

**В. Л. Пазынин**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: pazynin@ire.kharkov.ua*

### ЭФФЕКТ ЗАПИРАНИЯ ИЗГИБА ВОЛНОВОДА ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ ВТОРОЙ МОДЫ

В работе построена строгая математическая модель дифракции электромагнитной волны в изгибе плоскопараллельного волновода. Численное моделирование такого волноводного изгиба выявило эффект его полного запертия на частоте вблизи критической частоты второй моды. Установлена резонансная природа этого эффекта, которая заключается в возбуждении запирающего колебания в такой волноводной неоднородности. Сделано заключение, что изгиб волновода можно рассматривать как волноводный резонатор открытого типа. Актуальность решенной задачи обусловлена широким применением волноводных изгибов в технике СВЧ. Ил. 5. Библиогр.: 34 назв.

**Ключевые слова:** волноводный изгиб, волноводный излом, резонанс полного отражения, метод конечных разностей.

Эффект запертия волновода его изломом вблизи критической частоты второй моды хорошо известен [1–3]. Причина возникновения этого эффекта – возбуждение запирающего колебания в такой волноводной неоднородности. В месте излома волновод приобретает дополнительный объем  $OABC$  (рис. 1, а), в котором, при соблюдении определенных условий, может возбуждаться колебание с числом вариаций поля в поперечном направлении большим, чем у падающей волны. Оба волноводных плеча для такого колебания являются запертыми, и само оно оказывается сравнительно высокодобротным ( $Q > 10^3$ ) вследствие слабой связи с распространяющимися волнами. Электромагнитная энергия, поступающая с первичной волной, в стационарном состоянии должна отводиться в одно (или оба) из плеч волновода на основной моде. Для волноводного излома, показанного на рис. 1, а, энергия на резонансной частоте полностью излучается в подводящее плечо, и в системе имеет место резонанс полного отражения. Другое название для этого явления – резонанс на запертой моде [1].

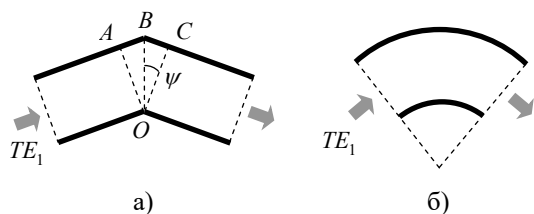


Рис. 1. Геометрия  $H$ -плоскостного излома (а) и изгиба (б) плоскопараллельного волновода

Вполне естественно ожидать обнаружить подобный эффект и в волноводных изгибах (рис. 1, б). Естественно, во-первых, потому, что любой изгиб может быть представлен как последовательность изломов с достаточно малыми углами  $\psi$ . Во-вторых, потому, что  $H$ -плоскост-

ной изгиб имеет меньшую критическую частоту, чем регулярный волновод того же сечения [4], что делает возможным появление в таком объекте резонанса на запертой моде.

Однако на сегодняшний день, насколько известно автору, в волноводных изгибах этот эффект не обнаружен. Исключением (в какой-то степени) можно считать работы [5, 6]. В первой из них зафиксирован рост модуля коэффициента отражения для  $H$ -плоскостного изгиба прямоугольного волновода с нулевым радиусом кривизны «на частоте, соответствующей появлению новой моды» («...at the frequency 15.7 GHz corresponds to the appearance of a new mode»). Однако представленные в этой работе численные данные не позволяют надежно идентифицировать резонанс полного отражения, т. е. с модулем коэффициента отражения, равным 1. Кроме того, в [5] неверно определена и частота запертия как частота отсечки второй моды. Как будет показано ниже, запертие волноводного изгиба происходит – как и в случае волноводных изломов – на частотах, меньших критической частоты второй моды. В работе [6] верно установлена природа резонанса на запертой моде, возникающего в  $H$ -плоскостном изгибе, но не представлены расчетные данные, которые свидетельствовали бы о полном отражении падающей волны на резонансной частоте.

Отсутствие исчерпывающей информации о резонансных явлениях в изгибах волновода заставляет вернуться к задаче дифракции волн в таких объектах. Актуальность этой задачи обусловлена широким применением на практике как собственно изгибов, так и устройств на их основе [7].

История исследований волноводных изгибов охватывает около столетия ([4–25], а также библиографический список в [13]). За это время было разработано множество методов моделирования электродинамических характеристик таких

изгибов: приближенные [8–12, 14], численно-аналитические [4, 13, 15–18, 23], численные [20–22, 24–25]. Основными препятствиями, не позволившими надежно зафиксировать этот эффект, были либо определенные изъяны в использованных математических моделях (например, предположения о малости кривизны волновода [10, 11, 14]), либо целенаправленный поиск режимов работы изгиба, при которых уровень отраженной волны был бы минимален (например, [25]). Использование численных методов, таких как метод моментов [20], частичных областей [21], конечных разностей [22], также пока не привело к обнаружению резонанса полного отражения от изгиба. (За исключением упомянутой выше работы [6], в которой использовался метод частичных областей.) Хотя сами по себе эти численные методы являются строгими, но сложность аппроксимации криволинейных границ вычислительной области и/или постановки корректных условий на виртуальных границах в сечениях волновода требует исключительно филигранной их компьютерной реализации. На сегодняшний день примеров таких реализаций, надежно фиксирующих резонанс полного отражения, нет. Положение не спасает и привлечение коммерческих вычислительных пакетов [25].

В настоящей работе построена строгая математическая модель дифракции электромагнитной волны в  $H$ -плоскостном изгибе плоскопараллельного волновода. Эта модель основана на строгой постановке и дальнейшем численном решении начально-краевой задачи для волнового уравнения в изгибе волновода. Решение этой задачи строится во временной области методом конечных разностей. Затем полученные данные конвертируются в частотную область с помощью интегрального преобразования Фурье. Полученные данные численного эксперимента надежно подтверждают наличие резонансов полного отражения в таком объекте и содержат всю необходимую информацию о них: резонансные частоты, добротности, структуру стоячих волн и т. п.

**1. Математическая модель.** Общий вид исследуемой структуры представлен на рис. 2. Изгиб плоскопараллельного волновода в  $H$ -плоскости состоит из трех фрагментов: двух регулярных, содержащих границы вычислительной области  $L_1$  и  $L_2$ , и состыкованного с ними изогнутого с радиусом кривизны средней линии  $R$  и углом поворота  $\Phi$ .

Ищется решение задачи возбуждения такой волноводной неоднородности  $TE_1$ -волной (вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости чертежа), приходящей со стороны виртуальной границы  $L_1$  с амплитудой  $u_1^{inc}(z, t)$ :

$$E_x^{inc}(y, z, t) = u_1^{inc}(z, t)\mu_1(y), \quad (1)$$

$$\mu_1(y) = \sqrt{\frac{2}{W}} \sin \frac{\pi y}{W}.$$

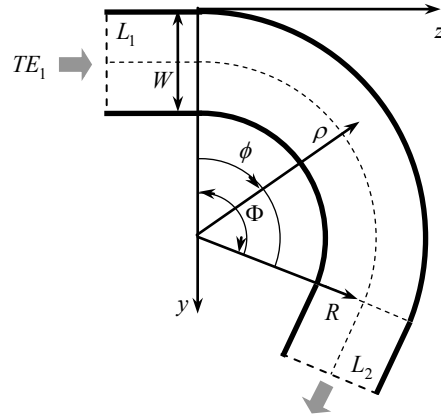


Рис. 2. Общий вид исследуемого волноводного изгиба

Математически поиск этого решения сводится к решению начально-краевой задачи для волнового уравнения в области, ограниченной стенками волновода и границами  $L_1$  и  $L_2$ . В регулярных фрагментах начально-краевая задача формулируется в декартовой системе координат  $\{x, y, z\}$ , в изогнутом – в полярной  $\{\rho, \phi, x\}$ . На границах этих фрагментов налагается условие непрерывности поля и его нормальной производной. На металлических стенках волновода – условие  $E_x = 0$ , а на виртуальных границах  $L_1$  и  $L_2$  – точное нелокальное поглощающее условие [26–29]

$$\left. \frac{\partial u_n(z, t)}{\partial z} \right|_{L_1, L_2} = \mp \left. \frac{\partial u_n(z, t)}{\partial t} \right|_{L_1, L_2} + \lambda_n \int_0^t u_n(z, t) \frac{J_1(\lambda_n(t-\tau))}{t-\tau} d\tau, \quad \left\{ \begin{matrix} L_2 \\ L_1 \end{matrix} \right\}, \quad (2)$$

позволяющее корректно свести открытую задачу (во всей полости бесконечно протяженного волновода) к закрытой (в полости, ограниченной границами  $L_1$  и  $L_2$ ). Здесь  $\lambda_n = n\pi/W$  – поперечное собственное число плоскопараллельного волновода,  $J_1$  – функция Бесселя,  $u_n$  – амплитуды собственных волн волновода:

$$E_x(y, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(z, t)\mu_n(y), \quad \mu_n(y) = \sqrt{\frac{2}{W}} \sin \frac{n\pi y}{W},$$

$$u_n(z, t) = \int_0^W E_x(y, z, t)\mu_n(y)dy.$$

Решение этой начально-краевой задачи строится методом конечных разностей. Порядок аппроксимации разностной схемы по пространственным и временным переменным – второй. Deta-

ли постановки начально-краевой задачи и ее дискретизации приведены в работе [30]. Отметим здесь только несколько важных для дальнейшего изложения моментов. Во-первых, в рамках построенной модели время  $t$  есть произведение истинного времени  $\tilde{t}$  на скорость света в вакууме  $c$  ( $t = c\tilde{t}$ ) и измеряется в метрах [26–30]. (Размерности остальных физических единиц определяются системой СИ.) Такая переменная времени удобна при сравнении пространственных и временных характеристик объектов, например, длительности импульса и геометрических размеров волновода. Во-вторых, как было сказано выше, все временные характеристики, получаемые в результате решения начально-краевой задачи, – амплитуды уходящих волн на виртуальных границах, например, – могут быть легко конвертированы в частотную область с помощью интегрального преобразования Фурье:

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ikt} dt. \quad (3)$$

В-третьих, из фурье-образов амплитуд отраженных  $\tilde{u}_m^{refl}(k)$  и прошедших  $\tilde{u}_m^{tran}(k)$  через изгиб волн легко определяются энергетические коэффициенты отражения  $R_{mn}$  и прохождения  $T_{mn}$  [1, 26]:

$$R_{mn}(k) = \frac{|\tilde{u}_m^{refl}(k)|^2}{|\tilde{u}_n^{inc}(k)|^2} \frac{\sqrt{k^2 - \tilde{k}_m^2}}{\sqrt{k^2 - \tilde{k}_n^2}}, \quad (4)$$

$$T_{mn}(k) = \frac{|\tilde{u}_m^{tran}(k)|^2}{|\tilde{u}_n^{inc}(k)|^2} \frac{\sqrt{k^2 - \tilde{k}_m^2}}{\sqrt{k^2 - \tilde{k}_n^2}}. \quad (5)$$

Здесь  $n$  – номер первичной волны ( $n = 1$ );  $m$  – номер прошедшей или отраженной волны;  $\tilde{k}_n = n\pi$  – критические частоты волновода;  $k \geq \tilde{k}_m, \tilde{k}_n$ . (Полагаем для простоты ширину волновода  $W$  равной 1.)

Численный эксперимент, проведенный в настоящей работе, состоял из следующих основных шагов. Сначала моделировалось прохождение через волноводный изгиб импульса, заданного на  $L_1$  временной зависимостью

$$u_1^{inc}(t) = AS(t)\cos(k_c(t-T)) \frac{\sin(k_s(t-T))}{t-T}; \quad (6)$$

$$S(t) = x^2(3-2x); \quad (7)$$

$$x(t) = \begin{cases} (t-t_0)/(T-t_0), & t_0 \leq t \leq T, \\ (t-t_1)/(T-t_1), & T < t \leq t_1, \\ 0, & t < t_0, t > t_1 \end{cases} \quad (8)$$

со значениями параметров  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 40$ ,  $T = 20$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 6,5$ ,  $k_s = 3,5$ . График этой зависимости

приведен на рис. 3, а. Выбор такого импульса обусловлен удобством проведения численных экспериментов: его спектральные амплитуды (3) сосредоточены в требуемой полосе частот  $k_c \pm k_s$ , а их модуль принимает в ней значение, близкое к постоянному. При указанных значениях параметров рабочая полоса частот импульса (6) соответствует полосе, в которой волновод поддерживает распространение первых двух собственных мод ( $\pi \leq k \leq 3\pi$ ), а модуль амплитуды  $|\tilde{u}_1^{inc}(k)| \approx 1$  (рис. 3, б). Последнее означает, что деление в (4) и (5) будет выполняться с минимальными потерями значащих цифр.

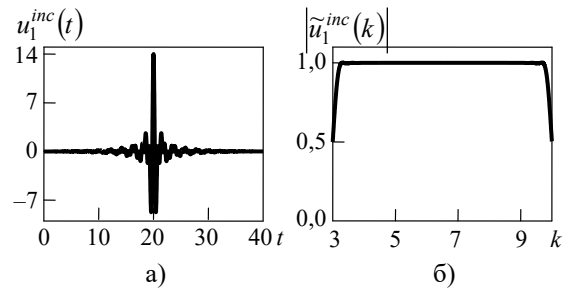


Рис. 3. Временной профиль импульса (6) (а) и его амплитудный спектр (б) в исследуемой полосе частот

Затем найденные в результате решения начально-краевой задачи амплитуды отраженных  $u_m^{refl}(t)$  и прошедших  $u_m^{tran}(t)$  волн конвертировались с помощью (3)–(5) в энергетические коэффициенты  $R_{mn}(k)$  и  $T_{mn}(k)$ . Резонансные всплески в этих зависимостях позволяли определять частоты и добротности запирающих колебаний. Наконец, для определения структуры запирающих стоячих волн моделировалось прохождение через изгиб волновода квазимонохроматического сигнала

$$u_1^{inc}(t) = AS(t)\cos(k_c(t-T)) \quad (9)$$

на частоте  $k_c$  каждого резонансного всплеска. (Здесь  $S(t)$  определено формулами (7), (8) и  $A = 1$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 5\,000$ ,  $T = 2\,500$ .) При временах наблюдения  $t > t_1$ , когда первичная волна перестает вносить в волноводный изгиб энергию, в нем остается свободно колеблющееся поле, для которого строилось двумерное распределение электрической компоненты поля в вычислительной области.

Все численные эксперименты были выполнены с помощью компьютерных программ, разработанных автором. Полученные результаты естественным образом обобщаются на случай  $H$ -плоскостного изгиба прямоугольного волновода. Развита в настоящей работе техника математического моделирования также может быть

применена для исследования изгибов в  $E$ -плоскости и для волноводов произвольного поперечного сечения.

**2. Численные результаты.** На рис. 4 представлены рассчитанные энергетические коэффициенты трансформации (4) и (5) для волноводных изгибов с радиусом кривизны средней линии  $R = 2$  и углами поворота  $\Phi = 180^\circ, 90^\circ$  и  $45^\circ$ .

Для этих изгибов резонансы полного отражения возникают на частотах  $\tilde{k} \approx 6,280787$ ,  $\tilde{k} \approx 6,282243$  и  $\tilde{k} \approx 6,282771$ . Добротности соответствующих колебаний  $Q \approx 26\,000$ ,  $Q \approx 38\,600$  и  $Q \approx 40\,000$ . Все резонансные частоты лежат ниже частоты отсечки второй моды волновода.

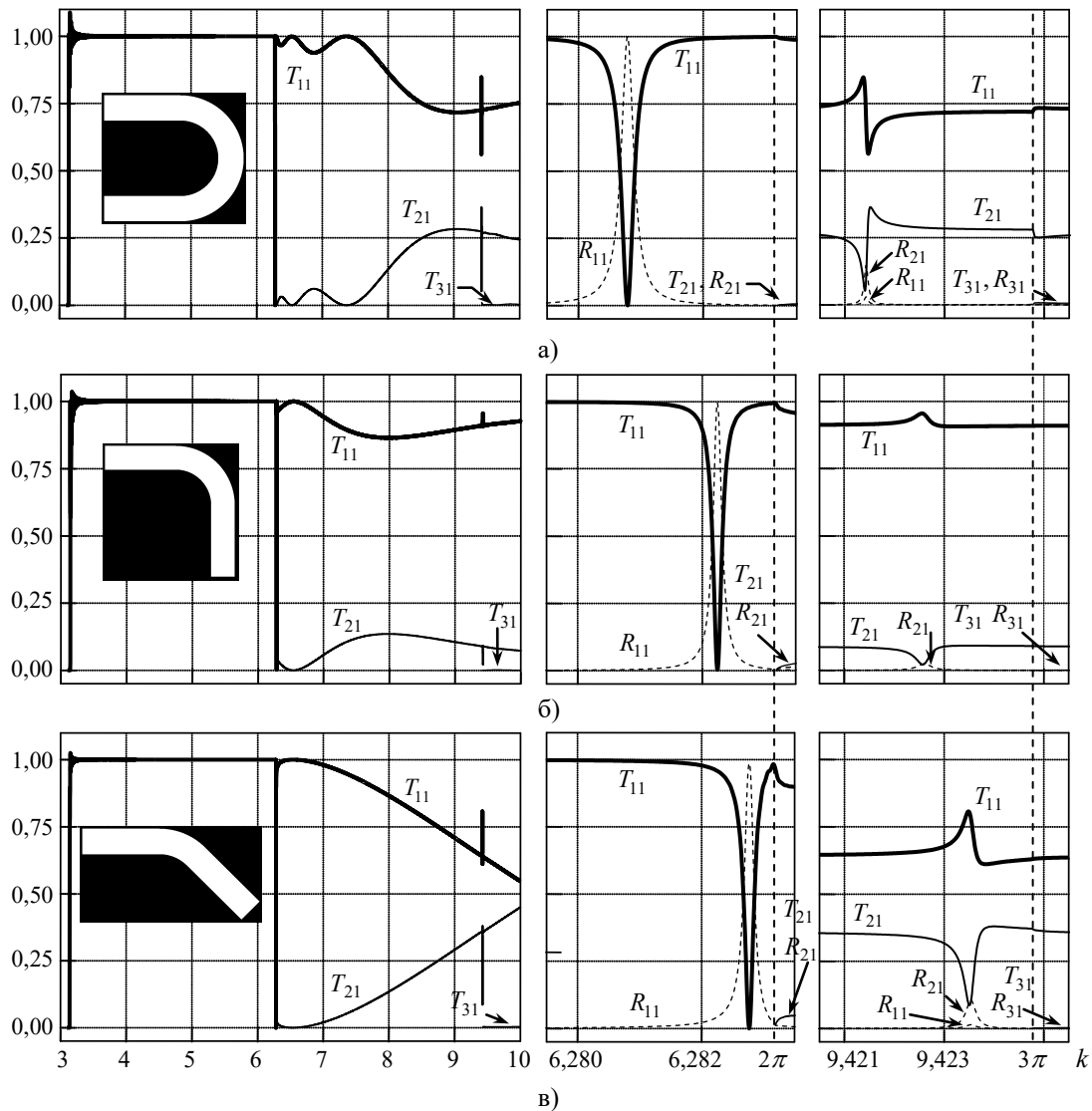


Рис. 4. Коэффициенты трансформации волны в изгибе волновода с радиусом кривизны  $R = 2$  и углами поворота  $\Phi = 180^\circ$  (а),  $\Phi = 90^\circ$  (б),  $\Phi = 45^\circ$  (в). Две правые колонки графиков – увеличенные фрагменты зависимостей, приведенных в первой колонке

С уменьшением угла поворота  $\Phi$  частота запирания волновода смещается в сторону более высоких частот, а добротность соответствующего колебания возрастает. Имеет место полная аналогия со случаем волноводных изломов, для которых при  $\psi \rightarrow 0$  частота резонанса полного отражения стремится (снизу) к критической частоте второй моды [1], а добротность запирающего колебания – к бесконечности [2].

В области частот, где волновод поддерживает распространение второй моды ( $2\pi < k < 3\pi$ ), коэффициент трансформации энергии во вторую моду  $T_{21}$  существенно отличен от 0. (Это свойство позволяет, например, конструировать из волноводных изгибов эффективные преобразователи волн  $TE_{10} \leftrightarrow TE_{20}$  прямоугольного волновода [31].) Энергия первичной волны в этом

диапазоне перераспределяется между первой и второй модами, и следующее ее резонансное взаимодействие с волноводным изгибом происходит на частоте, близкой к частоте отсечки третьей моды. Для указанных значений  $\Phi$  резонансные частоты равны соответственно  $\tilde{k} = 9,421395$ ,  $\tilde{k} = 9,422572$  и  $\tilde{k} = 9,42351$ . Здесь уже не наблюдается резонанса полного отражения или прохождения. Большая часть энергии в режиме резонанса проходит в волну  $TE_1$ , а часть перераспределяется между волнами  $TE_1$  и  $TE_2$  в обоих плечах волновода.

На рис. 5 приведены распределения электрической компоненты свободно колеблющегося поля, оставшегося в изгибе после прохождения через него импульса (9), на резонансных частотах вблизи частот отсечки второй и третьей мод. Тип запирающего колебания легко определяется по структуре «пятен» стоячей волны, возбужденной в волноводной неоднородности. Как и ожидалось,

в режиме резонанса полного отражения это колебание имеет две вариации поля в поперечном направлении и одну – в продольном (колебание  $TE_{21}$ ). В случае резонансов вблизи критической частоты третьей моды это колебание  $TE_{31}$ . Аналогичная картина стоячих волн имела место и в волноводных изломах с достаточно малыми  $\psi$  [2].

Схожесть процессов дифракции в волноводных изгибах и изломах позволяет сделать вывод о том, что волноводный изгиб также можно рассматривать как открытый резонатор волноводного типа [2]. Появление такой резонансной полости, как и в случае волноводного излома, может быть объяснено локальным увеличением погонного объема волновода. Если представить волноводный изгиб как последовательность изломов (рис. 1, а) с малыми углами  $\psi$ , то каждый такой «элементарный» излом привносит в систему свою порцию дополнительного объема.

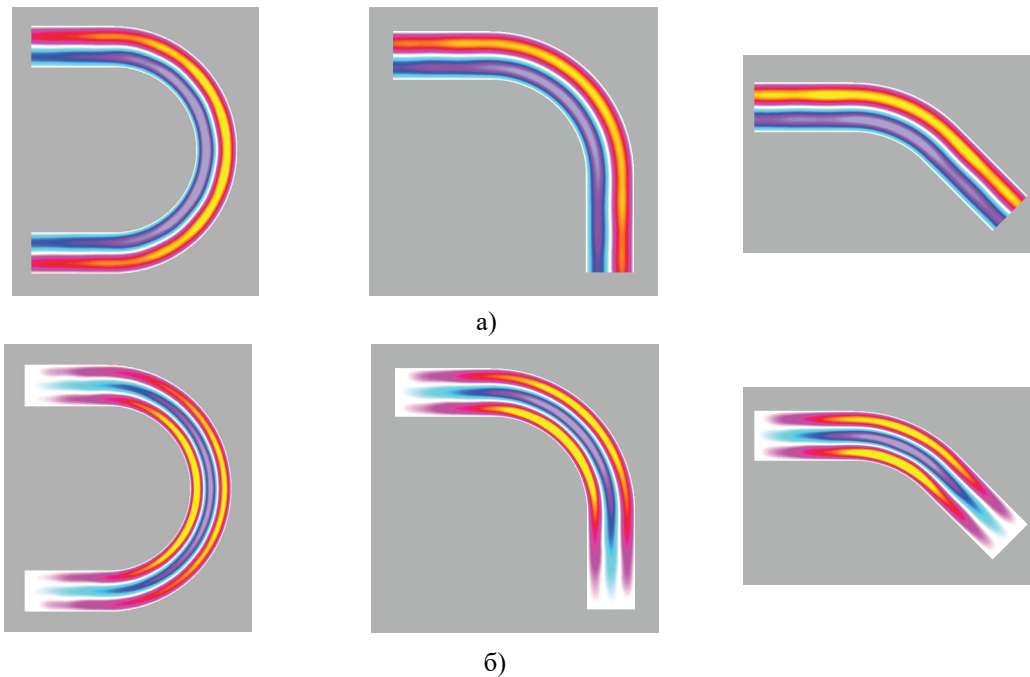


Рис. 5. Распределение электрической компоненты для свободного колебания на частотах резонансов, возникающих вблизи частоты отсечки второй (а) и третьей (б) моды для  $\Phi = 180^\circ, 90^\circ$  и  $45^\circ$

Суммарный эффект от всех таких «элементарных» изломов приводит к тому, что в области изгиба объем, занимаемый полем, увеличивается настолько, что в нем может возбудиться колебание с числом вариаций поля в поперечном сечении волновода большим, чем у падающей волны. Для этого колебания весь остальной (регулярный) волновод является запертым, а само оно оказывается запертым в волноводной неоднородности. Помимо этого высокочастотного

колебания ( $TE_{21}$ ), в изгибе возбуждается еще одно – низкочастотное с одной вариацией поля в поперечном сечении. В случае, когда связь регулярных волноводов осуществляется только на одной распространяющейся в закруглении волне, возбуждение такого низкочастотного колебания приводит к полному прохождению энергии из одного порта в другой. Одновременное возбуждение высоко- и низкочастотного колебаний приводит к тому, что режим полного прохождения

сменяется режимом полного отражения (или наоборот) на небольшом интервале вариации частотного параметра [32, 33].

Отметим еще несколько нюансов, касающихся численной реализации разработанных алгоритмов. Несмотря на простоту геометрии исследуемой задачи, в вычислительном плане она оказалась довольно трудоемкой. Для получения зависимостей, показанных на рис. 4, разностная схема просчитывалась на более чем 100 млн. временных слоев для каждого  $\Phi$ . Прогонка разностных схем до таких больших времен сама по себе является хорошим и уникальным тестом для программного обеспечения, реализующего тот или иной конечно-разностный метод. Полученные в настоящей работе результаты позволяют сделать заключение о том, что реализованное в разностной схеме точное поглощающее условие (2) корректно «обрабатывает» падающую на виртуальную границу волну при таких больших временах. Отраженная от виртуальной границы волна пренебрежимо мала и не вносит искажений в получаемое решение.

Попытки получить коэффициенты трансформации для изгибов с большими значениями радиуса кривизны ( $R = 10$  и более) не увенчались успехом из-за недостаточной точности разностной схемы. Для моделирования высокодобротных резонансов в таких протяженных изгибах требуется схема с более высоким (4 и выше) порядком точности при конечно-разностной аппроксимации как по пространственным, так и по временной переменным. Переход к таким разностным схемам позволит также значительно уменьшить объем используемой компьютерной памяти.

**Выводы.** В настоящей работе проведено строгое математическое моделирование процесса распространения электромагнитной волны в  $H$ -плоскостном изгибе плоскопараллельного волновода. Надежно зафиксирован эффект полного загираия такого изгиба вблизи частоты отсечки второй моды волновода. Установлена связь этого эффекта с резонансным возбуждением в изгибе колебания с двумя вариациями поля в поперечном сечении (колебание  $TE_{21}$ ). Исследованы основные закономерности электродинамических характеристик этого резонанса отражения. Отмеченная в работе аналогия между процессами рассеяния волн изгибами и изломами волноводов позволяет рассчитывать на то, что первые можно будет использовать при создании различного типа функциональных устройств (преобразователей волн  $TE_{10} \rightarrow TE_{n0}$  [34], например) так же эффективно, как и вторые.

В заключение автор выражает благодарность И. В. Петрусенко за ряд существенных замечаний и рекомендаций, учет которых позволил

правильно осветить ряд важных моментов в вопросах, затронутых в данной работе.

#### Библиографический список

1. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. Киев: Наук. думка, 1986. 216 с.
2. Рудь Л. А., Шестопалов В. П. Излом волновода – открытый резонатор волноводного типа. *Доклады АН СССР*. 1987. Т. 294, № 4. С. 848–850.
3. Рудь Л. А. Свободные колебания и резонансные явления в  $H$ -плоскостных изломах прямоугольных волноводов. *Радиотехника и электроника*. 1988. Т. 33, № 6. С. 1117–1125.
4. Воскресенский Д. И. Равномерноизогнутый волновод прямоугольного поперечного сечения. *Тр. МАИ*. 1957. Вып. 73. С. 5–44.
5. Cornet P., Dusséaux R., Chandezon J. Wave propagation in curved waveguides of rectangular cross section. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. 1999. Vol. 47, N 7. P. 965–972.
6. Лозяной В. И., Петрусенко И. В., Прохода И. Г., Прудкий В. П. Дифракция электромагнитных волн в изогнутом многомодовом прямоугольном волноводе. Тез. докл. науч. семинара «Решение внутренних краевых задач электродинамики». Ростов-на-Дону, 1984. 23 с.
7. Петрусенко И. В., Лозяной В. И., Прохода И. Г., Прудкий В. П. Расчет  $H$ -плоскостного щелевого направленного ответвителя на равномерно изогнутых волноводах. *Радиотехника и электроника*. 1983. Т. 28, № 3. С. 433–438.
8. Rice S. O. Reflections from circular bends in rectangular wave guides – matrix theory. *Bell System Technical Journal*. 1948. Vol. 27, N 2. P. 305–349.
9. Каценеленбаум Б. З. Изогнутые волноводы постоянного сечения. *Радиотехника и электроника*. 1956. Т. 1, № 2. С. 171–185.
10. Свешников А. Г. Волны в изогнутых трубах. *Радиотехника и электроника*. 1958. Т. 3, № 5. С. 641–648.
11. Керженцева Н. П. О распространении электромагнитных волн в изогнутых волноводах круглого сечения. *Радиотехника и электроника*. 1958. Т. 3, № 5. С. 649–659.
12. Кислюк М. Ж. Изогнутый волновод прямоугольного сечения. *Радиотехника*. 1961. Т. 16, № 4. С. 3–10.
13. Cochran J. A., Pecina R. G. Mode propagation in continuously curved waveguides. *Radio Science*. 1966. Vol. 1, N 6. P. 679–696.
14. Lewin L. Theoretical analysis of the junction discontinuity between a straight and a curved section of rectangular waveguide. *Proc. IEEE*. 1977. Vol. 124, N 6. P. 511–516.
15. Балабанова Т. Н., Кукушкин А. В., Раевский С. Б. Расчет характеристик передачи равномерно изогнутого прямоугольного волновода в широком диапазоне частот. *Радиотехника и электроника*. 1977. Т. 22, № 3. С. 606–609.
16. Петрусенко И. В., Прохода И. Г. Расчет коэффициента отражения от изгиба прямоугольного волновода в  $H$ -плоскости. *Электродинамика и физика СВЧ*. Сб. науч. тр. ДГУ. 1980. С. 92–95.
17. Петрусенко И. В. Равномерно изогнутые волноводные линии передачи прямоугольного поперечного сечения и устройства на их основе: дис. ... канд. физ.-мат. наук. ДГУ. Днепропетровск, 1981. 155 с.
18. Лозяной В. И., Петрусенко И. В., Прохода И. Г., Прудкий В. П. Анализ равномерно изогнутых линий передачи. *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 1982. Т. 25, № 2. С. 102–104.
19. Заргано Г. Ф., Лерер А. М., Ляпин В. П., Синявский Г. П. Линии передачи сложных сечений. Ростов-на-Дону: Изд-во Ростов. ун-та, 1983. 320 с.
20. San Blas A. A., Gimeno B., Boria V. E., Esteban H., Cogollos S., Coves A. A rigorous and efficient full-wave analysis of uniform bends in rectangular waveguide under arbitrary incidence. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. 2003. Vol. 51, N 2. P. 397–405.

21. Weisshaar A., Goodnick S. M., Tripathi V. K. A Rigorous and efficient method of moments solution for curved waveguide bends. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. 1992. Vol. 40, N 12. P. 2200–2206.
22. Paul D. L., Craddock I. J., Raiton C. J. Simple and accurate hybrid FDTD model of uniform waveguide bends. *Electronics letters*. 2004. Vol. 40, N 4. P. 247–248.
23. Petrusenko I. V. Analytic-numerical analysis of waveguide bends. *Electromagnetics*. 2004. Vol. 24, N 4. P. 237–254.
24. Gimeno B., Guglielmi M. Multimode equivalent network representation for H- and E-plane uniform bends in rectangular waveguide. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. 1996. Vol. 44, N 10. P. 1679–1687.
25. Meschino S., Ceccuzzi S., Mirizzi F., Pajewski L., Schettini G., Artaud J. F., Bae Y. S., Belo J. H., Berger-By G., Bernard J. M., Cardinali A., Castaldo C., Cesario R., Decker J., Delpech L., Ekedahl A., Garcia J., Garibaldi P., Goniche M., Guilhem D., Jia H., Huang Q. Y., Hillairet J., Hoang G. T., Imbeaux F., Kazarian F., Kim S. H., Litaudon X., Maggiora R., Magne R., Marfisi L., Milanese D., Namkung W., Panaccione L., Peysson Y., Sharma P.K., Schneider M., Tuccillo A. A., Tudisco O., Vecchi G., Villari R., Vulliez K. Bends in oversized rectangular waveguide. *Fusion Engineering and Design*. 2011. Vol. 86, N 6–8. P. 746–749.
26. Кравченко В. Ф., Сиренко Ю. К., Сиренко К. Ю. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. Москва: Физматлит, 2011. 320 с.
27. Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К. Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов. *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 2005. Т. 45, № 3. С. 509–525.
28. Перов О. А., Сиренко Ю. К. Точные условия для виртуальных границ в начально-краевых задачах теории рассеяния волн. *Электроманнитные волны и электронные системы*. 2000. Т. 5, № 3. С. 25–40.
29. Sirenko Yu. K. Exact ‘Absorbing’ Conditions in Outer Initial Boundary-Value Problems of the Electrodynamics of Nonsinusoidal Waves. Part 2: Waveguide Units and Periodic Structures. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2002. Vol. 57, N 12. P. 1–30.
30. Pazyнин V. L., Maiboroda M. V. Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides *Telecommunications and Radio Engineering*. 2017. Vol. 76, N 3. P. 209–225.
31. Zhang Q., Yuan C.-W., Liu L. Theoretical design and analysis for  $TE_{20}$ – $TE_{10}$  rectangular waveguide mode converters. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. 2012. Vol. 60, N 4. P. 1018–1026.
32. Шестопалов В. П., Сиренко Ю. К. Динамическая теория решеток. Киев: Наук. думка, 1989. 214 с.
33. Kirilenko A. A., Tysik B. G. Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum. *Electromagnetics*. 1993. Vol. 13, N 3. P. 301–318.
34. Кириленко А. А., Кулишенко С. Ф., Сенкевич С.Л., Волноводный излом, согласованный ступенчатым срезом. *Радиофизика и электроника. Сб. науч. тр. ИРЭ НАН Украины*. 2003. Т. 8, № 2. С. 218–220.
4. VOSKRESENSKIY, D. I., 1957. Uniformly curved waveguide of rectangular cross section. *Trudy Moskovskogo aviatzionnogo instituta*. Iss. 73, pp. 5–44 (in Russian).
5. CORNET, P., DUSSÉAUX, R., CHANDEZON, J., 1999. Wave propagation in curved waveguides of rectangular cross section. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. Vol. 47, no. 7, pp. 965–972.
6. LOZYANOY, V. I., PETRUSENKO, I. V., PROKHODA, I. G., PRUDKIY, V. P., 1984. Diffraction of electromagnetic waves in a curved multimode rectangular waveguide. *Materials of the scientific workshop “Solving internal boundary problems of electrodynamics”*. Rostov-on-Don (in Russian).
7. PETRUSENKO, I. V., LOZYANOY, V. I., PROKHODA, I. G., PRUDKIY, V. P., 1983. The computation of H-plane slit directed coupler on uniformly curved waveguide. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 28, no. 3, pp. 433–438 (in Russian).
8. RICE S. O., 1948. Reflections from circular bends in rectangular wave guides – matrix theory. *Bell System Technical Journal*. Vol. 27, no. 2, pp. 305–349.
9. KATSENELENBAUM, B. Z., 1956. Curved waveguides of constant cross section. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 1, no. 2, pp. 171–185 (in Russian).
10. SVESHNIKOV, A. G., 1958. Waves in curved pipes. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 3, no. 5, pp. 641–648 (in Russian).
11. KERZHENTSEVA, N. P., 1958. On the propagation of electromagnetic waves in curved waveguides of circular cross section. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 3, no. 5, pp. 649–659 (in Russian).
12. KISLYUK, M. Zh., 1961. Curved waveguide with rectangular cross section. *Radiotekhnika*. Vol. 16, no. 4, pp. 3–10 (in Russian).
13. COCHRAN, J. A., PECINA, R. G., 1966. Mode propagation in continuously curved waveguides. *Radio Science*. Vol. 1, no. 6, pp. 679–696.
14. LEWIN, L., 1977. Theoretical analysis of the junction discontinuity between a straight and a curved section of rectangular waveguide. *Proc. IEEE*. Vol. 124, no. 6, pp. 511–516.
15. BALABANOVA, T. N., KUKUSHKIN, A. V., RAEVSKIY, S. B., 1977. Computation of the transmission characteristics of a uniformly curved rectangular waveguide in a wide bandwidth. *Radiotekhnika i elektronika*. Vol. 22, no. 3, pp. 606–609 (in Russian).
16. PETRUSENKO, I. V., PROKHODA, I. G., 1980. Computation of the reflection coefficient from the bend of a rectangular waveguide in H-plane. *Elektrodinamika i fizika SVCh*. Pp. 92–95 (in Russian).
17. PETRUSENKO, I. V., 1983. Uniformly curved rectangular waveguide and devises on its basis. PhD thesis ed. DSU, Dnepropetrovsk, Ukraine (in Russian).
18. LOZYANOY, V. I., PETRUSENKO, I. V., PROKHODA, I. G., PRUDKIY, V. P., 1982. Analysis of the uniformly curved transmission lines. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*. Vol. 25, no. 2, pp. 102–104 (in Russian).
19. ZARGANO, G. F., LERER, A. M., LYAPIN, V. P., SINYAVSKIY, G. P., 1983. Transmission lines of complex cross sections. Rostov-on-Don: Rostov Univ. Publ. (in Russian).
20. SAN BLAS, A. A., GIMENO, B., BORJA, V. E., ESTEBAN, H., COGOLLO, S., COVES, A., 2003. A rigorous and efficient full-wave analysis of uniform bends in rectangular waveguide under arbitrary incidence. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. Vol. 51, no. 2, pp. 397–405.
21. WEISSHAAR, A., GOODNICK, S. M., TRIPATHI, V. K., 1992. A Rigorous and efficient method of moments solution for curved waveguide bends. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. Vol. 40, no. 12, pp. 2200–2206.
22. PAUL, D. L., CRADDOCK, I. J., RAILTON, C. J., 2004. Simple and accurate hybrid FDTD model of uniform waveguide bends. *Electronics letters*. Vol. 40, no. 4, pp. 247–248.
23. PETRUSENKO, I. V., 2004. Analytic-numerical analysis of waveguide bends. *Electromagnetics*. Vol. 24, no. 4. P. 237–254.
24. GIMENO, B., GUGLIELMI, M., 1996. Multimode equivalent network representation for H- and E-plane uniform bends in

## REFERENCES

1. SHESTOPALOV, V. P., KIRILENKO, A. A., RUD', L. A., 1986. *Resonance wave scattering. Vol. 2. Waveguide discontinuities*. Kiev: Naukova dumka Publ. (in Russian).
2. RUD', L. A., SHESTOPALOV, V. P., The Corner bend of a waveguide is an open resonator of waveguide type. *Doklady Akademii nauk SSSR*. Vol. 294, no. 4, pp. 848–850 (in Russian).
3. RUD', L. A., 1988. Free oscillations and resonance phenomena in H-plane corner band of rectangular waveguides. Vol. 33, no. 6, pp. 1117–1125 (in Russian).

- rectangular waveguide. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. Vol. 44, no. 10, pp. 1679–1687.
25. MESCHINO, S., CECCUZZI, S., MIRIZZI, F., PAJEWSKI, L., SCHETTINI, G., ARTAUD, J. F., BAE, Y. S., BELO, J. H., BERGER-BY, G., BERNARD, J. M., CARDINALI, A., CASTALDO, C., CESARIO, R., DECKER, J., DELPECH, L., EKEDAHL, A., GARCIA, J., GARIBALDI, P., GONICHE, M., GUILHEM, D., JIA, H., HUANG, Q. Y., HILLAIRET, J., HOANG, G. T., IMBEAUX, F., KAZARIAN, F., KIM, S. H., LITAUDON, X., MAGGIORA, R., MAGNE, R., MARFISI, L., MILANESIO, D., NAMKUNG, W., PANACCIONE, L., PEYSSON, Y., SHARMA, P. K., SCHNEIDER, M., TUCILLO, A. A., TUDISCO, O., VECCHI, G., VILLARI, R., VULLIEZ, K., 2011. Bends in oversized rectangular waveguide. *Fusion Engineering and Design*. Vol. 86, no. 6–8, pp. 746–749.
  26. KRAVCHENKO, V. F., SIRENKO, Y. K., SIRENKO, K. Y., 2011. *Electromagnetic waves transformation and radiation by the open resonant structures. Modelling and analysis of transient and steady-state processes*. Moscow: Fizmatlit Publ. (in Russian).
  27. SIRENKO, K. Yu., SIRENKO, Yu. K., 2005. Exact “absorbing” conditions in initial-boundary value problems in the theory of open waveguide resonators. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. Vol. 45, no. 3, pp. 490–506.
  28. PEROV, A. O., SIRENKO, Yu. K., 2001. Exact conditions for virtual boundaries in initial boundary-value problems of the wave scattering theory. *Telecommunications and Radio Engineering*. Vol. 56, no. 8–9, pp. 114–134.
  29. SIRENKO, Yu. K., 2002. Exact ‘Absorbing’ Conditions in Outer Initial Boundary-Value Problems of the Electrodynamics of Nonsinusoidal Waves. Part 2: Waveguide Units and Periodic Structures. *Telecommunications and Radio Engineering*. Vol. 57, no. 12, pp. 1–30.
  30. PAZYNIN, V. L., MAIBORODA, M. V., 2017. Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides. *Telecommunications and Radio Engineering*. Vol. 76, no. 3, pp. 209–225.
  31. ZHANG, Q., YUAN, C.-W., LIU, L., 2012. Theoretical design and analysis for  $TE_{20}$ – $TE_{10}$  rectangular waveguide mode converters. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*. Vol. 60, no. 4, pp. 1018–1026.
  32. SHESTOPALOV, V. P., SIRENKO, Y. K., 1989. *Dynamic theory of gratings*. Kiev: Naukova dumka, Press Publ. (in Russian).
  33. KIRILENKO, A. A., TYSIK, B. G., 1993. Connection of S-matrix of waveguide and periodical structures with complex frequency spectrum. *Electromagnetics*. Vol. 13, no. 3, pp. 301–318.
  34. KULISHENKO, S. F., KIRILENKO, A. A., SENKEVICH, S. L., 2003. Waveguide Bend Matched by the Stepped Miter. *Telecommunications and Radio Engineering*. Vol. 60, no. 1–2, pp. 34–37.

Рукопись поступила 11.04.2017.

V. L. Pazyнин

#### EFFECT OF LOCKING THE BEND OF WAVEGUIDE NEARBY CRITICAL FREQUENCIES OF THE SECOND MODE

A rigorous mathematical model of the diffraction of an electromagnetic wave in the bend of a plane-parallel waveguide is constructed. Within numerical simulation of the waveguide bend the effect of its complete locking at a frequency located nearby the critical frequency of the second mode is revealed. The resonant nature of this effect, which consists of excitation of locking oscillation in this waveguide inhomogeneity, is found. The conclusion is that the bend of a waveguide could be considered as an open-type waveguide resonator. The importance of the solved problem is caused by wide waveguide bends applications in the microwave technology.

**Key words:** waveguide bend, waveguide corner bend, full reflection resonance, finite difference method.

В. Л. Пазынин

#### ЕФЕКТ ЗАПИРАННЯ ВИГИНУ ХВИЛЕВОДУ ПОБЛИЗУ КРИТИЧНОЇ ЧАСТОТИ ДРУГОЇ МОДИ

У роботі побудовано строгу математичну модель дифракції електромагнітної хвилі у вигині плоскопаралельного хвилеводу. Числове моделювання такого хвилевідного вигину виявило ефект його повного запирання на частоті поблизу критичної частоти другої моди. Встановлено резонансну природу цього ефекту, яка полягає в збудженні коливання, що запирає, в такій хвилевідній неоднорідності. Зроблено висновок, що вигин хвилеводу можна розглядати як хвилевідний резонатор відкритого типу. Актуальність розв’язаної задачі обумовлена широким застосуванням хвилевідних вигинів у техніці НВЧ.

**Ключові слова:** вигин хвилеводу, злам хвилеводу, резонанс повного відбиття, метод кінцевих різниць.