# Роль флуктуаций зарядовой плотности и многочастичных кулоновских корреляций в механизме высокотемпературной сверхпроводимости купратных металлооксидных соединений

## Э. А. Пашицкий, В. И. Пентегов

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, 03022, Украина E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 31 июля 2000 г., после переработки 2 октября 2000 г.

Рассмотрен зарядово-флуктуационный (плазмонный) механизм *d*-волнового куперовского спаривания в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), который обусловлен взаимодействием носителей тока с коллективными низкочастотными возбуждениями электронной плотности. Показано, что в слоистых кристаллах купратных металлооксидных соединений, благодаря существованию в их одноэлектронном спектре анизотропных протяженных седловых особенностей («плоских зон») с аномально высокой плотностью состояний, в коллективном электронном спектре могут возникать затухающие длинноволновые флуктуации зарядовой плотности, которые приводят к подавлению статического экранированного кулоновского отталкивания в области малых передаваемых импульсов. В результате этого в *d*-волновом куперовском канале возникает эффективное межэлектронное притяжение, которое существенно усиливается многочастичными кулоновскими корреляциями типа эффектов локального поля, которые описываются кулоновской вершиной Г. . Такое притяжение приводит к куперовскому спариванию с  $d_{x^2-y^2}$ -симметрией сверхпроводящего параметра порядка и способно обеспечить достаточно высокие максимальные значения критической температуры  $T_c \sim$ ~ 100 К при оптимальном уровне допирования купратных металлооксидных соединений. Учет анизотропии электрон-фононного взаимодействия позволяет описать слабый изотопический эффект по кислороду в ВТСП соединениях.

Розглянуто зарядово-флуктуаційний (плазмонний) механізм *d*-хвильового куперівського спарювання у високотемпературних надпровідниках (ВТНП), що обумовлений взаємодією носіїв струму з колективними низькочастотними збудженнями електронної густини. Показано, що в шаруватих кристалах купратних металооксидних сполук, завдяки існуванню в їхньому одноелектронному спектрі анізотропних подовжених сідлових особливостей («плоских зон») з аномально високою густиною станів, у колективному електронному спектрі можуть виникати загасаючі довгохвильові коливання зарядової густини, що призводять до послаблення статичного екранованого кулонівського відштовхування в області малих переданих імпульсів. У результаті цього в *d*-хвильовому куперівського відштовхування в області малих переданих імпульсів. У результаті цього в *d*-хвильовому куперівською вершиною  $\Gamma_c$ . Таке притягання веде до куперівського спарювання з  $d_{x^2-y^2}$ -симетрією надпровідного параметра порядку та може забезпечити досить високі максимальні значення критичної температури  $T_c \sim 100$  К при оптимальному рівні допування купратних металооксидних сполування високі максимальні значення критичної температури  $T_c > 100$  К при оптимальному рівні допування купратних металооксидних сполук. Урахування внізотропії електрон-фононної взаємодії дозволяє описати слабкий ізотопічний ефект по кисню в ВТНП сполуках.

PACS: 74.20.-z, 74.20.Mn, 74.72.Bk

#### 1. Введение

Одной из наиболее характерных особенностей высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) на основе слоистых купратных металлооксидных соединений (МОС) с дырочным типом проводимости является  $d_{x^2-y^2}$ -симметрия сверхпроводящего (СП) параметра порядка, которая непосредственно наблюдалась в ряде фазово-чувствительных экспериментов, например, по сдвигу зависимости джозефсоновских токов от магнитного поля в системах типа СКВИД с джозефсоновскими контактами на взаимно перпендикулярных гранях слоистых кристаллов купратных МОС [1-4] и по спонтанной генерации полуцелых квантов магнитного потока в кольцах ВТСП с нечетным числом слабых связей [5-7]. Указание на *d*-волновую симметрию СП щели в ВТСП кристаллах было получено также в экспериментах [8,9] по фотоэлектронной спектроскопии с угловым разрешением (ARPES-метод), в которых наблюдалась сильная анизотропия СП щели в плоскости слоев *ab* с глубокими минимумами (нулями) вдоль диагоналей двумерной (2D) зоны Бриллюэна (3Б).

Впервые возможность *d*-волновой симметрии СП параметра порядка в ВТСП обсуждалась в [10,11] в рамках узельного представления модели Хаббарда, а затем в серии работ [12–17], в которых рассматривалась модель почти антиферромагнитной квазидвумерной ферми-жидкости с сильными спиновыми корреляциями. Согласно этим моделям,  $d_{x^2-y^2}$ -симметрия СП щели реализуется в ВТСП благодаря эффективному анизотропному притяжению между электронами, которое возникает либо в реальном пространстве, как в модели Хаббарда с отталкиванием на одном узле и притяжением на соседних узлах квадратной 2D решетки [10], либо в импульсном пространстве за счет того, что индуцированное флуктуациями спиновой плотности (магнонами) межэлектронное отталкивание имеет резкие максимумы (пики) в углах ЗБ [15].

Однако в электрон-электронном взаимодействии наряду с обменным (спин-флуктуационным) каналом существует прямой кулоновский (зарядово-флуктуационный) канал, который не учитывался в [10–17]. Заметим, что в [18,19] предпринимались попытки одновременного рассмотрения спинового и кулоновского каналов в узельном приближении Хаббарда, что соответствует учету локального отталкивания электронов на одном узле, но не учитывает дальнодействующего характера кулоновского взаимодействия.

С другой стороны, в работах [20–23] в приближении хаотических фаз (ПХФ) было показано, что наблюдаемые в ARPES-экспериментах протяженные седловые особенности в квазидвумерном зонном спектре купратных MOC [24–28], которые приводят к сильной анизотропии эффективной массы и групповой скорости квазичастиц вблизи поверхности Ферми (ПФ), могут служить причиной появления в коллективном электронном спектре длинноволновой низкочастотной (НЧ) ветви сильнозатухающих возбуждений электронной плотности с акустическим законом дисперсии ( $\omega_q \propto q$  при  $q \rightarrow 0$ ), аналогичных акустическим плазмонам [29] в многозонных металлах с многосвязной анизотропной ПФ, а также в многодолинных вырожденных полупроводниках и полуметаллах [30–33].

Малоугловое неупругое рассеяние электронов на таких НЧ коллективных флуктуациях зарядовой плотности приводит к ослаблению экранированного кулоновского отталкивания в области малых передаваемых импульсов **q** [22]. В сочетании с обусловленной протяженными седловинами сильной анизотропией одноэлектронного спектра в базисной плоскости *ab* минимум межэлектронного отталкивания при малых *q* (так же, как пик отталкивания в углах ЗБ [15–17]) соответствует эффективному притяжению в *d*-волновом куперовском канале и способствует возникновению  $d_{r^2-u^2}$ -симметрии параметра порядка [20–23].

В настоящей работе на основе эмпирических данных о зонном спектре слоистых кристаллов купратных МОС проведены самосогласованные численные расчеты электронной поляризуемости, собственной энергии электронов и экранированного кулоновского взаимодействия с учетом многочастичных кулоновских корреляций, которые описываются кулоновской вершинной частью Г. . Показано, что такие многочастичные эффекты локального поля приводят к существенному усилению рассмотренного в [20-23] межэлектронного притяжения, которое возникает в d-волновом куперовском канале за счет подавления кулоновского отталкивания при малых импульсах длинноволновыми флуктуациями зарядовой плотности. Путем численного решения интегрального уравнения для анизотропного СП параметра порядка с d<sub>r<sup>2</sup>-и<sup>2</sup></sub>-симметрией в приближении сильной связи вычислена безразмерная константа электрон-плазмонного взаимодействия (ЭПВ) и критическая температура T<sub>c</sub> перехода в СП состояние для разных положений уровня Ферми (УФ) относительно дна седловин в квазидвумерном зонном спектре электронов в купратных слоях CuO<sub>2</sub>. Показано, что эффективное притяжение, обусловленное подавлением кулоновского отталкивания запаздывающим ЭПВ, может обеспечить достаточно высокие максимальные значения  $T_c \ge 100$  К при оптимальном уровне допирования купратных МОС. Учет анизотропного электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) позволяет описать слабый изотопический эффект по кислороду в ВТСП соединениях.

## 2. Низкочастотные флуктуации зарядовой плотности в слоистых кристаллах с анизотропным квазидвумерным электронным спектром

В рамках приближения хаотических фаз покажем, что достаточно сильная анизотропия квазидвумерного электронного спектра слоистых кристаллов в плоскости слоев *ab* может приводить к появлению затухающей НЧ ветви длинноволновых коллективных возбуждений электронной плотности с акустическим законом дисперсии  $\omega_q \propto q$  при  $q \rightarrow 0$ , которая аналогична ветви акустических плазмонов в металлах с многосвязной ПФ [29–33].

Рассмотрим два варианта анизотропного электронного спектра с протяженными седловыми особенностями (рис. 1). Первый вариант (рис. 1,*a*) соответствует теоретическому зонному спектру, рассчитанному в работе [34] для 2D купратных слоев CuO<sub>2</sub> в кристалле YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> (Y-123). В качестве второго варианта (рис. 1,*б*) выберем эмпирический зонный спектр кристалла Y-123, предложенный в [28], исходя из данных ARPES-экспериментов. Верхняя (антисвязывающая)  $E_{-}(\mathbf{k})$  и нижняя (связывающая)  $E_{+}(\mathbf{k})$  ветви этого спектра во втором случае описываются выражениями

$$E_{-}(k_{x}, k_{y}) = 0,4368 - 0,54695 (\cos k_{x} + \cos k_{y}) + 0,5612 \cos k_{x} \cos k_{y} - 0,0388 (\cos 2k_{x} + \cos 2k_{y}) + 0,0674 \cos 2k_{x} \cos 2k_{y} - 0,05205 (\cos k_{x} \cos 2k_{y} + \cos 2k_{x} \cos k_{y}) ,$$
(1a)  
$$E_{+}(k_{x}, k_{y}) = 0,1756 - 0,56295 (\cos k_{x} + \cos k_{y}) + 0,554 \cos k_{x} \cos k_{y} - 0,05205 (\cos k_{x} \cos k_{y}) + 0,0000 (\cos k_{x} \cos k_{y}) + 0,00000 (\cos k_{x} \cos k_{y}) + 0,0000 (\cos k_{x} \cos k_{y}) + 0,0$$

$$-0,0887(\cos 2k_x + \cos 2k_y) + 0,1286\cos 2k_x \cos 2k_y - 0,03505(\cos k_x \cos 2k_y + \cos 2k_x \cos k_y).$$
(16)

На рис. 2 приведены результаты наших численных расчетов реальной и мнимой частей про-



Рис. 1. Законы дисперсии связывающей  $E_+(k_x, k_y)$  и антисвязывающей  $E_-(k_x, k_y)$  ветвей (сплошные линии) зонного спектра кристалла Y-123 вдоль главных симметричных направлений ЗБ, вычисленные в [34] (*a*) и предложенные в [28] на основе экспериментальных данных (*б*). Штриховой кривой показан перенормированный за счет межэлектронного взаимодействия спектр  $E_-(k_x, k_y)$ .

дольной электронной диэлектрической проницаемости слоистого кристалла с квазидвумерным зонным спектром

$$\varepsilon_{e}(\mathbf{q}, \omega) = \varepsilon_{\infty} + V_{c}(\mathbf{q}) \Pi_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, \omega) .$$
 (2)

Здесь  $\varepsilon_{\infty}$  — высокочастотная диэлектрическая постоянная кристалла, которая определяется в основном электронной поляризуемостью, связанной с межзонными переходами, в частности, между ветвями  $E_+(\mathbf{k})$  и  $E_-(\mathbf{k})$ ;  $\Pi_e(\mathbf{q}_{\parallel}, \omega)$  — поляризационный оператор электронов в зоне проводимости, зависящий от продольного (в плоскости слоев) импульса  $\mathbf{q}_{\parallel}$ ;  $V_c(\mathbf{q})$  — матричный элемент неэкранированного кулоновского отталкивания электронов, который в кристалле с одним проводящим слоем на элементарную ячейку равен

$$V_c(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{q_{\parallel}} \frac{\operatorname{sh} q_{\parallel} c}{\operatorname{ch} q_{\parallel} c - \cos q_z c}, \qquad (3)$$

где *с* и  $q_z$  — постоянная решетки и импульс вдоль оси **с** || **z**.

Заметим, что существование в элементарной ячейке слоистого кристалла двух или трех слоев приводит, согласно [35], к значительному усложнению выражения для кулоновских матричных элементов и электронной диэлектрической проницаемости. Однако с учетом специфической «пакетной» структуры кристаллов купратных МОС, когда расстояние между проводящими слоями  $CuO_2$  в пакете гораздо меньше, чем расстояние между пакетами, содержащими пары или тройки одинаковых 2D слоев  $CuO_2$ , можно с хорошей точностью пользоваться выражением (3) при условии, что в (2) содержится соответственно удвоенное или утроенное значение однозонного поляризационного оператора.

На рис. 2,*а* представлены частотные зависимости Re  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$  и Im  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$ , вычисленные в рамках ПХФ на основе одноэлектронного спектра, соответствующего дисперсии верхней (антисвязывающей) ветви теоретического зонного спектра, показанного на рис. 1,*a*, а на рис. 2,*б* — соответствующие зависимости для эмпирического спектра, приведенного на рис. 1,*б*.

Как видим, в первом случае (рис. 2,*a*) в длинноволновой области Re  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$  имеет три нуля, один из которых лежит в минимуме Im  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$  и определяет частоту слабозатухающих акустических плазмонов, тогда как во втором случае (рис. 2,*б*) существует только один нуль Re  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$ , лежащий в области максимума Im  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \omega)$ , который соответствует сильнозатухающим (передемпфированным) коллективным HЧ возбуждениям электронной плотности.



*Рис.* 2. Частотные зависимости реальной (сплошная кривая) и мнимой (штриховая кривая) частей электронной диэлектрической проницаемости, а также спектральной функции флуктуаций зарядовой плотности (пунктир), вычисленные в ПХФ при  $q_x = q_y = \pi/16a$  и  $q_z = 0$  на основе теоретического (*a*) (рис. 1,*a*) и эмпирического (*b*) (рис. 1,*b*) спектров. Кружком отмечено положение слабозатухающей ветви АП.

Тем не менее показанные на рис. 2,*a*,*б* частотные зависимости спектральной функции флуктуаций зарядовой плотности (плазмонов)

$$S_{\rm pl}(\mathbf{q},\,\omega) = -\frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}\,\,\varepsilon_e^{-1}(\mathbf{q},\,\omega)$$
 (4)

в обоих случаях характеризуются наличием максимума в области минимума Im  $\varepsilon_e(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega})$ , который обусловлен антифазными коллективными колебаниями электронов на участках анизотропной П $\Phi$ с существенно разными эффективными массами и фермиевскими скоростями.

В силу соотношения Крамерса — Кронига для обратной диэлектрической проницаемости [36,37] особенности спектральной функции (4) должны отражаться на поведении запаздывающего экранированного кулоновского взаимодействия:

$$\tilde{V}_{c}(\mathbf{q},\,\omega) \equiv \frac{V_{c}(\mathbf{q})}{\varepsilon_{e}(\mathbf{q},\,\omega)} = V_{c}(\mathbf{q}) \left[ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega' S_{\mathrm{pl}}(\mathbf{q},\,\omega')}{\omega - \omega' + i\eta} \right].$$
(5)

Заметим, что второе (интегральное) слагаемое в (5) может рассматриваться как спектральное представление функции Грина плазмонов.

Как будет видно из дальнейшего, существование НЧ максимума в частотной зависимости  $S_{\rm pl}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega})$  в длинноволновой области  $q << \pi/a$  (где a — постоянная решетки в плоскости слоев) приводит к подавлению статического кулоновского отталкивания

$$\tilde{V}_{c}(\mathbf{q}, 0) = \frac{V_{c}(\mathbf{q})}{\varepsilon_{e}(\mathbf{q}, 0)} = V_{c}(\mathbf{q}) \left[ 1 - 2 \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} S_{\mathrm{pl}}(\mathbf{q}, \omega') \right]$$
(6)

при малых **q**, что способствует *d*-волновой симметрии куперовского спаривания носителей тока.

## 3. Экранированное кулоновское взаимодействие с учетом многочастичных корреляций в слоистых кристаллах купратных металлооксидов

Для описания эффектов экранирования кулоновского взаимодействия будем исходить из выражения для перенормированного поляризационного оператора электронов  $\tilde{\Pi}_e(\mathbf{q}_{\parallel}, \omega)$  при  $T \neq 0$  в мацубаровском представлении:

$$\tilde{\Pi}_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{v}_{n}) = -\frac{2T}{a^{2}N^{2}} \sum_{\boldsymbol{\omega}_{n}} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} G(\mathbf{k}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n}) \times$$

$$\times G(\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}_{\parallel}, \omega_n + \nu_n) \Gamma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_n; \mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}_{\parallel}, \omega_n + \nu_n),$$
(7)

где  $v_n = 2n\pi T$  и  $\omega_n = (2n + 1)\pi T$  — бозонные и фермионные дискретные частоты (n = 0, 1, 2, ...); $N^2$  — число дискретных значений импульса в пределах первой ЗБ;  $\Gamma_c$  — кулоновская вершинная часть, описывающая многочастичные эффекты локального поля (см. ниже), а  $G(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_n)$  — одноэлектронная функция Грина:

$$G(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - E(\mathbf{k}) + \mu - \Sigma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_n)} .$$
(8)

Здесь µ — химический потенциал, связанный с концентрацией электронов *n<sub>e</sub>* соотношением

$$n_e = \frac{2T}{a^2 N^2} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}} \sum_{\substack{\omega_n > 0 \\ n}} \operatorname{Re} G(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_n) + \frac{1}{2}; \quad (9)$$

$$\Sigma_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) = -\frac{T}{a^{2}N^{2}} \sum_{\omega_{n}'} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}'} \tilde{V}_{c}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}', \omega_{n} - \omega_{n}') \times \\ \times G(\mathbf{k}_{\parallel}', \omega_{n}') \Gamma_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_{n}; \mathbf{k}_{\parallel}', \omega_{n}')$$
(10)

 – кулоновская часть собственной энергии электронов;

$$\tilde{V}_{c}(\mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{v}_{n}) = \left\langle \frac{V_{c}(\mathbf{q})}{\varepsilon_{\infty} + V_{c}(\mathbf{q})\tilde{\Pi}_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{v}_{n})} \right\rangle_{\perp} \quad (11)$$

— усредненный по поперечному импульсу  $q_z$  матричный элемент экранированного кулоновского взаимодействия в слоистом кристалле.

Заметим, что выражение (3) для  $V_c(\mathbf{q})$  соответствует длинноволновому приближению, когда qa << 1 (при a << c). Для проведения вычислений во всем объеме ЗБ необходимо, строго говоря, использовать блоховские электронные функции, так что при  $q \approx \pi/a$  кулоновский матричный элемент (11) должен зависеть не только от передаваемого импульса  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ , но и от электронных импульсов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Однако можно показать, что поправки к (3), обусловленные периодическими блоховскими множителями, сравнительно невелики при  $q < \pi/a$ .

Для вычисления кулоновской вершины  $\Gamma_c$  воспользуемся аппроксимацией Намбу [38,39]:

$$\Gamma_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n}; \mathbf{q}_{\parallel}, \boldsymbol{\nu}_{m}) = \\ = \frac{1}{2} \left[ Z_{c}(\mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{q}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n} + \boldsymbol{\nu}_{m}) + Z_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n}) \right], \quad (12)$$

которая удовлетворяет тождествам Уорда [40] при  $q \rightarrow 0$  для заряженной ферми-жидкости. Здесь  $Z_c$  — кулоновский ренормализационный фактор электронного спектра, учитывающий эффекты запаздывания в ЭПВ:

$$Z_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_{n}) = 1 - \frac{\operatorname{Im} \Sigma_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega_{n})}{\omega_{n}}.$$
 (13)

Система уравнений (7)–(13) решалась методом итераций с помощью быстрого разложения Фурье на решетке, содержащей  $N \times N$  точек в 2D зоне Бриллюэна (N = 64) и до 2048 точек на мнимой частотной оси, с последующим аналитическим продолжением на вещественную ось  $\omega$  с помощью многоточечных аппроксимаций Паде.

В качестве исходного спектра  $E(\mathbf{k}_{\parallel})$  в (8) выбиралась верхняя ветвь  $E_{-}(\mathbf{k}_{\parallel})$  эмпирического спект-



Рис. 3. Импульсные зависимости статического поляризационного оператора вдоль главных симметричных направлений ЗБ, вычисленные в ПХФ (штриховая кривая) и с учетом многочастичных кулоновских корреляций (сплошная кривая) на основе эмпирического спектра (16) для  $\varepsilon_{\infty} = 4$  и при оптимальной концентрации дырок, которая соответствует совпадению уровня Ферми с положением сингулярности Ван Хова в перенормированном спектре. Пунктиром показан поляризационный оператор, вычисленный в ПХФ для простой 2D зоны шириной 2 эВ при той же концентрации дырок.

ра (1), седловые особенности которой расположены вблизи УФ (рис. 1,6). Существование в этом спектре второй ветви  $E_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel})$  и связанные с ней виртуальные межзонные переходы электронов учитывались введением параметра  $\varepsilon_{m} > 1$  в выражение (2). Согласно данным оптических экспериментов [41], величина  $\varepsilon_{\infty}$  в кристаллах купратных МОС анизотропна и в длинноволновом пределе лежит в интервале є ≈ 4-8. Однако благодаря эффектам пространственной дисперсии с ростом импульса величина  $\varepsilon_{\infty}$  должна уменьшаться. Поэтому в дальнейшем в качестве эффективного значения  $\varepsilon_{\infty}$  выбиралась минимальная величина  $\varepsilon_{\infty} = 4$ . Следует отметить, что показанный на рис. 1,6 штриховой кривой перенормированный одноэлектронный спектр *E*\_(**k**<sub>||</sub>) сравнительно слабо отличается от исходного, что и оправдывает использование последнего в качестве затравочного закона дисперсии.

На рис. З показаны результаты численных расчетов импульсной зависимости статического поляризационного оператора (ПО), полученные на основе спектра (16) в рамках самосогласованного решения системы уравнений (7)–(13) при условии, что уровень Ферми находится вблизи дна



Рис. 4. Импульсные зависимости усредненного по  $q_z$  матричного элемента статического экранированного кулоновского отталкивания вдоль главных симметричных направлений ЗБ, вычисленные в ПХФ (штриховая кривая) и с учетом многочастичных кулоновских корреляций (сплошная кривая) на основе эмпирического спектра (16), а также в ПХФ для простой 2D зоны (пунктир) при тех же параметрах, что и на рис. 3.

седловин (сплошная кривая), и в ПХФ для того же спектра (штриховая кривая), а также для простой зоны со спектром  $E(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_0(\cos k_x a + \cos k_y a)$  (пунктирная кривая). Как видим, в первых двух случаях существуют ярко выраженные максимумы статического поляризационного оператора в области малых передаваемых импульсов  $\mathbf{q}_{\parallel}$ , тогда как в последнем случае имеется широкий минимум в Г-точке ЗБ.

На рис. 4 приведены импульсные зависимости матричного элемента статического экранированного кулоновского отталкивания (11) для эмпирического спектра (16) в рамках самосогласованного подхода (сплошная кривая) и в ПХФ (штриховая кривая), а пунктиром показана соответствующая зависимость для простой зоны. Как видим, происходит существенное ослабление кулоновского отталкивания в области малых  $q_{\parallel}$  (по сравнению со случаем широкой 2D зоны). Этот эффект является следствием соотношения Крамерса – Кронига (6) и обусловлен запаздывающим ЭПВ носителей тока с коллективными возбуждениями электронной плотности, которые существуют в длинноволновой области благодаря анизотропии зонного спектра, связанной с протяженными седловыми особенностями, и проявляются в виде НЧ пика спектральной функции флуктуаций зарядовой плотности (рис. 2).

Ниже будет показано, что подавление кулоновского отталкивания при малых передаваемых импульсах в сочетании с сильной анизотропией зонного спектра и электронной плотности состояний (ПС) приводит к эффективному межэлектронному притяжению в d-волновом куперовском канале, которое существенно усиливается благодаря многочастичным кулоновским корреляциям.

## 4. Уравнение для анизотропной сверхпроводящей щели и механизм *d*-волнового куперовского спаривания

Будем исходить из стандартной теории сверхпроводимости с учетом ЭФВ, ЭПВ и кулоновского отталкивания в приближении сильной связи [42]. В дальнейшем будем учитывать только кулоновские нормальную  $\Gamma_c$  и аномальную  $\tilde{\Gamma}_c$  вершины, предполагая для простоты, что нормальная фононная вершина  $\Gamma_{\rm ph} \approx 1$ .

В таком приближении линеаризованное при  $T \to T_c$  уравнение для аномальной собственноэнергетической части  $\Sigma_2$  на ПФ с учетом соотношения Крамерса—Кронига (5) принимает вид

$$\Sigma_{2}(\mathbf{k}_{\parallel}, 0) = -\int \frac{d^{2}k_{\parallel}'}{(2\pi)^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \operatorname{Im} \left\{ \frac{\Sigma_{2}(\mathbf{k}_{\parallel}', \omega)}{\omega^{2}Z^{2}(\mathbf{k}_{\parallel}', \omega) - \xi^{2}(\mathbf{k}_{\parallel}') + i\eta} \right\} \times \\ \times \left[ \int_{0}^{\infty} d\Omega \left\{ \left[ \langle g_{\mathrm{ph}}^{2}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rangle_{\perp} S_{\mathrm{ph}}(\Omega) + \langle V_{c}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') S_{\mathrm{pl}}(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \Omega) \rangle_{\perp} \Gamma_{c}^{2}(\mathbf{k}_{\parallel}', \omega; \mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}', \Omega) \right] \times \right. \\ \times \left( \frac{\operatorname{th} (\omega/2T_{c}) + \operatorname{cth} (\Omega/2T_{c})}{\Omega + \omega - i\eta} + \frac{\operatorname{th} (\omega/2T_{c}) - \operatorname{cth} (\Omega/2T_{c})}{\Omega - \omega + i\eta} \right] - \langle V_{c}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \rangle_{\perp} \Gamma_{c}^{2}(\mathbf{k}_{\parallel}', \omega; \mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}', \Omega) \operatorname{th} \frac{\omega}{2T_{c}} \right] \right].$$

$$(14)$$

Здесь Z — полный ренормализационный фактор с учетом ЭФВ и ЭПВ;  $\xi(\mathbf{k}_{\parallel})$  — отсчитываемая от УФ энергия электрона; угловые скобки  $\langle ... \rangle_{\perp}$  означают усреднение по  $q_z$ , а квадрат нормальной кулоновской вершины  $\Gamma_c$  возникает благодаря учету в правой части уравнения (14) вклада аномальной кулоновской вершины  $\tilde{\Gamma}_c$  в первом порядке по  $\Sigma_2$  (см. [43]).

Поскольку в купратных МОС энергия Ферми мала ( $E \approx 0,2-0,3$  эВ), ширина области межэлек-

тронного притяжения за счет ЭФВ и ЭПВ сравнима с  $E_F$ , так что в подынтегральном выражении уравнения (14) можно пренебречь частотными зависимостями  $\Sigma_2$ , Z и  $\Gamma_c$ . С другой стороны, как показывают численные расчеты, в статическом приближении ( $\omega = 0$ ) импульсные зависимости  $Z(\mathbf{k}_{\parallel}, 0)$  и  $\Gamma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, 0; \mathbf{q}_{\parallel}, 0)$  являются сравнительно слабыми.

На рис. 5 показана импульсная зависимость кулоновской части ренормализационного фактора

 $Z_c(\mathbf{k}_{\parallel}, 0)$  в первой ЗБ, а на рис. 6,*а* представлена вычисленная в рамках аппроксимации Намбу (12) зависимость  $\Gamma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, 0; \mathbf{q}_{\parallel}, 0)$  от  $\mathbf{q}_{\parallel}$  при  $k_x = k_y$  и  $k = k_F$ . Численные расчеты  $Z_c$  и  $\Gamma_c$  выполнены для того же положения УФ, что и при вычислениях  $\Pi_e$  и  $\tilde{V}_c$  на рис. 3 и 4.

Для сравнения на рис. 6,6 приведена аналогичная зависимость для величины  $1 + \Gamma_c^{(1)}$ , где  $\Gamma_c^{(1)}$ — первая поправка к кулоновской вершинной функции в рамках перенормированной теории возмущений:



Рис. 5. Импульсная зависимость кулоновского ренормализационного фактора  $Z_c(\mathbf{k}_{\parallel})$  в статическом приближении в пределах первой ЗБ, вычисленная с учетом многочастичных кулоновских корреляций на основе эмпирического спектра (16) при тех же параметрах, что и на рис. 3 и 4. Максимальные значения функции  $Z_c(\mathbf{k}_{\parallel})$  достигаются при  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{k}_F$ .

$$\Gamma_{c}^{(1)} = (\mathbf{k}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n}; \mathbf{q}_{\parallel}, \boldsymbol{\nu}_{m}) =$$

$$= \frac{T}{a^{2}N^{2}} \sum_{\boldsymbol{\omega}_{n}'} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}'} \tilde{V}_{c}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}', \boldsymbol{\omega}_{n} - \boldsymbol{\omega}_{n}') \times$$

$$\times G(\mathbf{k}_{\parallel}' + \mathbf{q}_{\parallel}, \boldsymbol{\omega}_{n}' + \boldsymbol{\nu}_{m}) G(\mathbf{k}_{\parallel}', \boldsymbol{\omega}_{n}') .$$
(15)

Как видим, оба приближения — аппроксимация Намбу (12) и учет первой поправки (15) — приводят к сходным импульсным зависимостям  $\Gamma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, 0; \mathbf{q}_{\parallel}, 0)$  с почти совпадающими средними значениями  $\overline{\Gamma}_c$ , что может свидетельствовать о достаточно быстрой сходимости диаграммного ряда для  $\Gamma_c$ .

Как следует из рис. 5 и 6, амплитуды изменения  $Z_c$  и  $\Gamma_c$  не превышают 10%. Поэтому в уравнении (14) можно с хорошей точностью заменить  $Z_c$  и  $\Gamma_c$  их средними значениями  $\overline{Z}_c$  и  $\overline{\Gamma}_c$ . При этом средняя величина  $\overline{Z}$  может быть представлена в виде

$$\overline{Z} = 1 + \overline{\lambda}_{\rm ph} + \overline{\lambda}_{\rm pl} . \tag{16}$$

Здесь  $\overline{\lambda}_{ph}$  и  $\overline{\lambda}_{pl}$  — усредненные безразмерные константы связи в изотропном *s*-канале:

$$\overline{\lambda}_{\rm ph(pl)} = \frac{\int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \,\delta(\tilde{\xi}(\mathbf{k}_{\parallel})) \int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \,\delta(\tilde{\xi}(\mathbf{k}_{\parallel}')) \,W_{\rm ph(pl)}(\mathbf{k}_{\parallel}\,,\,\mathbf{k}_{\parallel}')}{\int \frac{d^2 k_{\parallel}}{(2\pi)^2} \,\delta(\tilde{\xi}(\mathbf{k}_{\parallel}))} ,$$
(17)



=

*Рис. 6.* Зависимость кулоновской вершинной функции  $\Gamma_c(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q}_{\parallel})$  от  $\mathbf{q}$  при  $k_x = k_y$ ,  $k = k_F$  в статическом приближении в рамках аппроксимации Намбу (12) (*a*) и с учетом первой поправки  $\Gamma_c^{(1)}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{q}_{\parallel})$  (*b*).

где $W_{\rm ph}$  и  $W_{\rm pl}$  — анизотропные матричные элементы ЭФВ и ЭПВ

$$W_{\rm ph}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{\parallel}') = 2 \int_{0}^{\infty} \frac{d\Omega}{\Omega} \langle g_{\rm ph}^{2}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{\parallel}') \rangle_{\perp} S_{\rm ph}(\Omega) ; (18)$$
$$W_{\rm pl}(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}_{\parallel}') =$$
$$= 2 \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \langle V_{c}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}') S_{\rm ph}(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}', \omega) \rangle_{\perp} \overline{\Gamma}_{c}^{2}, \quad (19)$$

а  $\tilde{\xi}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \xi(\mathbf{k}_{\parallel})/\overline{Z}$  — перенормированная энергия электронов.

С другой стороны, в силу соотношения (12) можно положить

$$\overline{\Gamma}_{c} = \overline{Z}_{c} \equiv (1 + \overline{\lambda}_{\rm pl}) .$$
<sup>(20)</sup>

Согласно проведенным вычислениям, величина  $\overline{\Gamma}_c = \overline{Z}_c \approx 2,3$ , что соответствует усредненной константе ЭПВ  $\overline{\lambda}_{\rm pl} \approx 1,3$ .

Если предположить, что основной вклад в интеграл по  $\Omega$  в (14) вносят фононные и плазмонные моды в спектральных функциях  $S_{\rm ph}(\Omega)$  и  $S_{\rm pl}(\mathbf{q}, \Omega)$  с частотами  $\Omega >> T_c$ , то в знаменателях ( $\Omega \pm \omega \mp i\eta$ ) можно пренебречь величиной  $\omega \sim T_c$ по сравнению с  $\Omega$ . В результате, выполняя в (14) интегрирование по  $\omega$  с учетом обхода полюса в точке  $\omega = \tilde{\xi}(\mathbf{k}_{\parallel}')$  и переходя затем от интегрирования по  $\mathbf{k}_{\parallel}'$  к интегрированию по  $\tilde{\xi}$  и азимутальному углу  $\varphi'$  между  $\mathbf{k}_{\parallel}'$  на П $\Phi$  и направлением одной из кристаллографических осей (*a* или *b*) в плоскости слоев, с помощью статического соотношения Крамерса — Кронига (6) приходим к уравнению для анизотропной щели на П $\Phi$  как функции угла  $\varphi$  между  $\mathbf{k}_{\parallel}$  и осью *a* (или *b*):

$$\overline{Z}\Delta(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi} \frac{d\boldsymbol{\varphi}'}{2\pi} \Delta(\boldsymbol{\varphi}') \int_{-\tilde{E}_{F}}^{\tilde{E}_{F}} \frac{d\tilde{\xi}}{\tilde{\xi}} \mathbf{v}(\boldsymbol{\varphi}', \,\tilde{\xi}) \times \\ \times \left[ W_{\text{ph}}(\boldsymbol{\varphi}, \,\boldsymbol{\varphi}') \, \boldsymbol{\theta}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{ph}} - |\tilde{\xi}|) - \tilde{V}_{c}(\boldsymbol{\varphi}, \,\boldsymbol{\varphi}')\overline{\Gamma}_{c}^{2} \right] \operatorname{th} \frac{\tilde{\xi}}{2T_{c}} \,,$$

$$(21)$$

где  $\Delta(\phi) \equiv \Delta(\mathbf{k}_F(\phi)) \equiv \Sigma_2(\mathbf{k}_F(\phi), 0)/\overline{Z}$  — перенормированная СП щель;  $\nu(\phi', \tilde{\xi})$  — зависящая от угла и энергии электронная ПС;  $\tilde{E}_F$  и  $\tilde{\omega}_{\rm ph}$  — перенор-

мированные значения энергии Ферми и предельной частоты фононного спектра;  $\theta(x)$  — ступенчатая тета-функция Хевисайда, а  $\tilde{V}_c(\phi, \phi')$  — усредненный по  $q_z$  экранированный матричный элемент (11) статического кулоновского отталкивания на ПФ:

$$\tilde{V}_{c}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \equiv \tilde{V}_{c}(|\mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}) - \mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}')|) = \left\langle \frac{V_{c}(|\mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}) - \mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}')|; q_{z})}{\boldsymbol{\varepsilon}_{\infty} + V_{c}(|\mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}) - \mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}')|; q_{z}) \tilde{\Pi}_{e}(|\mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}) - \mathbf{k}_{F}(\boldsymbol{\varphi}')|, 0)} \right\rangle_{\perp}$$
(22)

=

Таким образом, характер анизотропии межэлектронного кулоновского взаимодействия в значительной степени определяется импульсной зависимостью статического поляризационного оператора, который при  $T \neq 0$  определяется выражением

$$\widetilde{\Pi}_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, 0) = 2 \int \frac{d^{2}k_{\parallel}}{(2\pi)^{2}} \frac{f_{F}(\xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})) - f_{F}(\xi(\mathbf{k}_{\parallel}))}{\xi(\mathbf{k}_{\parallel}) - \xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})} \times \frac{\Gamma_{c}(\mathbf{k}_{\parallel}, \xi(\mathbf{k}_{\parallel}); \mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel}, \xi(\mathbf{k}_{\parallel}))}{Z(\mathbf{k}_{\parallel}, \xi(\mathbf{k}_{\parallel})) Z(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel}, \xi(\mathbf{k}_{\parallel}))} .$$
(23)

Обратим внимание на то обстоятельство, что подынтегральное выражение в (23) содержит функцию двух переменных

$$F(\xi(\mathbf{k}_{\parallel}), \ \xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})) = \frac{f_F(\xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})) - f_F(\xi(\mathbf{k}_{\parallel}))}{\xi(\mathbf{k}_{\parallel}) - \xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel})} ,$$
(24)

которая имеет острый максимум при  $\xi(\mathbf{k}_{\parallel}) = \xi(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel}) = 0$ , равный F(0, 0) = 1/4 T (рис. 7). Поэтому при достаточно низких T сравнительно гладкие по  $\xi(\mathbf{k}_{\parallel})$  функции  $\Gamma_c$  и Z с хорошей точностью можно вынести из-под знака интеграла в точке  $\xi(\mathbf{k}_{\parallel}) = 0$  и при  $\mathbf{k}_{\parallel} = (\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel}) = \mathbf{k}_F$ . Учитывая также относительно слабую импульсную зависимость статических функций  $\Gamma_c$  и Z (см. рис. 5 и 6), можно приближенно представить (23) в виде

$$\tilde{\Pi}_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, 0) \cong \Pi_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, 0) \overline{\Gamma}_{c}/\overline{Z}^{2} , \qquad (25)$$

где  $\Pi_e(\mathbf{q}_{\parallel}, 0)$  — статический ПО, вычисленный в ПХФ (см. рис. 3).

Заметим, что благодаря аномально высокой ПС в области протяженных седловых особенностей величина статического поляризационного оператора может быть настолько большой, что во всем объеме



Рис. 7. Зависимость функции  $F(\xi_1, \xi_2)$  (см. (24)) в подынтегральном выражении для статического ПО (23) от  $\xi_1$  и  $\xi_2$ при T = 100 К.

ЗБ выполняется условие  $V_c(\mathbf{q})\tilde{\Pi}_e(\mathbf{q}_{\parallel},0)>> \mathbf{\epsilon}_{\infty}$ , так что с хорошей точностью можно положить

$$\tilde{V}_{c}(\mathbf{q}_{\parallel}) \approx 1/\tilde{\Pi}_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, 0) \approx \overline{Z}^{2}/\Pi_{e}(\mathbf{q}_{\parallel}, 0)\overline{\Gamma}_{c}.$$
 (26)

Отсюда следует, что в уравнении (21) наряду с ослаблением ЭФВ за счет перенормировки  $\overline{Z}^{-1}$  в данном случае происходит усиление кулоновского взаимодействия благодаря умножению на фактор  $\overline{Z} \ \overline{\Gamma}_c$ .

#### Критическая температура и изотопический эффект

Критическая температура СП перехода определяется собственными значениями линеаризованного интегрального уравнения для щели (26), которое можно представить в следующем виде:

$$\Delta(\boldsymbol{\varphi}) = \int_{0}^{2\pi} \frac{d\boldsymbol{\varphi}}{2\pi} K(T_c; \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \,\Delta(\boldsymbol{\varphi}') , \qquad (27)$$

где

>

$$K(T_{c}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') = \frac{1}{2\overline{Z}} \int_{-\tilde{E}_{F}}^{\tilde{E}_{F}} \frac{d\tilde{\xi}}{\tilde{\xi}} \operatorname{th} \frac{\tilde{\xi}}{2T_{c}} \nu(\boldsymbol{\varphi}', \tilde{\xi}) \times \left[ W_{\mathrm{ph}}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \; \boldsymbol{\theta}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{ph}} - |\tilde{\xi}|) - \tilde{V}_{c}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \; \overline{\Gamma}_{c}^{2} \right]. \quad (28)$$

Физика низких температур, 2001, т. 27, № 2

Пренебрегая зависимостью ПС от энергии, представим анизотропное ядро (28) в виде

$$K(T_{c}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') =$$

$$= \frac{1}{\overline{Z}} \left[ \Lambda_{\rm ph}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \ln \frac{2\gamma \tilde{\omega}_{\rm ph}}{\pi T_{c}} + \Lambda_{c}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}') \ln \frac{2\gamma \tilde{E}_{F}}{\pi T_{c}} \right], \qquad (29)$$

где

$$\begin{split} \Lambda_{\rm ph}(\boldsymbol{\varphi}, \, \boldsymbol{\varphi}') &= \nu(\boldsymbol{\varphi}', \, 0) \ W_{\rm ph}(\boldsymbol{\varphi}, \, \boldsymbol{\varphi}') \ ; \\ \Lambda_c(\boldsymbol{\varphi}, \, \boldsymbol{\varphi}') &= -\nu(\boldsymbol{\varphi}', \, 0) \ \tilde{V}_c(\boldsymbol{\varphi}, \, \boldsymbol{\varphi}') \ \overline{\Gamma}_c^2 \ ; \end{split} \tag{30}$$

γ – постоянная Эйлера (ү≈ 1,78).

Следуя [17], будем решать уравнение (27), разлагая ядро  $K(T_c, \phi, \phi')$  и щель  $\Delta(\phi)$  в ряды Фурье по  $\phi$  и  $\phi'$ . При этом анизотропную ПС в (30) аппроксимируем для простоты выражением, отражающим  $C_{4v}$ -симметрию электронного спектра в плоскости 2D слоев:

$$\mathbf{v}(\phi, 0) = \frac{\mathbf{v}_1}{2} \left(1 + \cos 4\phi\right) + \frac{\mathbf{v}_2}{2} \left(1 - \cos 4\phi\right), \, \mathbf{v}_1 > \mathbf{v}_2 \; .$$
(31)

Заметим, что значения параметров  $v_1$  и  $v_2$  зависят от положения уровня Ферми относительно дна седловин.

Поскольку явный вид матричного элемента ЭФВ нам не известен, проведем вначале вычисления  $T_c$  без учета фононного слагаемого в (29). В этом случае численное решение показывает, что максимальная критическая температура достигается для щели, преобразующейся по неприводимому представлению  $B_1$  группы  $C_{4v}$ :

$$\Delta(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{4n-2} \cos((4n-2))\phi .$$
 (32)

Это соответствует  $d_{x^2-y^2}$ -волновой симметрии СП параметра порядка, а безразмерная константа ЭПВ в *d*-волновом канале  $\lambda_{\rm pl}^d$  определяется максимальным положительным собственным значением анизотропного кулоновского ядра  $\Lambda_c(\varphi, \varphi')$ .

На рис. 8 показаны зависимости константы  $\lambda_{\rm pl}^d$  от приведенной концентрации *x* допированных носителей тока (дырок) при  $\varepsilon_{\infty} = 4$  для двух значений усредненной константы ЭФВ  $\overline{\lambda}_{\rm ph}$ , которая входит в ренормализационный фактор  $\overline{Z}$  в (25) и, следовательно, в кулоновское ядро  $\Lambda_c(\phi, \phi')$ .



*Рис. 8.* Зависимости безразмерной константы ЭПВ в *d*-канале  $\lambda_{\rm pl}^d$  от *x* при  $\overline{\lambda}_{\rm ph} = 0,5$  (1) и 0,8 (2) для  $\varepsilon_{\infty} = 4$  и  $\overline{\lambda}_{\rm pl} = 1,3$ .

Максимальное значение  $\lambda_{\rm pl}^d$  достигается при  $x = x_0$ , что соответствует совмещению уровня Ферми с сингулярностью Ван Хова в квазичастичной ПС.

Для оценки вклада анизотропной составляющей ЭФВ, способствующей  $d_{x^2-y^2}$ -симметрии цели, введем константу  $\lambda_{\rm ph}^d$ , значение которой ( $\lambda_{\rm ph}^d$  = = 0,2–0,3) выбиралось в соответствии с моделью ЭФВ, рассмотренной в [44].

В таком приближении критическая температура перехода в СП состояние с *d*-волновой симметрией щели с учетом (29) определяется выражением



Рис. 9. Зависимости  $T_c$  от x для разных значений констант ЭФВ при  $\varepsilon_{\infty} = 4$  и  $\overline{\lambda}_{\rm pl} = 1,3$ : кривые 1 и 1' соответствуют  $\overline{\lambda}_{\rm ph} = 0,5$  при  $\lambda_{\rm ph}^d = 0,3$  и 0,2, а кривые 2 и 2' —  $\overline{\lambda}_{\rm ph} = 0,8$  при  $\lambda_{\rm ph}^d = 0,3$  и 0,2. Жирным пунктиром показана зависимость  $T_c$ от x в отсутствие ЭФВ ( $\overline{\lambda}_{\rm ph} = \lambda_{\rm ph}^d = 0$ ).



Рис. 10. Зависимости показателя изотопического эффекта  $\alpha$  от *x* для параметров, соответствующих кривым 1, 1', 2 и 2' на рис. 9.

$$T_{c} \approx E_{F}^{\lambda_{\rm pl}^{d}/\lambda_{d}} \widetilde{\omega}_{\rm ph}^{\lambda_{\rm ph}^{d}/\lambda_{d}} \exp\left(-\frac{1+\overline{\lambda}_{\rm pl}+\overline{\lambda}_{\rm ph}}{\lambda_{d}}\right),$$

$$\lambda_{d} = \lambda_{\rm ph}^{d} + \lambda_{\rm pl}^{d}.$$
(33)

На рис. 9 показаны зависимости  $T_c$  от xдля разных значений констант ЭФВ при  $\varepsilon_{\infty} = 4$ , которые качественно согласуются с экспериментальными данными для купратных МОС. Как следует из полученных результатов, слабое изотропное ЭФВ с  $\overline{\lambda}_{\rm ph} \leq 0,5$  практически не влияет на максимальное значение  $T_c$ , тогда как при значениях  $\overline{\lambda}_{\rm ph}$ , сравнимых с  $\overline{\lambda}_{\rm pl}$ , происходит заметное подавление  $T_c$  в d-волновом куперовском канале за счет эффектов сильной связи, определяющих величину фактора перенормировки (1 +  $\overline{\lambda}_{\rm pl}$  +  $\overline{\lambda}_{\rm ph}$ ) в (33).

Наконец, на рис. 10 представлены зависимости показателя изотопического эффекта  $\alpha \equiv \frac{1}{2} \partial \ln T_c / \partial \ln \tilde{\omega}_{\rm ph} = \frac{1}{2} \lambda_{\rm ph}^d / (\lambda_{\rm pl}^d + \lambda_{\rm ph}^d)$  от x при  $\varepsilon_{\infty} = 4$  для тех же ненулевых значений констант ЭФВ, что и на рис. 9. Эти зависимости демонстрируют тенденцию к уменьшению  $\alpha$  по мере повышения  $T_c$ , что также согласуется с имеющимися экспериментальными данными по изменению  $T_c$  и  $\alpha$  при замещении кислорода <sup>16</sup>О на <sup>18</sup>О [45,46].

#### 6. Заключение

Таким образом, в данной работе показано, что наличие протяженных седловых особенностей в квазидвумерном зонном спектре купратных 2D

слоев в кристаллах МОС приводит к появлению в их коллективном электронном спектре затухающих (передемпфированных) длинноволновых колебаний электронной плотности с акустическим законом дисперсии. Взаимодействие носителей тока с такими возбуждениями проявляется в подавлении экранированного кулоновского отталкивания в области малых передаваемых импульсов и, как следствие, в возникновении эффективного притяжения между квазичастицами в *d*-волновом куперовском канале. В рамках рассмотренного зарядово-флуктуационного (плазмонного) механизма ВТСП продемонстрирована также необходимость учета кулоновских вершинных функций для правильной оценки температуры сверхпроводящего перехода T<sub>c</sub>. С помощью численного решения интегрального уравнения для анизотропного СП параметра порядка с  $d_{x^2-y^2}$ -симметрией в приближении сильной связи показано, что многочастичные кулоновские корреляции типа эффектов локального поля, которые описываются кулоновскими вершинами Г<sub>с</sub>, приводят к существенному усилению межэлектронного притяжения в d-волновом канале. При оптимальном уровне допирования купратных МОС, когда уровень Ферми совпадает с положением сингулярности Ван Хова, значения Т<sub>с</sub> могут превышать 100 К, а дополнительный учет анизотропного ЭФВ позволяет описать слабый изотопический эффект по кислороду в ВТСП материалах.

В заключение выражаем благодарность Б. И. Альтшулеру, В. М. Локтеву и А. В. Семенову за полезные обсуждения.

- D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, W. C. Lee, D. M. Ginsberg, and A. J. Leggett., Phys. Rev. Lett. 71, 2134 (1993).
- 2. I. Iguchi and Z. Wan, Phys. Rev. B49, 12388 (1994).
- 3. D. A. Browner and H. R. Ott, *Phys. Rev.* **B50**, 6530 (1994).
- D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, J. Giapintzakis, and D. M. Ginsberg, *Phys. Rev. Lett.* 74, 797 (1995).
- S. S. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi, Lock See Yu-Jahnes, A. Gupta, T. Shaw, J. Z. Sem, and M. B. Ketchen, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 593 (1994).
- J. R. Kirtley, S. S. Tsuei, M. Rupp, J. Z. Sun, L. S. Yu.-Jahnes, A. Gupta, M. B. Ketchen, K. A. Moler, and M. Bhushan, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1336 (1996).
- C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, Z. F. Ren, et al., Nature 387, 481 (1997).
- M. R. Norman, M. Randeria, H. Ding, J. C. Campuzano, and A. F. Bellman, *Phys. Rev.* B52, 15107 (1995).
- H. Ding, M. R. Norman, J. C. Campuzano, M. Randeria, A. F. Bellman, T. Yokoya, T. Takahashi, T. Mochiku, and K. Kadowaki, *Phys. Rev.* B54, R9678 (1996).
- D. J. Scalapino, E. Loh, and J. E. Hirsch, *Phys. Rev.* B35, 6694 (1987).
- N. E. Bickers, R. T. Scalettar, and D. J. Scalapino, Int. J. Mod. Phys. B1, 687 (1987).

- A. J. Millis, H. Monien, and D. Pines, *Phys. Rev.* B42, 167 (1990).
- T. Moriya, Y. Takahashi, and K. Ueda, J. Phys. Soc. Jpn. 59, 1905 (1990).
- P. Monthoux, A. V. Balatsky, and D. Pines, *Phys. Rev.* B46, 14803 (1992).
- 15. P. Monthoux and D. Pines, Phys. Rev. B47, 6069 (1993).
- P. Monthoux and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* 72, 1874 (1999).
- 17. D. Pines, J. Phys. 20, 535 (1998).
- A. I. Liechtenstein, O. Gunnarsson, O. K. Andersen, and R. M. Martin, *Phys. Rev.* B54, 12505 (1996).
- C.-H. Pao and N. E. Bickers, *Phys. Rev. Lett.* 72, 1870 (1994).
- E. A. Pashitskii, V. I. Pentegov, A. V. Semenov, and E. Abraham, *Int. J. Mod. Phys.* B12, 2946 (1998).
- A. V. Semenov, Int. J. Mod. Phys. B12, 3141 (1998); Symmetry and Pairing in Superconductors, NATO Science Series, V. 63, p. 101, Kluwer Academic Publishers (1999).
- E. A. Pashitskii, V. I. Pentegov, and A. V. Semenov, Symmetry and Pairing in Superconductors, NATO Science Series, V. 63, p. 121, Kluwer Academic Publishers (1999).
- Э. А. Пашицкий, В. И. Пентегов, А. В. Семенов, Э. Абрахам, Письма в ЖЭТФ 69, 703 (1999).
- 24. D. S. Dessau, Z.-X. Shen, D. M. King, D. S. Marshall, L. W. Lombardo, P. H. Dickinson, A. G. Loeser, J. Di-Carlo, C.-H. Park, A. Kapitulnik, and W. E. Spicer, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2781 (1993).
- A. A. Abrikosov, J. C. Campuzano, and V. Gofron, *Physica* C214, 73 (1993).
- D. M. King, Z.-X. Shen, and D. S. Dessau, *Phys. Rev. Lett.* 73, 3298 (1994).
- K. Gofron, J. C. Campuzano, A. A. Abrikosov, M. Lindroos, A. Bansil, H. Ding, D. Koelling, and B. Dabrowski, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3302 (1994).
- M. C. Schabel, C.-H. Park, A. Matsuura, et al., *Phys. Rev.* B57, 6090 (1998).
- 29. D. Pines, Canad. J. Phys. 34, 1379 (1956).
- 30. D. Pines and J. R. Shrieffer, Phys. Rev. 124, 1387 (1961).
- 31. О. В. Константинов, В. И. Перель, ФТТ 9, 3061 (1967).
- 32. Э. А. Пашицкий, ЖЭТФ 55, 2387 (1968).
- 33. J. Ruvalds, Adv. Phys. 30, 677 (1981).
- 34. O. K. Andersen, O. Jensen, A. I. Liechtenstein, and I. I. Mazin, *Phys. Rev.* B49, 4145 (1994).
- 35. A. Griffin and A. J. Pindor, Phys. Rev. B39, 11503 (1989).
- 36. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, Теория квантовых жидкостей, Мир, Москва (1967).
- Проблема высокотемпературной сверхпроводимости,
   В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц (ред.), Наука, Москва (1977).
- 38. Y. Nambu, Phys. Rev. 117, 648 (1960).
- 39. Y. Takada, J. Phys. Chem. Solids 54, 1779 (1993).
- 40. J. M. Luttinger and J. C. Ward, *Phys. Rev.* 118, 1417 (1960).
- 41. T. Timusk, S. L. Herr, K. Kamaras, C. D. Porter, D. B. Tanner, D. A. Bonn, J. D. Garrett, C. V. Stager, J. E. Greedan, and M. Reedyk, *Phys. Rev.* B38, 6683 (1988).
- 42. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960); там же **39**, 1437 (1960).
- О. Долгов, Е. Г. Максимов, УФН 138, 95 (1982); О. V. Dolgov, D. A. Kirzhnits, and E. G. Maksimov, *Rev. Mod. Phys.* 53, 81 (1981).
- 44. A. Sherman, Phys. Rev. B55, 582 (1997).
- 45. J. P. Franck, J. Jung, M. A.-K. Mohamed, S. Gygak, and G. I. Sproule, *Phys. Rev.* **B44**, 5317 (1991).

 H. J. Bornemann and D. E. Morris, *Phys. Rev.* B44, 5322 (1991).

# The role of the charge density fluctuations and many-body Coulomb correlations in the mechanism of high-temperature superconductivity in cuprate metal-oxides

#### E. A. Pashitskii and V. I. Pentegov

The charge-fluctuation (plasmon) mechanism of the *d*-wave Cooper pairing in high- $T_c$  superconductors (HTS) is considered. The mechanism is due to the interaction between the charge carriers and the collective low-frequency excitations of the electron density. Sence the one-particle spectrum of layered cuprate metal-oxide crystals contains extended aniso-

tropic saddle-point singularities («flat zones») with anomalously high density of states, the collective electron spectrum can develop attenuating longwavelength charge density fluctuations which suppress the screened static Coulomb repulsion in the region of small transferred momenta. As a result, the effective interelectron attraction appears in the dwave Cooper channel, which is enhanced significantly by the many-body Coulomb correlations of the local field type described by the Coulomb vertices  $\Gamma_c$ . The attraction induces the Cooper pairing with the symmetry  $d_{x^2-y^2}$  of the superconducting order parameter and is capable of ensuring quite high maximal critical temperatures,  $T_c \sim 100$  K, with optimal doping of cuprate metal-oxides compounds. The allowance for the anisotropy of the electron-phonon interaction enables us to describe a weak isotopic oxygen effect in HTS compounds.