сверхпроводящего перехода ( $T \sim T_c$ ) в  $\mathbf{p}\Omega$ -представлении решение этих уравнений дает

$$\bar{G}(\mathbf{p}\Omega) = \frac{1}{i\Omega - \epsilon_p - \Sigma_N(\mathbf{p}\Omega)}; \quad (4)$$

$$\bar{F}(\mathbf{p}\Omega) = \bar{G}(-\mathbf{p}, -\Omega) \Sigma_S(\mathbf{p}\Omega) \bar{G}(\mathbf{p}\Omega).$$

При этом выражения для массовых операторов в графическом представлении имеют вид

$$\begin{aligned} \Sigma_N(\mathbf{p}\Omega) &= \Sigma_N^0(\mathbf{p}\Omega) + \text{diagram 1} + \text{diagram 2}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_S(\mathbf{p}\Omega) &= \Sigma_S^0(\mathbf{p}\Omega) + \text{diagram 3} + \text{diagram 4} + \text{diagram 5}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\Sigma_N^0(\mathbf{p}\Omega)$  и  $\Sigma_S^0(\mathbf{p}\Omega)$  содержат диаграммы, соответствующие электрон-бозонному взаимодействию, включая диаграммы с пересечением двух линий электрон-бозонного взаимодействия [14]. Сплошные линии в определении этих величин в

отличие от соответствующих линий [14], так же как и в выражениях (5), (6), представляют полные электронные функции Грина, усредненные по положениям хаотически распределенной примеси и ориентациям спинов. Волнистые линии

относятся к электрон-бозонному взаимодействию, а прерывистые — к электрон-примесному.

В дальнейшем мы используем модельное представление для электрон-бозонного и электрон-примесного взаимодействий:

$$|g_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}|^2 = g^2 \left( \frac{2p_F}{q_c} \right)^2 \theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|); \quad (7)$$

$$U_{\pm}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1) = U_{\pm} \left( \frac{2p_F}{q_{c1}} \right)^2 \theta(q_{c1} - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|), \quad (8)$$

где

$$U_{\pm} = c \left[ V_1^2 \pm \frac{1}{4} S(S+1)V_2^2 \right].$$

Здесь  $c$  — концентрация магнитной примеси;  $q_c$  и  $q_{c1}$  — импульсы обрезания электрон-бозонного и электрон-примесного взаимодействий.

Константа электрон-бозонного взаимодействия (7) выбрана в соответствии с теорией [13,14], согласно которой при  $q_c \ll 2p_F$  вершинные и «пересекающиеся» функции положительны, что приводит к перенормировке константы электрон-бозонного взаимодействия в сторону ее увеличения и, следовательно, к увеличению температуры сверхпроводящего перехода. Малость же параметра  $q_c$  обеспечивается наличием в системе сильных электронных корреляций. Выражение (7) является приближенным отражением результатов работ [11,12], а также [17] по исследованию влияния сильных электронных корреляций на электрон-фононное взаимодействие: электрон-фононное взаимодействие слабо увеличивается при малых значениях передаваемого импульса  $|\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|$  и резко подавляется при больших значениях  $|\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|$  благодаря электронным коррекциям. Множитель  $(2p_F/q_c)^2$  вводят таким образом, чтобы в результате усреднения по поверхности Ферми получить  $g^2$ . Следовательно, в этой модели константа  $\lambda = N_0 g^2$  не зависит от  $q_c$  в согласии с результатом работы [11].

Аналогичная ситуация имеет место и для других рассеивающих механизмов, например, таких как примесное рассеяние. Формула (8) отражает подавление электрон-примесного взаимодействия при  $|\mathbf{p} - \mathbf{p}_1| > q_{c1}$ . Случай  $q_{c1} \ll 2p_F$  соответствует наличию в системе сильных электронных коррекций [11]. Полагаем, что импульсы обрезания  $q_c$  и  $q_{c1}$  являются независимыми величинами.

С учетом (7) и (8) выражения для величин (5) и (6), усредненные по поверхности Ферми, могут быть представлены в следующем виде:

$$\langle\langle \Sigma_N(\mathbf{p}, \Omega) \rangle\rangle_{FS} = \Sigma_N(\Omega) =$$

$$= \frac{1}{\beta V} \sum_{\mathbf{p}_1 \Omega_1} \bar{V}_N(\Omega \Omega_1) \bar{G}(\mathbf{p}_1 \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1} \bar{U}_+ \bar{G}(\mathbf{p}_1 \Omega); \quad (9)$$

$$\langle\langle \Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega) \rangle\rangle_{FS} = \Sigma_S(\Omega) =$$

$$= \frac{1}{\beta V} \sum_{\mathbf{p}_1 \Omega_1} \bar{V}_S(\Omega \Omega_1) \bar{F}(\mathbf{p}_1 \Omega_1) + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1} \bar{U}_- \bar{F}(\mathbf{p}_1 \Omega), \quad (10)$$

где

$$\bar{V}_N(\Omega \Omega_1) = -g^2 D(\Omega \Omega_1) [1 + \lambda \bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega_1)]; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_S(\Omega \Omega_1) = & -g^2 D(\Omega \Omega_1) [1 + 2\lambda \bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega_1) + \\ & + \lambda \bar{P}_c(Q_c \Omega \Omega_1)] - \lambda D(\Omega \Omega_1) [2R_V^I(Q_{c1} \Omega \Omega_1) + \\ & + R_c^I(Q_c \Omega \Omega_1) + R_c^{II}(Q_{c1} \Omega \Omega_1)]; \quad (12) \end{aligned}$$

$$\bar{U}_{\pm} = U_{\pm} [1 + 2\lambda \bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega)]; \quad (13)$$

$$\bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega) = \bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega_1) \Big|_{\Omega_1 = \Omega}.$$

В (11)–(13) использованы определения

$$\begin{aligned} \bar{P}_V(Q_c \Omega \Omega_1) = & -\frac{1}{\beta V} \langle\langle \sum_{\mathbf{p}_2 \Omega_2} \left( \frac{2p_F}{q_c} \right)^2 \frac{1}{N_0} \theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) \times \\ & \times \bar{G}(\mathbf{p}_2 \Omega_2) \bar{G}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) D(\Omega \Omega_2) \rangle\rangle_{FS}; \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_c(Q_c \Omega \Omega_1) = & -\frac{1}{\beta V} \langle\langle \sum_{\mathbf{p}_2 \Omega_2} \left( \frac{2p_F}{q_c} \right)^2 \frac{1}{N_0} \theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) \times \\ & \times \bar{G}(\mathbf{p}_2 \Omega_2) \bar{G}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p} - \mathbf{p}_1, \Omega_2 - \Omega - \Omega_1) D(\Omega \Omega_2) \rangle\rangle_{FS}; \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_V(Q_{c1} \Omega \Omega_1) = & U_+ \langle\langle \sum_{\mathbf{p}_2} \left( \frac{2p_F}{q_{c1}} \right)^2 \times \\ & \times \frac{1}{N_0 V} \theta(q_{c1} - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) \times \\ & \times \bar{G}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}, \Omega_1) \bar{G}(\mathbf{p}_2 \Omega) \rangle\rangle_{FS}; \quad (16) \end{aligned}$$

$$R_c^I(Q_c, \Omega, \Omega_1) = U_- \left\langle \left\langle \sum_{\mathbf{p}_2} \left( \frac{2p_F}{q_c} \right)^2 \frac{1}{N_0 V} \theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \bar{G}(\mathbf{p}_2, \Omega_1) \bar{G}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}, -\Omega) \right\rangle \right\rangle_{FS}; \quad (17)$$

$R_c^{II}$  получается из  $R_c^I$  путем замены  $Q_c \rightarrow Q_{c1}$  и  $\Omega \rightarrow \Omega_1$  ( $Q_c = q_c/2p_F$ ,  $Q_{c1} = q_{c1}/2p_F$ ). Здесь  $\bar{P}_V$  и  $\bar{P}_c$  – вершинная и «пересекающаяся» функции, связанные с электрон-бозонным взаимодействием, а  $\bar{R}_V$  и  $\bar{R}_c$  – соответствующие функции, определяемые электрон-примесным взаимодействием. В соответствии с теоремой Мигдала [10], полагая  $\bar{P}_V = \bar{P}_c = \bar{R}_V = \bar{R}_c = 0$ , получаем для функций Грина (4), а также для формул (9) и (10) соответствующие выражения адиабатической теории [15,16] для сверхпроводников с хаотически распределенной парамагнитной примесью. В рассматриваемых нами неадиабатических системах ( $\epsilon_F \sim \omega_0$ ,  $q \ll 2p_F$ ) теорема Мигдала нарушается и возникает необходимость учета вклада дополнительных многочастичных эффектов: вершинных и «пересекающихся» функций в определении массовых операторов. Мы имеем выражения для операторов  $\Sigma_N$  (9) и  $\Sigma_S$  (10), которые содержат полные функции Грина, учитывающие электрон-бозонное и электрон-примесное взаимодействия во всех порядках теории возмущений. В отличие от адиабатической теории они содержат дополнительные диаграммы с пересечением двух линий электрон-бозонного и линий электрон-бозонного и электрон-примесного взаимодействий (см. (5), (6); первый порядок по неадиабатичности). Для того чтобы ограничиться линейными вкладами по неадиабатичности, в дальнейшем вычисления вершинных и «пересекающихся» функций (14)–(17) выполним с использованием функций Грина  $\bar{G}$  в адиабатическом приближении (см. Приложение).

Бозонный пропагатор  $D(\Omega, \Omega_1)$  и электронную функцию Грина (4) представим в виде

$$D(\Omega, \Omega_1) = - \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2}; \quad (18)$$

$$\bar{G}(\mathbf{p}, \Omega) = [i\tilde{\Omega} - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}}]^{-1}, \quad (19)$$

где  $\tilde{\Omega} = \Omega - \text{Im} \Sigma_N(\Omega)$ ;  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}} = \epsilon_{\mathbf{p}} + \text{Re} \Sigma_N(\Omega)$ .

Подставив выражения (19) в формулы (9), (10) и выполнив интегрирование по энергии в пределах  $-\mu < \epsilon_{\mathbf{p}_2} < W - \mu$  ( $W$  – ширина энергетической зоны;  $\mu$  – химический потенциал) обычным способом, получаем

$$\bar{\Delta} = \frac{\pi N_0}{\beta} \sum_{\Omega_1} \bar{V}_S(\Omega, \Omega_1) \frac{\tilde{\Delta}(\Omega_1)}{\tilde{\Omega}_1} \varphi(\tilde{\Omega}_1, \tilde{\mu}); \quad (20)$$

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \frac{\pi N_0}{\beta} \sum_{\Omega_1} \bar{V}_N(\Omega, \Omega_1) \varphi(\tilde{\Omega}_1, \tilde{\mu}) + \pi N_0 \bar{U}_+ \varphi(\tilde{\Omega}, \tilde{\mu}); \quad (21)$$

$$\tilde{\Delta}(\Omega) = \Sigma_S(\Omega) = \bar{\Delta} + \pi N_0 \bar{U}_- \varphi(\tilde{\Omega}, \tilde{\mu}),$$

где

$$\tilde{\mu} = \mu - \text{Re} \Sigma_N(\Omega) = \mu - \\ - \frac{N_0}{\beta} \sum_{\Omega_1} \bar{V}_N(\Omega, \Omega_1) \psi(\tilde{\Omega}_1, \tilde{\mu}) + \bar{U}_+ \psi(\tilde{\Omega}, \tilde{\mu}); \quad (22)$$

$$\varphi(\tilde{\Omega}, \tilde{\mu}) = \frac{1}{\pi} \left[ \text{arctg} \frac{W - \tilde{\mu}}{\tilde{\Omega}} + \text{arctg} \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\Omega}} \right];$$

$$\psi(\tilde{\Omega}, \tilde{\mu}) = \frac{1}{2} \ln \frac{(W - \tilde{\mu})^2 + \tilde{\Omega}^2}{\tilde{\mu}^2 + \tilde{\Omega}^2}.$$

Благодаря учету вершинных поправок самосогласованная система основных уравнений сверхпроводимости (20), (21) содержит перенормированные величины  $\bar{V}_N$ ,  $\bar{V}_S$ ,  $\bar{U}_{\pm}$ . Зависимость же (22) связана с несимметричными пределами интегралов по энергиям в (9), (10), что характерно для систем с малыми плотностями носителей заряда и узкими энергетическими зонами.

### 3. Температура сверхпроводящего перехода

В дальнейшем будем рассматривать приближение слабой связи ( $\lambda \ll 1$ ) и заменим значения вершинных функций в (20), (21) их значениями при  $\Omega = 0$ ;  $\Omega_1 = \omega_0$  [14]. Определив затем из уравнений (21) отношение  $\tilde{\Delta}/\tilde{\Omega}$ , аналогично тому, как это делается в примесных адиабатических системах, получаем в этом приближении уравнение для параметра порядка  $\bar{\Delta}$  вблизи температуры сверхпроводящего перехода:

$$Z\bar{\Delta}(\Omega) = \lambda_{\Delta} \frac{\pi}{\beta} \times \\ \times \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\bar{\Delta}(\Omega_1)}{\Omega_1 + \Gamma/c \text{sgn} \Omega_1} \varphi(\tilde{\Omega}_1, \tilde{\mu}), \quad (23)$$

где

$$\lambda_{\Delta} = \lambda [1 + 2\lambda\bar{P}_V(Q_c, 0, \omega_0) + \lambda\bar{P}_c(Q_c, 0, \omega_0) + 2R_V(Q_{c1}, 0, \omega_0) + R_c^I(Q_c, 0, \omega_0) + R_c^{II}(Q_c, 0, \omega_0)]; \quad (24)$$

$$Z = Z_0 - \Gamma[1 + \lambda\bar{P}_V(Q_c, \Omega, \Omega)] \times \left[ \frac{W - \tilde{\mu}}{(W - \tilde{\mu})^2 + \Gamma_1^2} + \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\mu}^2 + \Gamma_1^2} \right];$$

$$Z_0 = 1 + \lambda_z \frac{\pi}{\beta\Omega} \sum_{\Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \Phi(\tilde{\Omega}_1, \tilde{\mu}); \quad (25)$$

$$\lambda_z = \lambda[1 + \lambda\bar{P}_V(Q_c, 0, \omega_0)];$$

$$\Gamma = \Gamma_1 - \Gamma_2 = \pi N_0 c V \frac{1}{2} S(S+1); \Gamma_{1,2} = \pi N_0 c U_{\pm};$$

$$f_c = \frac{1}{Z} [1 + 2\lambda\bar{P}_V(Q_c, 0, 0)] \times \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \left( \arctg \frac{\Gamma_1}{W - \tilde{\mu}} + \arctg \frac{\Gamma_1}{\tilde{\mu}} \right) \right]. \quad (26)$$

Выполним далее ряд преобразований в уравнении (23), как это делается в системах с учетом запаздывания [20,21]. На этом пути для определения температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  получаем уравнение

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \rho\right) - \frac{Z}{\lambda_{\Delta}^0} + \frac{Z_0}{\lambda_{\Delta}^0} - J_1(c, \mu) + J_2(c, \mu), \quad (27)$$

здесь  $\Psi$  — пси-функция Эйлера;  $Z_0 = Z|_{c=0}$ ;  $\lambda_{\Delta}^0 = \lambda_{\Delta}|_{c=0}$ .

$$J_1(c, \mu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1} \left[ \frac{\Phi_1(x + \Gamma_1, \mu)}{x + \Gamma f_c / \omega_0} - \frac{\Phi_1(x, \mu)}{x} \right]; \quad (28)$$

$$J_2(c, \mu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2} \left[ \frac{\Phi_1(x + \Gamma_1, \mu)}{x + \Gamma f_c / \omega_0} - \frac{\Phi_1(x, \mu)}{x} \right],$$

где

$$\Phi_1(x, \mu) = \frac{1}{\pi} \left[ \arctg \frac{x}{W - \mu} + \arctg \frac{x}{\mu} \right].$$

Параметр примесного рассеяния  $\rho$  определяется соотношением

$$\rho = \frac{\Gamma f_c}{2\pi T_c}, \quad (29)$$

где  $1/2 \Gamma$  соответствует времени релаксации рассеяния электронов на магнитной части примесного потенциала для адиабатических систем [9,16]; множитель  $f_c$  (26) отвечает перенормировке этого параметра из-за эффектов неадиабатичности.

Температура сверхпроводящего перехода для чистого вещества определяется выражением [18,19]

$$T_{c0} = \frac{2\omega_0 \gamma_e}{\pi \sqrt{e}} \left[ \frac{(W - \mu)\mu}{(W - \mu + \omega_0)(\mu + \omega_0)} \right]^{1/2} \times \exp \left\{ -\frac{Z_0}{\lambda_{\Delta}^0} + \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_0}{W - \mu + \omega_0} + \frac{\omega_0}{\mu + \omega_0} \right) \right\}. \quad (30)$$

Зависимость величины  $T_c$  от примеси содержится в параметре рассеяния  $\rho$ , величинах (28), а также в  $\lambda_{\Delta}$  (24) и  $\lambda_z$  (25). Возникает необходимость вычисления всех вершинных и «пересекающихся» функций и выяснения их зависимости от концентрации примеси и плотности носителей заряда. Для вычисления этих величин мы применяем методику, развитую в работах [14,21] (см. Приложение). Для значений  $2EQ_c^2 < \mu$ ,  $q_c/2p_F = Q_c \ll 1$  и  $\Gamma_{1,2}/\omega_0 \ll 1$  получаем

$$\bar{P}_V(Q_c, 0, \omega_0) = P_V(Q_c, 0, \omega_0) + O(\Gamma_1/\omega_0);$$

$$\bar{P}_c(Q_c, 0, \omega_0) = P_c(Q_c, 0, \omega_0) + O(\Gamma_2/\omega_0);$$

$$R_V(Q_c, 0, \omega_0) \sim \Gamma_1/\omega_0; R_c^I(Q_c, 0, \omega_0) \sim \Gamma_2/\omega_0, \quad (31)$$

где  $P_{V,c}$  — значения соответствующих функций для чистого вещества [18,19], определяемые выражениями

$$P_V(Q_c, 0, \omega_0) = \omega_0 B(0, \omega_0) + \left[ \frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} - \omega_0 B(0, \omega_0) \right] \left[ 1 - \frac{E^2}{\omega_0^2} \frac{1}{2} Q_c^4 \right];$$

$$P_c(Q_c, 0, \omega_0) = \omega_0 B(0, -\omega_0) + \left[ \frac{A(0, -\omega_0)}{\omega_0} - \omega_0 B(0, -\omega_0) \right] \left[ 1 - \frac{E^2}{\omega_0^2} \frac{11}{6} Q_c^4 \right] + \frac{E}{\omega_0} C(0, -\omega_0) Q_c^2, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\omega_0}{\omega_0 + \mu} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\omega_0}{W - \mu + \omega_0}; \\ \omega_0 B(0, \omega_0) &= -\frac{1}{2} \left\{ \frac{(\omega_0 + \mu)[(\omega_0 + \mu)^2 + 2\omega_0^2]}{[(\omega_0 + \mu)^2 + \omega_0^2]^2} + \frac{(W - \mu + \omega_0)[(W - \mu + \omega_0)^2 + 2\omega_0^2]}{[(W - \mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2]^2} \right\}; \\ \omega_0 C(0, \omega_0) &= \frac{1}{2} \left\{ \ln \frac{W - \mu + \omega_0}{\omega_0 + \mu} - \frac{1}{2} \ln \frac{(W - \mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2}{(\omega_0 + \mu)^2 + \omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 + \mu)^2 + \omega_0^2} + \frac{\omega_0^2}{(W - \mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2} \right\}; \end{aligned} \quad (33)$$

кроме того,

$$P_V(Q_c, \Omega, \Omega) = -\frac{\omega_0}{2} \left[ \frac{\mu + \omega_0}{(\mu + \omega_0)^2 + \Omega^2} + \frac{W - \mu + \omega_0}{(W - \mu + \omega_0)^2 + \Omega^2} \right]; \quad (34)$$

$$Z_0(0) = 1 + \lambda_z \left[ \frac{W - \mu}{W - \mu + \omega_0} + \frac{\mu}{\mu + \omega_0} \right]. \quad (35)$$

Нетрудно видеть на основании результатов (31) и определений (24), (25), а также (28), что при  $\Gamma_1/\omega_0$ ,  $\Gamma_1/\mu \ll 1$  имеем  $\lambda_\Delta \approx \lambda_\Delta^0$ ,  $Z \approx Z_0$ ,  $J_i(c, \mu) \approx 0$ , и уравнение (27) принимает вид

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \psi \left( \frac{1}{2} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \rho \right). \quad (36)$$

В результате получаем, что при  $\mu > \omega_0$  и  $\Gamma_{1,2}/\omega_0 \ll 1$  вид уравнения для величины  $T_c$  совпадает с соответствующим уравнением в теории Абрикосова–Горькова [9] (см. также [16]). Отличие состоит в определении температуры сверхпроводящего перехода  $T_{c0}$  для чистого вещества (30) и параметра примесного рассеяния  $\rho$  (29), (26). Величина  $T_{c0}$  (30) в неадиабатической теории может достигать значений, характерных для материалов ВТСП при умеренных значениях константы  $\lambda$  [14, 18], а параметр  $\rho$  (29) содержит перенормировки через величины  $f_c$  и  $T_c$ , обусловленные эффектами неадиабатичности. При этом  $f_c = 1 - \lambda [\omega_0/(\omega_0 + \mu) + \omega_0/(W + \omega_0 + \mu)] < 1$ , а  $T_c$  при той же концентрации примеси значительно больше своего значения в адиабатической теории. Следовательно, происходит существенное уменьшение параметра примесного рассеяния из-за эффекта неадиабатичности.

В предельном случае немагнитной примеси ( $\Gamma = 0$ ) на основании (36) получаем  $T_c = T_{c0}$ , что согласуется с теоремой Андерсона [6] о независимости величины  $T_c$  от концентрации немагнитной примеси. Следовательно, введенное нами модельное представление для электрон-примесного взаимодействия (8) не противоречит основному положению теории сверхпроводимости изотропных примесных систем.

При малых  $\mu$  ( $\mu \sim \Gamma_1$ ) величина  $T_c$  определяется уравнением (27). В пределе  $\Gamma \rightarrow 0$  влияние примеси в этом уравнении сохраняется из-за зависимости входящих в него величин от параметров  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ , содержащих рассеяние электронов на немагнитной части примесного потенциала (см., например (28)). Имеет место нарушение теоремы Андерсона [6], которое не связано с импульсным обрезанием электрон-примесного взаимодействия (8), а является следствием электрон-дырочной асимметрии (из-за несимметричности пределов интегрирования по энергии в выражениях (9), (10)), которая исчезает при  $\mu = W/2$ . Эту асимметрию можно рассматривать как появление анизотропии в системе, наличие же любой анизотропии приводит к нарушению теоремы Андерсона.

На основании (36) в области значений  $\mu > \omega_0$  имеем

$$T_c = T_{c0} - \frac{\pi^2}{2} \frac{\Gamma}{2\pi} f_c \quad \text{при } \rho \ll 1;$$

$$T_c^2 = 6 \frac{\Gamma^2}{\pi^2} f_c^2 \ln \frac{\pi T_{c0}}{\gamma_e \Gamma f_c} \quad \text{при } \rho \gg 1. \quad (37)$$

Эти формулы содержат более слабую зависимость от концентрации примеси, чем в случае обычных сверхпроводников, благодаря эффектам неадиабатичности, приводящим к появлению функции  $f_c < 1$ .

Следовательно, мы имеем ослабление распаривающего влияния парамагнитной примеси на сверхпроводимость из-за дополнительного электрон-фононного взаимодействия, возникающего из диаграмм с пересечением примесных и фононных линий. На основании (37) для критической концентрации примеси, при которой исчезает сверхпроводимость ( $T_c = 0$ ), получаем

$$\Gamma_{cr} = \frac{\pi T_{c0}}{\gamma_e f_c}. \quad (38)$$

Большие значения  $T_{c0}$  и  $f_c < 1$  способствуют большим значениям критических концентраций примеси по сравнению с адиабатическими системами.

#### 4. Параметр порядка $\Delta$ при $T = 0$ и энергетическая щель $\Omega_g$

При  $T < T_c$  выражение для массовых операторов (5) и (6) следует дополнить диаграммами с двумя аномальными функциями Грина, что приводит к дополнительному вкладу в величины  $\bar{V}_N(\Omega\Omega_1)$  и  $\bar{V}_S(\Omega\Omega_1)$ . Однако в приближении слабой связи ( $\omega_0 \gg \Delta$ ), которое рассматривается в данной работе, вклад этих диаграмм мал. Кроме того, вычисление функций  $P_{V,c}$  и  $R_{V,c}$  при  $\omega_0 \gg \Delta$  и  $T = 0$  приводит к тем же результатам, что и в случае  $T = T_c$ . Следовательно, в приближении слабой связи параметры  $\lambda_\Delta$ ,  $Z$  и  $\lambda_z$  определяются выражениями, приведенными выше при  $T = T_c$ .

Исходим из определений массовых операторов (5), (6) и обобщаем методику расчета [9,16] при  $T = 0$  на случай неадиабатических систем. В пределе  $\Gamma_{1,2}/\omega_0$ ,  $\Gamma_{1,2}/\mu \ll 1$  и  $\omega_0 \gg \Delta$  для параметра порядка получаем

$$\ln \frac{\Delta}{\Delta_0} = -\frac{\Gamma f_c}{\Delta} \frac{\pi}{4} \text{ при } \frac{\Gamma f_c}{\Delta} < 1;$$

$$\ln \frac{\Delta}{\Delta_0} = \ln \left\{ \left[ \left( \frac{\Gamma f_c}{\Delta} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} + \left( \frac{\Gamma f_c}{\Delta} \right) \right\} -$$

$$- \frac{\left[ \left( \frac{\Gamma f_c}{\Delta} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}}{\frac{2\Gamma f_c}{\Delta}} - \frac{\Gamma f_c}{2\Delta} \operatorname{arctg} \frac{1}{\left[ \left( \frac{\Gamma f_c}{\Delta} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}} \quad (39)$$

при  $\frac{\Gamma f_c}{\Delta} > 1$ ,

где  $\Delta_0$  – параметр порядка чистого вещества;

$$\Delta_0 = \frac{2\omega_0}{\sqrt{e}} \left[ \frac{(W - \mu)\mu}{(W - \mu + \omega_0)(\mu + \omega_0)} \right]^{1/2} \times \exp \left\{ -\frac{Z_0}{\lambda_\Delta^0} + \frac{1}{4} \left[ \frac{\omega_0}{W - \mu + \omega_0} + \frac{\omega_0}{\mu + \omega_0} \right] \right\}. \quad (40)$$

Выражения (39) при  $\omega_0/\mu$  и  $(W - \mu)/\mu \rightarrow 0$  переходят в соответствующие выражения для адиабатических систем [9,16]. Здесь же мы имеем существенную перенормировку величин  $\Delta_0$  и параметра рассеяния благодаря эффектам неадиабатичности и электрон-дырочной асимметрии.

Для определения энергетической щели рассмотрим плотность электронных состояний аналогично тому, как это делается в [9,16]. Имеем

$$N_S(\Omega) = N_0 \operatorname{Re} \frac{u}{\sqrt{u^2 - 1}}; \quad (41)$$

$$\Delta u = \Omega + i\Gamma f_c \frac{u}{\sqrt{u^2 - 1}}, \quad (42)$$

где  $u = \tilde{\Omega}/\tilde{\Delta}$ .

Максимальное значение  $\Omega$ , при котором плотность электронных состояний равна нулю, соответствует значению энергетической щели  $\Omega_g$  в энергетическом спектре. Находим  $u(\Omega_g)$  из условия  $d\Omega/du = 0$ . В соответствии с (39) имеем

$$u(\Omega_g) = \left[ 1 - (\Gamma f_c/\Delta)^{2/3} \right]^{1/2}; \quad (43)$$

$$\Omega_g = \left[ 1 - (\Gamma f_c/\Delta)^{2/3} \right]^{3/2}.$$

Из этого уравнения следует, что при  $\Gamma f_c = \Delta$  энергетическая щель  $\Omega_g = 0$ .

Воспользовавшись определением  $\Delta$  (39), получаем

$$\Gamma_{\Omega_g=0} = \frac{\Delta_0}{f_c} \exp \left( -\frac{\pi}{4} \right). \quad (44)$$



Последняя формула определяет критическую концентрацию примеси, при которой возникает бесщелевая сверхпроводимость. Эта величина значительно превышает соответствующее значение для адиабатических систем за счет больших значений  $\Delta_0$  и  $f_c < 1$ .

### 5. Численные расчеты и анализ результатов

На основании полученных выше формул видно, что величины  $T_c$ ,  $\Delta$  и  $\Omega_g$  существенно зависят от значений химического потенциала  $\mu$ . При  $\mu \sim \omega_0 \gg \Gamma, \Gamma_1$  уравнения для определения этих величин по виду совпадают с соответствующими выражениями теории Абрикосова–Горькова [9,16]. При этом происходит существенная перенормировка величин  $T_{c0}$ ,  $\Delta_0$ , а также параметра рассеяния  $\rho$ , благодаря учету вершинных и «пересекающихся» функций. Выражения для  $T_{c0}$  (30) и  $\Delta_0$  (40) содержат возможность получения значений, присущих оксидным керамикам [18,19] при промежуточных значениях константы электрон-бозонного взаимодействия. Подавление же сверхпроводимости с ростом концентрации магнитной примеси из-за распаривания куперовских пар заметно замедляется.

На рис. 1 представлена зависимость отношений  $T_c/T_{c0}$ ,  $\Delta/\Delta_0$  и  $\Omega_g/\Delta_0$  от концентрации примесей (от параметра  $\Gamma/\Delta_0^0$ , где  $\Delta_0^0$  – параметр порядка адиабатической беспримесной системы) при  $\mu = W/2$ ;  $Q_c = q_c/2p_F = 0,1$ ,  $\lambda = 0,5$ . Сплошные линии на рисунке соответствуют случаю адиабатических систем ( $m = \omega_0/\mu = 2\omega/W = 0$ ), пунктирные – случаю неадиабатических систем при  $m = 1$ . Этот рисунок дает возможность сравнить поведение указанных выше величин в обычных сверхпроводниках (кривые 1–3) и в высокотемпературных (кривые 1'–3').

Таким образом, получены следующие результаты.

1. Более медленное убывание величин  $T_c$ ,  $\Delta$ ,  $\Omega_g$  в неадиабатических системах с ростом концентрации магнитной примеси по сравнению с обычными сверхпроводниками.

2. Критическая концентрация примеси  $\Gamma_{cr}$ , при которой исчезает сверхпроводимость, и критическая концентрация  $\Gamma_{\Omega_g=0}$ , при которой возникает бесщелевое состояние, значительно увеличиваются благодаря эффектам неадиабатичности.

3. Область бесщелевого состояния  $\Gamma_{cr} - \Gamma_{\Omega_g=0}$  существенно расширяется в рассмотренных выше неадиабатических системах по сравнению

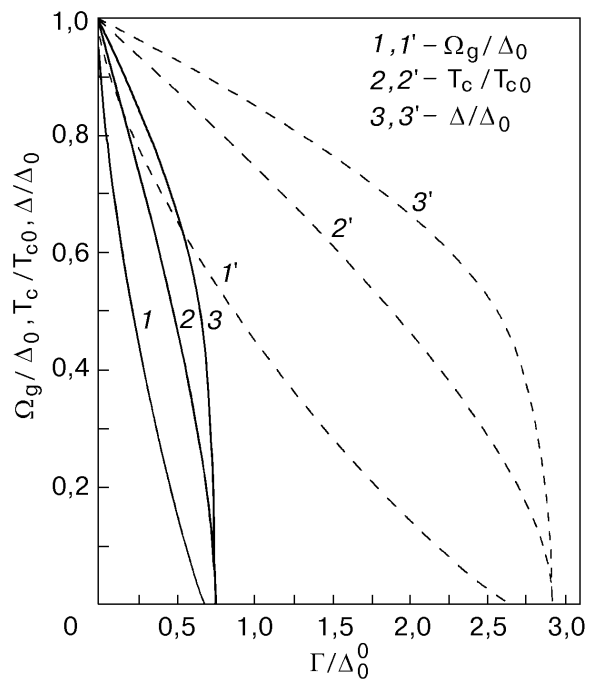


Рис. 1. Зависимость энергетической щели  $\Omega_g$ , критической температуры  $T_c$  и параметра порядка  $\Delta$  при  $T = 0$  от концентрации примеси.

нию с адиабатическими. Получаем  $\Gamma_{cr} - \Gamma_{\Omega_g=0} = 0,066\Delta_0^0$  при  $m = 0$  и  $\Gamma_{cr} - \Gamma_{\Omega_g=0} = 0,257\Delta_0^0$  при  $m = 1$ .

Рассмотренная модель довольно простая, чтобы описать сверхпроводящие свойства таких сложных систем, как материалы ВТСП, которые наряду с наличием сильных электронных корреляций и малой плотности носителей заряда являются сильноанизотропными системами. Однако она позволяет получить качественную картину влияния неадиабатичности на поведение величин  $\Delta$ ,  $T_c$ ,  $\Omega_g$  как функций концентрации магнитной примеси, а также определить значения критических концентраций примеси  $\Gamma_{cr}$  и  $\Gamma_{\Omega_g=0}$  в этих системах.

Полученные нами результаты качественно согласуются с экспериментальными данными по исследованию соответствующих сверхпроводящих свойств лантановых и иттриевых керамик (см., например, [22,23]).

В области малых  $\mu$  ( $\mu \sim \Gamma_1 \ll \omega_0$ ) уравнение для определения  $T_c$  (27) содержит дополнительную примесную зависимость через зависимость входящих в него величин от параметров  $\Gamma_{1,2}$ , которые определяются рассеянием как на магнитной, так и на немагнитной части примесного потенциала (26), (8). В предельном случае немаг-

нитной примеси ( $\Gamma \rightarrow 0$ ) в уравнении (27) сохраняется примесная зависимость от параметра  $\Gamma_{1,2}$ , что приводит к примесной зависимости величины  $T_c$ . Следовательно, в этом случае нарушается теорема Андерсона [6]. Этот результат не противоречит основным положениям теории сверхпроводимости в примесных системах, поскольку здесь мы имеем дело с анизотропной системой (из-за наличия электрон-дырочной асимметрии при малых  $\mu$ ). Как известно, в анизотропных системах теорема Андерсона не выполняется.

В данной работе, следуя [13,14], учтены линейные по неадиабатичности члены (диаграммы, содержащие пересечение двух линий взаимодействия) для примесной системы. При этом выполнено прямое вычисление вершинных и «пересекающихся» функций при малых значениях передаваемого импульса для электрон-фононного и электрон-примесного взаимодействий. В настоящее время имеются и другие подходы и развиты различные методы учета неадиабатичности. Детальный анализ этих методов приведен в работе [24], в которой показано, что метод прямого вычисления вершинных функций, используемый Мигдалом [10], а также Пиетронеро, Грималди и Стресслером [13,14], является наиболее корректным. В частности, он дает правильную оценку величины и знака неадиабатической поправки собственной энергии. Следовательно, можем полагать, что развитая в данной работе теория сверхпроводимости примесных неадиабатических систем, основанная на прямом вычислении вершинных функций, является правильной теорией.

В заключение выражаю благодарность Ф. Г. Кочорбэ за обсуждение результатов, помощь в численных расчетах и оформлении работы.

### Приложение

При вычислении вершинных и «пересекающихся» функций, зависящих от  $\Omega$  и  $q$ , обобщена методика работ [13,14] для случая сверхпроводника с хаотически распределенной парамагнитной примесью. Исходим из определений (14)–(17) и выражения для функции Грина  $\bar{G}(\mathbf{p}, \Omega)$  (19) при  $\Omega = \Omega + \Gamma_1 \text{sgn } \Omega$  и  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{p}} = \epsilon_{\mathbf{p}}$ , что соответствует обычному сверхпроводнику с парамагнитной примесью при  $T = T_c$ . Такое приближение обеспечивает первый порядок по неадиабатичности в определении массовых операторов (5), (6).

Расчеты выполнены в несколько этапов.

1. Произведение соответствующих функций Грина  $\bar{G} \bar{G}$ , входящих в определение функций  $P_{V,c}$ , разложено на простые дроби [13] и выполнено суммирование по  $\Omega_2$ , которое заменено ин-

тегрированием, как это делается при  $T = 0$ . Это приближение оправдано для рассматриваемого нами случая слабой связи ( $T_c \ll \omega_0$ ).

2. Рассмотрен квадратичный закон дисперсии энергии электронов, при этом значение импульса обрезания полагается  $q_c \ll 2p_F$ . При таких значениях  $q_c \mathbf{p} \approx \mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_1 \approx \mathbf{p}_2$ . Этот подход позволяет выразить значения  $\epsilon_{\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}}$  и  $\epsilon_{\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}}$  через выражения, содержащие  $\epsilon_{\mathbf{p}_2}$  и угловые зависимости:

$$\epsilon_{\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_1-\mathbf{p}} \approx \epsilon_{\mathbf{p}_2} + EQ \alpha \cos \varphi ;$$

$$\epsilon_{\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}} \approx \epsilon_{\mathbf{p}_2} + E(1 - Q^2) \frac{\alpha^2}{2} - EQ\sqrt{1 - Q^2} \alpha \cos \varphi ,$$

где  $E = 4E_F$ ,  $q = |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|$ ,  $Q = q/2p_F$ ,  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}_2$ .

3. Выполнено интегрирование по энергии  $\epsilon_{\mathbf{p}_2}$  (плотность электронных состояний  $N(\epsilon) = N_0$ ), а затем проведено угловое интегрирование по  $\alpha$  и  $\varphi$  на основании соотношения

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_2} \rightarrow N_0 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{2} \int_{\mu}^{W-\mu} d\epsilon_{\mathbf{p}_2} .$$

4. Выполнено усреднение по поверхности Ферми согласно формуле

$$P_{V,c}(Q_c, 0, \omega_0) = \left( \frac{2k_F}{q_c} \right)^2 \int \frac{d\Omega_{\mathbf{p}}}{4\pi} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{p}_1}}{4\pi} \times \\ \times \theta(q_c - |\mathbf{p}_F - \mathbf{p}_{1F}|) P_{V,c}(\mathbf{p}_F - \mathbf{p}_{1F}, 0, \omega_0) =$$

$$= \frac{2}{Q_c^2} \int_0^{Q_c} Q dQ P_{V,c}(Q, Q_c, 0, \omega_0) ; Q_c = \frac{q_c}{2p_F} .$$

Результаты этих расчетов приведены в тексте выше. Аналогичный способ вычислений нами использован для примесных вершин  $R_{V,c}$  (подробнее см. [21]).

1. В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, *УФН* **161**, 155 (1991); *Solid State Commun.* **69**, 747 (1989).
2. В. А. Москаленко, Л. З. Кон, М. Е. Палистрант, *Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра*, Кишинев, Штиинца (1989).

3. М. Е. Палистрант, Ф. Г. Кочорбэ, *ФНТ* **26**, 1077 (2000).
4. R. Fehrenbacher and R. M. Norman, *Phys. Rev.* **B50**, 3495 (1994).
5. J. Bang, *Phys. Rev.* **B52**, 1279 (1995).
6. P. W. Anderson, *J. Phys. Chem. Solids* **11**, 26 (1959).
7. M. Franz, C. Kollin, A. J. Berlinsky, and M. J. Salkola, *Phys. Rev.* **B56**, 7882 (1997).
8. V. M. Loktev and Yu. G. Pogorelov, *Physica* **C272**, 151 (1996).
9. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **39**, 1781 (1960).
10. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
11. M. L. Kubic and R. Zeyher, *Phys. Rev.* **B49**, 4395 (1994).
12. R. Zeyher and M. L. Kubic, *Phys. Rev.* **B53**, 2850 (1996).
13. L. Pietronero, S. Strässler, and C. Grimaldi, *Phys. Rev.* **B52**, 10516 (1995).
14. C. Grimaldi, L. Pietronero, and S. Strässler, *Phys. Rev.* **B52**, 10530 (1995).
15. А. А. Абрикосов, Л. Д. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Гос. изд-во физ.-мат. лит., Москва (1962).
16. S. Scalski, O. Betbeder-Matibet, and P. R. Weiss, *Phys. Rev.* **136**, 1500 (1964).
17. M. Grilli and Castelani, *Phys. Rev.* **B50**, 16880 (1995).
18. М. Е. Палистрант and F. G. Kochorbe, *J. Phys. Condens. Matter* **12**, 2217 (2000).
19. М. Е. Палистрант, *ФНТ* **26**, 557 (2000).
20. W. L. McMillan, *Phys. Rev.* **167**, 331 (1968).
21. М. Е. Палистрант, *ТМФ* **119**, 455 (1999).
22. N. Babushkina, A. Inushkin, V. Ozhogin, A. Taldenkov, I. Kobrin, T. Vorob'eva, L. Molchanova, L. Damyanets, T. Uvarova, A. Kuzakov, *Physica* **C185–189**, 901 (1991).
23. J. M. Taracson, P. Bartoux, P. F. Miceli, L. H. Greene, and G. W. Hull, *Phys. Rev.* **B37**, 7458 (1988).
24. O. V. Danylenko and O. V. Dolgov, *Phys. Rev.* **B63**, 094506 (2001).

Superconductivity in impurity systems with low densities of charge carriers and strong electron correlations

M. E. Palistrant

The effect of paramagnetic impurity on superconducting transition temperature  $T_c$ , energy gap  $\Omega_g$  and order parameter  $\Delta$  in systems with lower densities of charge carriers and strong electron correlations is studied. It is shown that the consideration of vertex and intersecting functions which is accounted for by the violation of the Migdal theorem in these system explains, in the weak coupling approximation, the considerable change of the calculated values and, on particular, the increase in  $T_c$  and critical impurity concentration. Decreases in the values of  $T_c$ ,  $\Delta$  and  $\Omega_g$  with increasing impurity concentration become more slower compared to those in conventional superconductors due to the effects of nonadiabaticity.