# Электромагнитные поверхностные волны в слоистых проводниках

# В. М. Гохфельд

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины ул. Розы Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина E-mail: gokhfeld@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 26 октября 2001 г.

С помощью выведенного интегрального дисперсионного уравнения рассмотрены спектральные и релаксационные свойства поверхностных плазменных колебаний в слоистых проводниках с квазидвумерным характером движения носителей заряда. Результаты демонстрируют значительные отличия от случая изотропного металла.

За допомогою виведеного інтегрального дисперсійного рівняння розглянуто спектральні та релаксаційні властивості поверхневих плазмових коливань у шаруватих провідниках з квазідвовимірним характером руху носіїв заряду. Результати демонструють значні відмінності від випадку ізотропного металу.

PACS: 73.20.Mf

#### 1. Введение

Поверхностные плазменные колебания, т.е. высокочастотные электромагнитные волны рэлеевского типа [1,2], содержащие продольную компоненту электрического поля и локализованные вблизи границы раздела металл-вакуум (либо, вообще, проводник-диэлектрик), наблюдались и получили качественно ясную теоретическую интерпретацию [3] уже несколько десятилетий назад. Обзоры [4,5] и специальные главы в монографии [6] (см. также цитированную в них литературу) дают достаточно подробное изложение вопроса. Однако развитая там гидродинамическая теория фактически базируется на изотропной модели металла Друде-Лоренца и лишь в общих чертах может быть применена к реальным проводящим кристаллам. В настоящее время внимание исследователей привлечено к синтетическим металлоподобным соединениям, в том числе органического происхождения, обладающим ярко выраженной слоистой либо цепочечной кристаллической структурой и резкой — достигающей

нескольких порядков — анизотропией как статической, так и высокочастотной электропроводности. Как правило, такие объекты характеризуются эффективно сниженной размерностью электронного энергетического спектра, т.е. открытыми поверхностями Ферми типа «гофрированный цилиндр» либо «гофрированная плоскость» [7].

Последовательный учет влияния анизотропии электронного закона дисперсии на свойства поверхностных плазмонов может быть выполнен лишь в рамках микроскопического описания, основанного на кинетическом уравнении и корректном решении граничной задачи для металлического полупространства<sup>\*</sup>. Такой подход приводит к интегральному дисперсионному уравнению, решая которое (в каждом из геометрически различных частных случаев) можно единым образом описать как дисперсию, так и затухание приповерхностных плазменных волн.

При некоторых упрощающих предположениях это и будет сделано в настоящей работе для слоистого проводника с квазидвумерным энергетическим спектром носителей заряда.

\* Плазменные волны в тонких пленках, а также квантовые эффекты в данной работе не рассматриваются.

#### 2. Вывод дисперсионного уравнения

Пусть волновой вектор **k** и внутренняя нормаль **n** к плоской поверхности образца направлены вдоль главных — как предполагается, взаимно перпендикулярных — кристаллографических осей. Мы рассмотрим так называемую ТМ-волну, в которой вектор электрического поля **E** лежит в плоскости (**k**,**n**). Будем исходить из уравнения Максвелла

$$\nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j}\right) = 0 \tag{1}$$

и (пока) пренебрежем запаздыванием, связанным с конечностью скорости света, оставляя в определении поля лишь скалярный потенциал:  $\mathbf{E} = -\nabla \boldsymbol{\varphi}$ . Тогда в пустом полупространстве  $x_n < 0$  монохроматическая волна имеет вид

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_k \\ E_n \end{pmatrix} = E_n(-0) \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + k\mathbf{n}\cdot\mathbf{x} - i\omega t) \quad (2)$$

(в дальнейших формулах общий временной множитель  $\exp(-i\omega t)$  будем опускать). Внутри же металла ( $x_n \ge 0$ ) плотность тока

$$\mathbf{j} \equiv -e \langle \mathbf{v}\psi \rangle \equiv -\frac{2e}{\left(2\pi\hbar\right)^3} \int \frac{dS_F}{v} \mathbf{v}\psi \qquad (3)$$

следует вычислить с помощью кинетического уравнения

$$v_n \frac{\partial \Psi}{\partial x_n} + i \left( \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega - \frac{i}{\tau} \right) \Psi = -e \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}$$
(4)

для неравновесной части  $\psi$  электронной функции распределения. Здесь **v** — скорость электрона; усреднение в (3) производится по ферми-поверхности  $S_F$ . Таким образом, принимается представление о «резкой» границе металла, снаружи которой ток проводимости отсутствует. Для других проводящих объектов, например для разреженной плазмы, более реалистичной может оказаться модель макроскопически «нерезкой» границы, использованная в [8]. Кстати, именно авторы работы [8] указали на желательность микроскопического (т.е. использующего кинетическое уравнение) описания поверхностных плазменных колебаний.

Поскольку нас интересуют высокие частоты, сравнимые с плазменной и существенно превышающие обратные времена релаксации носителей при низких температурах, мы пренебрежем как объемным, так и поверхностным их рассеянием. Первое означает переход к пределу  $\omega + i/\tau \rightarrow \omega + i0$  в кинетическом уравнении<sup>\*</sup>, а второе — принятие «зеркального» граничного условия<sup>\*\*</sup> к нему:

$$\Psi(+0, v_n) = \Psi(+0, -v_n) .$$
 (5)

Условие (5) существенно облегчает применение метода Фурье для решения системы уравнений (2)–(4): если теперь четным образом продолжить функцию  $E_k(x_n)$  на отрицательную полуось  $x_n$  и нечетным — функцию  $E_n(x_n)$ , то продолженная в соответствии с (4) функция  $\Psi(x_n)$  не будет иметь (неизвестного и подлежащего специальному вычислению) скачка в  $x_n = 0$ , а ток через границу автоматически обратится в нуль. В результате после преобразования Фурье по координате  $x_n$  (с индексом q) плотность тока выражается через тензор нелокальной проводимости  $\sigma_{\alpha\beta}$  таким же образом, как и в неограниченном металле:

$$\tilde{j}_{\alpha}(k,q) = \sigma_{\alpha\beta}\tilde{E}_{\beta}(k,q) ;$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = ie^{2} \left\langle \frac{v_{\alpha}v_{\beta}}{\omega - \mathbf{Q}\cdot\mathbf{v}} \right\rangle ; \mathbf{Q} \equiv \mathbf{k} + \mathbf{n}q \qquad (6)$$

$$(\alpha,\beta = k,n) .$$

В фурье-образах (они отмечены «тильдой») решение системы уравнений (2)–(4) с заданным значением нормальной компоненты поля на границе ( $E_n$ (+0)) имеет вид

$$\tilde{\mathbf{E}} = 2E_n(+0) \, \frac{\mathbf{Q}}{iQ^2 \epsilon(\mathbf{Q}, \omega)} \, ; \tag{7}$$

- Малую мнимую добавку к частоте с положительным знаком ниже следует подразумевать везде, где это требуется для сходимости либо для выбора должных ветвей соответствующих выражений.
- \*\* Строго говоря, «зеркальное» условие оправдано лишь для идеальной границы образца, параллельной кристаллографической плоскости отражения и повторяющей ее симметрию, либо в случаях, в которых существенны малые углы падения частиц (см. [9]), как в рассматриваемом ниже случае В, когда поверхность параллельна слоям. Однако в известных задачах электродинамики металлов учет поверхностного рассеяния обычно лишь численно меняет результаты (см., например, [10–12]). Он важен только тогда, когда имеется значительная группа носителей, достаточно часто сталкивающихся с поверхностью, например, в тонких пленках и/или в магнитном поле.

$$e(\mathbf{Q},\omega) \equiv 1 + \frac{4\pi i}{\omega} \,\sigma(\mathbf{Q},\omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\omega Q^2} \left\langle \frac{(\mathbf{Q}\cdot\mathbf{v})^2}{\mathbf{Q}\cdot\mathbf{v}-\omega} \right\rangle.$$
(8)

Здесь  $\epsilon(\mathbf{Q}, \omega)$  — не что иное как диэлектрическая функция безграничного металла относительно продольных электромагнитных колебаний с волновым вектором  $\mathbf{Q} \equiv \mathbf{k} + \mathbf{n}q$ .

В микроскопическом рассмотрении обе компоненты поля должны быть непрерывными на границе раздела металл-вакуум. Из этого условия, вычисляя  $E_k(+0)$  обратным фурье-преобразованием выражения (7) и приравнивая его  $E_k(-0)$  в (2), получаем интегральное дисперсионное уравнение:

$$1 + \frac{k}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq}{Q^2 \epsilon(\mathbf{Q}, \omega)} = 0 .$$
 (9)

Вместе с определением (8) уравнение (9) в принципе решает поставленную задачу, позволяя найти спектр и затухание поверхностных волн при любом заданном законе дисперсии носителей заряда.

#### 3. Электронный закон дисперсии

Воспользуемся простой, но характерной моделью квазидвумерного энергетического спектра носителей заряда в слоистых проводниках, предложенной в [13]:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} - \frac{\hbar v_{z0}}{a} \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right).$$
(10)

Здесь **р** — квазиимпульс, *а* — период кристаллической решетки в направлении слабой проводимости (ось 0*Z*),  $v_{z0}$  — максимальная *z*-проекция электронной скорости. Последняя предполагается малой по сравнению с  $v_F \equiv \sqrt{2\epsilon_F/m}$ , так что поверхность Ферми есть слабогофрированный открытый цилиндр, ось которого совпадает с  $p_z$ , а параметром, характеризующим анизотропию локальных значений высокочастотной проводимости, служит

$$\mu = \frac{\langle v_z^2 \rangle}{\langle v_x^2 \rangle} = \frac{v_{z0}^2}{v_F^2} \,. \tag{11}$$

В таком же отношении понижается и квадрат плазменной частоты для объемных колебаний, распространяющихся перпендикулярно слоям (вдоль 0*Z*):

$$\Omega_{\perp}^{2} = 4\pi e^{2} \langle v_{x}^{2} \rangle = \frac{4\pi N e^{2}}{m} \equiv \Omega^{2} ;$$

$$\Omega_{z}^{2} = 4\pi e^{2} \langle v_{z}^{2} \rangle = \mu \Omega^{2}$$
(12)

(*N* – концентрация свободных носителей).

В такой модели продольные диэлектрические функции для главных направлений волнового вектора  $\mathbf{K}$ , т.е. вдоль и поперек 0Z, легко вычисляются и равны

$$\epsilon_{z}(K,\omega) = 1 + \frac{\kappa^{2}}{K^{2}} \left( 1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^{2} - K^{2} v_{z0}^{2}}} \right); \quad (13)$$

$$\epsilon_{\perp}(K,\omega) = 1 + \frac{\kappa^2}{K^2} \left( 1 - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - K^2 v_F^2}} \right), \quad (14)$$

где

$$\kappa \equiv \sqrt{4\pi e^2 \langle 1 \rangle} = \Omega \sqrt{2} / v_F = (2e/\hbar) \sqrt{m/a} \quad (15)$$

— декремент статического экранирования<sup>\*</sup>; при  $a \sim 10^{-7}$  см к ~  $10^8$  см<sup>-1</sup>. Формула (13) является точной (см. [14]), тогда как (14) справедлива с точностью до более высоких порядков по  $\mu$ .

Известен и другой способ описания, когда слоистый проводник представляют периодической совокупностью чисто двумерных проводящих слоев, разделенных изолирующей средой с заданной диэлектрической постоянной (см., например, [15–17] и цитируемую там литературу). Однако такая модель представляется применимой скорее к искусственным сверхрешеткам с мезоскопическим периодом, в которых движение электронов в соседних слоях можно считать независимым. Если же речь идет именно о кристалле слоистой структуры, причем с металлическим типом проводимости как вдоль, так и поперек слоев, то следует предпочесть трактовку в терминах квазидвумерного электронного спектра. Разумеется, количественное описание электродинамики реальных слоистых металлов, подобных солям тетратиафульвалена (BEDT-TTF)2I3, может потребовать обобщения модели (10), например, учетом анизотропии ферми-поверхностей в базисной плоскости [18].

В модели (10) плотность состояний (1), а с нею и декремент экранирования к, не зависят от энергии ε. Это
 – свойство квазидвумерного электронного спектра, более общее, чем модель (10) (см. [14]).

# 4. Частоты активации поверхностных плазмонов

Вернемся теперь к дисперсионному уравнению (9) и преобразуем его, вычисляя с помощью (8) вычет интеграла в точке Q = 0, т.е. q = ik. Уравнение принимает вид

$$k \int_{(c)} \frac{dq}{\pi Q^2 \epsilon(\mathbf{Q}, \omega)} = -1 - \epsilon_{0n}^{-1} \sqrt{\epsilon_{0n}} \epsilon_{0k} \equiv G(\omega) , \qquad (16)$$

где контур (c) проходит вдоль оси вещественных q, обходя, однако, сверху указанную точку. Правая часть (16) не зависит от k: она определяется локальными значениями парциальных диэлектрических функций для кристаллографических направлений, параллельных **k** либо **n**,

$$\epsilon_{0\alpha} = 1 - \frac{4\pi e^2 \langle v_{\alpha}^2 \rangle}{\omega^2} \equiv 1 - \frac{\Omega_{\alpha}^2}{\omega^2} \quad (\alpha = k, n) , \quad (17)$$

где  $\Omega_{\alpha}$  — соответствующие активационные частоты объемных плазменных колебаний (см. (12)). Именно в случаях (назовем их А и В соответственно), когда один из векторов **k**, **n** ортогонален слоям,

$$G(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)(\mu\Omega^2 - \omega^2)}} - 1 \quad (18)$$

если же оба вектора лежат в плоскости слоев (случай С), то в (18) надо положить  $\mu = 1$ . Эта функция принимает положительные значения начиная со значений частоты

$$\omega_{\mu} = \Omega \sqrt{\mu/(1 + \mu)}$$
 (в случаях А, В)  
и  $\omega_{1} = \Omega/\sqrt{2}$  (в случае С), (19)

которые, таким образом, и дают начало спектра поверхностных плазмонов в пренебрежении запаздыванием ( $c \rightarrow \infty$ ). Видно, что геометрия С фактически эквивалентна случаю изотропного металла и может быть использована для сравнения с ним.

# 5. Приближенное решение дисперсионного уравнения

Решая уравнение (16), следует учесть, что прямому экспериментальному наблюдению<sup>\*</sup> доступны лишь сравнительно длинные поверхностные волны, т.е. волновые числа k, малые по сравнению с соответствующими параметрами электронной подсистемы металла, такими как к либо  $k_F$  (в «хороших» металлах порядковые значения этих величин совпадают). Поэтому резонно ограничиться основным приближением по k, в котором дисперсионное уравнение можно переписать в виде

$$k(\omega) \int_{-\infty+i0}^{+\infty+i0} \frac{dq}{\pi q^2 e(\mathbf{n}q,\omega)} = G(\omega) \equiv G(f,\mu) \quad (20)$$

(в некоторых из дальнейших формул удобно использовать приведенную частоту  $f \equiv \omega/\Omega$ ). Знаменатель подынтегрального выражения дается теперь формулами (13) либо (14) и интеграл вычисляется элементарно: в случаях A и C он равен сумме вычета в точке

$$q_0(f) = i\kappa \sqrt{1 - g(f)} , \ g(f) \equiv f \frac{f + \sqrt{f^2 + 8}}{4} ,$$
 (21)

и вклада точки ветвления

$$q_1(f) = \frac{\kappa f}{\sqrt{2}} = \frac{\omega + i0}{v_F} \,. \tag{22}$$

Последний вклад, т.е. интеграл по соответствующему разрезу в плоскости комплексных q, является чисто мнимым и описывает бесстолкновительное затухание Ландау: оно неизбежно имеет место в системе, где есть частицы, движущиеся в фазе с волной.

В случае же В, как видно из сравнения выражений (13), (14), результат интегрирования сводится к предыдущему с заменой  $f \rightarrow f/\sqrt{\mu}$ . Суммируя сказанное, можно представить результаты в виде

A) 
$$\mathbf{k} \parallel 0Z$$
:  $k[R(f) - i\Gamma(f)] = \kappa G(f,\mu);$  (23)

B) 
$$\mathbf{n} \parallel 0Z$$
:  $k[R(f/\sqrt{\mu}) - i\Gamma(f/\sqrt{\mu})] = \kappa G(f,\mu)$ ; (24)

C) 
$$\mathbf{k} \times \mathbf{n} \parallel 0Z$$
:  $k[R(f) - i\Gamma(f)] = \kappa G(f, 1),$  (25)

где  $R/\kappa$  и  $\Gamma/\kappa$  – вещественная и мнимая части интеграла в (20):

$$R(f) = \frac{1}{\sqrt{1 - g(f)}} \frac{f^2}{f^2 - g^3(f)};$$
 (26)

В таких опытах длина волны фиксируется с помощью расположенной вблизи образца дифракционной решетки, период которой, разумеется, превосходит микроскопические длины 1/к либо 1/k<sub>F</sub> [17].

$$\Gamma(f) = \frac{f\sqrt{2}}{\pi} \int_{0}^{0} \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} \frac{u^2}{1+(1+f^2(1+u^2)/2)^2 u^2} \,.$$
(27)

Вблизи начала спектра

 $\infty$ 

$$G(f,\mu) \approx (1+\mu)(f-f_{\mu})f_{\mu}^{-3}; f_{\mu} = \sqrt{\mu/(1+\mu)}$$
 (28)

(см. (18), (19)), а в остальные функции приведенной частоты f можно приближенно подставить  $f = f_{\mu}$ . Таким образом, дисперсионные соотношения для поверхностных волн имеют вид

$$\omega(k) \approx \Omega \sqrt{\mu/(1+\mu)} \left( 1 + \mu \frac{R - i\Gamma}{(1+\mu)^2} \frac{k}{\kappa} \right), \quad (29)$$

где, как нетрудно сосчитать по формулам (26), (27), величины R и  $\Gamma$  в рассматриваемых частных случаях принимают следующие значения:

A) 
$$R\left(\sqrt{\mu/(1+\mu)}\right) \approx 1;$$
  
 $\Gamma\left(\sqrt{\mu/(1+\mu)}\right) \approx -0.449\sqrt{\mu} \ln \sqrt{\mu};$   
B)  $R\left(1/\sqrt{(1+\mu)}\right) \approx \sqrt{3/2} \mu^{-3/2};$   
 $\Gamma\left(1/\sqrt{(1+\mu)}\right) \approx \Gamma(1) \approx 0.096;$   
C)  $R(\sqrt{1/2}) \approx 3.512; \Gamma(\sqrt{1/2}) \approx 0.114.$ 
(30)

Групповая скорость колебаний  $V = \text{Re} (\partial \omega / \partial k)$  определяется величиной R и, следовательно, в основном приближении по  $\mu << 1$  равна

A) 
$$V \approx v_{z0} \frac{\mu}{\sqrt{2}}$$
; B)  $V \approx v_F \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; C)  $V \approx 0.439 v_F$ .  
(31)

Скорость аномально мала ( $V \propto \mu^{3/2}$ ) для волны, распространяющейся по перпендикулярной слоям грани кристалла; такие волны могли бы найти применение в «линиях задержки». Отметим также специфическую (обусловленную малостью параметра анизотропии) малость относительного затухания  $\Gamma/R$  в случаях А и В; в случае же С, качественно эквивалентном изотропному металлу, бесстолкновительное затухание оказывается малым лишь численно.

#### 6. О точном решении

Следует указать, что использование основного приближения по k (т.е. переход к уравнению (20)), хотя и оправдано физически, вовсе не



Рис. 1. Дисперсия поверхностной моды в симметричном случае С (в пренебрежении запаздыванием). Частота отложена в единицах  $\Omega$ , волновое число — в единицах к (см. формулы (12), (15)).

является необходимым с вычислительной точки зрения: по крайней мере численный расчет дисперсионных кривых может быть выполнен непосредственно по формуле (9) (или (16)). В симметричном же случае С, когда  $\epsilon(\mathbf{Q}, \omega) = \epsilon_{\perp}(Q, \omega)$  (см. (14)), точное дисперсионное соотношение нетрудно получить и в аналитическом виде. Вычисляя вычет интеграла в (16) в точке  $Q \equiv (k^2 + q^2)^{1/2} = q_0(f)$ , находим

$$R(f,k) = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2/\kappa^2 - g(f_{})}} \frac{f^2}{f^2 - g^3(f_{})}, \quad (32)$$

где функция g(f) определена в (21). Подставляя (32) вместо R(f) в соотношение (25) и пренебрегая малым затуханием, получаем

$$k(f) = \kappa H(f) \left( \frac{1 - g(f)}{1 - H^2(f)} \right)^{1/2},$$
  
$$H(f) = \frac{2f^2 - 1}{1 - f^2} \left( 1 - \frac{g^3(f)}{f^2} \right).$$
(33)

Эта зависимость, однако, не слишком отличается от линейной (см. рис. 1), что подтверждает достаточную точность использованного выше приближения.

#### 7. О возможности инверсного спектра

Полученные результаты позволяют качественно рассмотреть неоднократко обсуждавшуюся в литературе возможность инверсного спектра поверхностных плазмонов: согласно [6], убывание  $\omega(k)$  при малых k наблюдалось экспериментально. Поскольку функция  $R(\omega)$  положительна (26), а  $G(\omega)$  знакопеременна (18), (28), наши уравнения (20), (23)–(25) в принципе допускают и отрицательные значения k; но это означало бы неограниченное возрастание поля в пустом полупространстве (при  $x_n \to -\infty$ ; см. (2)). Если, однако, пустая (либо диэлектрическая) область представляет собой слой конечной толщины, например, в волноводе между двумя металлическими поверхностями, то нарастающие решения в ней допустимы, и они могли бы привести к убыванию  $\omega(k)$  на начальном участке спектра.

### 8. Учет запаздывания

Учтем теперь конечность скорости света c, рассматривая дисперсию ТМ-волн в предельно длинноволновом диапазоне, т.е. при волновых числах k, сравнимых с  $\omega/c$ . Это означает, что вместо (1) следует решать уравнения Максвелла

$$c^2 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \omega^2 \mathbf{E} + 4\pi i \omega \mathbf{j}$$
 (34)

Действуя методом Фурье при тех же предположениях, что и в разд. 2, и «сшивая» решения, полученные для металла и вакуума, нетрудно получить общее дисперсионное уравнение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dq \, \frac{\epsilon_n p^2 - k^2}{\pi D} = \sqrt{k^2 - p^2} \,, \qquad (35)$$

где

$$D(q,k,\omega) \equiv Q^{2} \epsilon(\mathbf{Q},\omega) - p^{2} (\epsilon_{k} \epsilon_{n} - S^{2}) ;$$
  

$$\epsilon_{\alpha} \equiv 1 + \frac{4\pi i \sigma_{\alpha\alpha}}{\omega} ; \quad S \equiv \frac{4\pi i \sigma_{kn}}{\omega} ; \quad k > p \equiv \frac{\omega}{c}$$
(36)

(см. (6), (8); последнее неравенство обеспечивает убывание поля при удалении от металла). Это уравнение сложнее, чем (9) (уравнение (36), естественно, переходит в (9) при  $p \rightarrow 0$ ), однако, поскольку характерные скорости в электронной подсистеме много меньше *c*, второе слагаемое в *D* следует считать малым. Поэтому, вычисляя интеграл в (35) при достаточно малых *k*, мы вправе ограничиться лишь вычетом при малых *Q*, т.е. подставить в *D* локальные значения диэлектрических функций  $\epsilon_{0\alpha}$  из (17); перекрестная же проводимость в локальном случае отсутствует,  $S_0 = 0$ . В результате дисперсионное уравнение для длинных волн имеет вид

$$k^{2} = \frac{\omega^{2}}{c^{2}} e_{0n} \frac{1 - e_{0k}}{1 - e_{0k} e_{0n}}.$$
 (37)

Специфика слоистого проводника проявляется здесь лишь в различии значений локальной проводимости вдоль и поперек слоев. Используя определения (12), в трех рассмотренных геометрических случаях находим

A) 
$$\mathbf{k} \parallel 0Z$$
:  $k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left[ \mu \frac{\Omega^2 - \omega^2}{\mu \Omega^2 - \omega^2 (1 + \mu)} \right]^{1/2}$ ;  
B)  $\mathbf{n} \parallel 0Z$ :  $k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left[ \frac{\mu \Omega^2 - \omega^2}{\mu \Omega^2 - \omega^2 (1 + \mu)} \right]^{1/2}$ ;  
C)  $\mathbf{k} \times \mathbf{n} \parallel 0Z$ :  $k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left[ \frac{\Omega^2 - \omega^2}{\Omega^2 - 2\omega^2} \right]^{1/2}$ . (38)

Таким образом, в длинноволновом пределе мы имеем почти свободную электромагнитную волну ( $\omega \approx kc$ ), а затем, в соответствии с (19), частота выходит на предельное значение  $\Omega \sqrt{\mu/(1+\mu)}$ , причем различным образом в случаях A и B; в случае C, как и в изотропном металле, это значение есть  $\Omega/\sqrt{2}$ . Соответствующие графики при  $\mu = 0,1$  показаны на рис. 2.

Разумеется, «локальный» результат (37), (38) можно получить, просто решая задачу макроскопически, т.е. выражая ток в (34) через локальные значения тензора проводимости, а затем сшивая тангенциальные компоненты поля  $E_b$  и нормальные



*Рис.* 2. Дисперсионные кривые (с учетом запаздывания) в длинноволновой области в геометриях А, В и С;  $\mu = 0,1$ . Частота отложена в единицах  $\Omega$ , волновое число — в единицах  $\Omega/c$  (см. (12)).

— индукции  $\epsilon_{0n}E_n$  (причем в вакууме  $\epsilon_{0n} \equiv 1$ ). Однако мы сочли полезным привести общий вид интегрального дисперсионного уравнения (35), (36).

#### 9. Заключение

Итак, мы обнаружили ряд особенностей в спектре и затухании плазменных волн ТМ-типа, распространяющихся вдоль поверхности слоистого проводящего кристалла, по сравнению с изотропным металлом при той же концентрации носителей (либо с симметричным случаем C, когда ферми-поверхность изотропна в плоскости (**k**,**n**)):

 существенное понижение активационной частоты в асимметричных случаях, когда волновой вектор либо нормаль к поверхности ортогональны слоям (А, С в (19));

 сильное замедление поверхностной моды, распространяющейся перпендикулярно слоям: ее групповая скорость оказывается много меньше, чем даже малая фермиевская скорость в этом направлении (случай А в (31));

— относительное затухание (речь идет о бесстолкновительном затухании в режиме  $\omega \tau >> 1$ ), т.е. отношение  $\Gamma/R$ , оказывается малым во всех трех геометриях (30). Однако если для С эта малость лишь численная, то в характерных для слоистого проводника асимметричных случаях А и В она связана с малостью параметра анизотропии  $\mu$ .

Такие свойства слоистых проводящих кристаллов могут представлять значительный интерес в плане их практического использования в СВЧприборах.

- 1. J. Rayleigh, Proc. London Math. Soc. 17, 4 (1885).
- 2. R. Stoneley, Proc. Roy. Soc. London A106, 416 (1924).
- 3. R. H. Ritchie, Progr. Theor. Phys. 29, 607 (1963).
- 4. R. C. Browm and N. H. March, *Phys. Rep.* C24, 77 (1976).
- 5. G. Barton, Rep. Progr. Phys. 42, 963 (1979).

- 6. N. H. March and M. Parrinello, *Collective Effects in Solids and Liquids*, Adam Hilger Ltd., Bristol (1982); Н. Марч, М. Паринелло, Коллективные эффекты в твердых телах и жидкостях, Мир, Москва (1986).
- J. Vosnitza, Fermi Surfaces of Low-Dimensional Organic Metals and Superconductors, Springer Tracts of Modern Physics 134 (1996).
- А. Я. Бланк, В. Л. Березинский, ЖЭТФ 75, 2317 (1978).
- 9. А. Ф. Андреев, УФН 105, № 1, 113 (1971).
- G. E. Reuter and E. N. Sondheimer, *Proc. Roy. Soc. London* A195, 336 (1948).
- L. E. Hartmann and J. M. Luttinger, *Phys. Rev.* 151, 430 (1966).
- В. М. Гохфельд, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, ЖЭТФ 92, 523 (1987).
- 13. В. М. Гохфельд, М. И. Каганов, В. Г. Песчанский, *ФНТ* **12**, 1173 (1986).
- V. M. Gokhfeld and V. G. Peschansky, Nonlocal Acoustoelectronic Effects in Metals and Layered Conductors, Sov. Sci. Rev. A17, Phys. Harwood Acad. Publ. Gmbh (1993).
- 15. Л. Н. Булаевский, УФН **116**, 449 (1974).
- 16. V. M. Gvozdikov, *ФНТ* 26, 776 (2000).
- T. Ando, A. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* 54, #2 (1982); Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, Электронные свойства двумерных систем, Мир, Москва (1985).
- В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, Д. А. Торяник, ФНТ 24, 371 (1986).

# Electromagnetic surface waves in layered conductors

# V. M. Gokhfeld

Using the integral dispersion equation derived, we consider the spectral and relaxation properties of surface plasma oscillations in layered conductors with quasi-two-dimensional motion of charge carriers. The results manifest essential distinctions from the case of isotropic metal.