

# Прохождение квазичастичных возбуждений через границу раздела двух сред (Обзор)

Ю.А. Косевич<sup>1</sup>, Е.С. Сыркин<sup>2</sup>, Е.Ю. Ткаченко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт химической физики РАН им. Н.Н. Семенова, ул. Косыгина, 4, г. Москва, 119991, Россия

<sup>2</sup>Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина

E-mail: yukosevich@gmail.com, syrkin@ilt.kharkov.ua

<sup>3</sup>Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61103, Украина

Статья поступила в редакцию 24 мая 2016 г., опубликована онлайн 24 июня 2016 г.

Анализируется влияние на тепловое сопротивление Капицы динамического поверхностного монослоя на границе между твердым телом и сверхтекучим гелием. В качестве такого поверхностного монослоя рассматривается монослой адсорбированных на поверхности твердого тела примесных атомов, слабо связанных с подложкой. Резонанс падающих из гелия фононов с колебаниями в двумерной системе способен значительно увеличить теплоперенос через такую границу раздела, по сравнению со случаем атомарно-чистой границы. Рассматриваются скалярные и векторные модели границы раздела. В обзоре приведены новые результаты по макроскопической динамике границы раздела двух сред, в том числе с учетом ангармонизма решетки (нелинейных эффектов).

Аналізується вплив на тепловий опір Капиці динамічного поверхневого моношару на межі між твердим тілом та надтекучим гелієм. В якості такого поверхневого моношару розглядається монослой адсорбованих на поверхні твердого тіла домішкових атомів, слабо пов'язаних з підкладкою. Резонанс фононів, що падають з гелію, з коливаннями у двовимірній системі здатний значно збільшити теплопередачу через таку межу розділу, в порівнянні з випадком атомарно-чистої межі. Розглядаються скалярні та векторні моделі межі поділу. В огляді наведено нові результати з макроскопічної динаміки межі поділу двох середовищ, в тому числі з урахуванням ангармонізму ґратки (нелінійних ефектів).

PACS: **62.60.+v** Акустические свойства жидкостей;

**65.80.-g** Тепловые свойства малых частиц, нанокристаллов, нанотрубок и других связанных с ними систем.

Ключевые слова: тепловое сопротивление Капицы, фононы, динамический поверхностный монослой, граница раздела двух сред.

## Содержание

1. Тепловое сопротивление Капицы и теория Халатникова.....	777
2. Различные модификации теории Халатникова.....	778
3. Динамические и термодинамические характеристики полуграниченного кристалла со слабо- связанным адсорбированным на поверхности примесным монослоем.....	778
4. Влияние слабосвязанного примесного монослоя на теплообмен между сверхтекучим гелием и твердым телом.....	780
5. Макроскопическая динамика границы раздела двух сред.....	781
Литература.....	785

## 1. Тепловое сопротивление Капицы и теория Халатникова

П.Л. Капица обнаружил [1], что при тепловом потоке через контакт двух сред возникает скачок температур,

пропорциональный плотности потока с коэффициентом пропорциональности, который называют тепловым сопротивлением границы и который зависит от температуры как  $T^{-3}$ .

Для объяснения этого явления Халатников предложил теорию [2,3], известную как модель акустического рассогласования.

Существует, вообще говоря, два различных механизма теплообмена между твердым телом и гелием: за счет соударения фононов и ротонов со стенкой и вследствие излучения фононов. В работах Халатникова [2,3] рассматривается последний из механизмов, который и предполагается определяющим при низких температурах (гораздо ниже  $\lambda$ -точки). Затруднение теплообмена объясняется сильным рассогласованием акустических импедансов жидкого гелия  $Z_1 = \rho_1 v_l$  и твердого тела  $Z_2 = \rho_2 c_l$ ,  $Z_1 \ll Z_2$ , из-за которого переход фононов из гелия в твердое тело и наоборот затруднен. Здесь  $\rho_{1,2}$  и  $v_l, c_l$  — плотности и характерные скорости продольных волн в гелии и твердом теле. Для рассмотрения теплообмена между твердым телом и гелием проводится квантование трех типов упругих волн в твердом теле: продольных, поперечных и поверхностных. Последовательно выписывая векторы смещений для указанных типов колебаний и учитывая связь между углом падения  $\theta$  и углом отражения поперечной  $\theta_l$  и продольной  $\theta_l$  волн, а также условия на границе твердое тело–гелий, Халатников получил выражения для модулей компонент скоростей на поверхности тела.

Поскольку твердое тело колеблется, оно излучает в окружающую жидкую среду звук, который уносит некоторое количество энергии. Рассмотрение трех типов упругих колебаний в твердом теле позволяет найти поток энергии, которым обмениваются твердое тело и сверхтекучий гелий. Поток тепла, как показано в работе Халатникова, пропорционален разности четвертых степеней температуры твердого тела и жидкого гелия:

$$\Delta W = W(T) - W(T') = \frac{\rho_l}{\rho_c} \frac{16\pi^5}{15} \frac{1}{(2\pi\hbar c_l)^3} F \left\{ (kT)^4 - (kT')^4 \right\}. \quad (1)$$

В случае малых разностей температур можно записать:

$$\Delta W = \frac{\rho_l}{\rho_c} c_l \frac{16\pi^5}{15} \frac{(kT)^3}{(2\pi\hbar c_l)^3} Fk(T - T'), \quad (2)$$

где  $\rho_l$  и  $\rho_c$  — плотность гелия II и плотность твердого тела соответственно,  $c_l$  — скорость звука в гелии II,  $F$  — некоторая функция упругих констант твердого тела порядка единицы.

Здесь  $\Delta W$  — разность потоков, направленных от твердого тела к жидкости и наоборот. При малой величине температурного скачка коэффициент теплопередачи границы  $h$  зависит от температуры по кубическому закону. Однако приемлемое согласование с экспериментом наблюдается только в низкотемпературной области ( $T \leq 0,1$  К), а также в более высокотемпературной области, где наблюдается кубическая зависимость от тем-

пературы, но величина коэффициента теплопередачи через границу существенно выше теоретической [4]. Оказалось, что полученный в эксперименте коэффициент теплопередачи на несколько порядков отличается от предсказанного теоретически и не проявляет сильную зависимость от давления. В связи с этим необходимо учитывать дополнительные факторы для описания экспериментально наблюдаемого теплообмена между сверхтекучим гелием и твердым телом [4,5].

## 2. Различные модификации теории Халатникова

Для согласования теории с экспериментально полученными результатами были предложены различные модификации теории Халатникова. К ним относятся учет затухания фононов, обусловленного наличием дефектов в приповерхностной области [6,7], вклад затухания поверхностных рэлеевских волн на электронах проводимости в теплопередачу металл–жидкий гелий [8], наличие уплотненного слоя гелия у поверхности твердого тела [9]. Роль шероховатости поверхности учитывается в работах [10,11], а также в недавней работе [12], где рассматриваются физические условия, необходимые для резонансного рассеяния фононов на шероховатой границе раздела. Рэлеевские поверхностные волны изменяют только величину коэффициента теплопередачи через границу, но не на несколько порядков. Интересно, что в работе Халатникова упоминается о вкладе рэлеевских волн в затруднение теплообмена на границе твердое тело–жидкий гелий. Если рэлеевские волны связаны с фононной системой в объеме твердого тела через электроны проводимости, то их вклад будет отличаться для нормального и сверхпроводящего состояний металла, что сопровождается возрастанием теплосопротивления границы гелия с металлом при переходе металла в сверхпроводящее состояние.

Также существуют определенные сложности, связанные с воспроизводимостью результатов. Например, в [13] для достижения воспроизводимости результатов на одном и том же образце после пребывания на воздухе необходима была его длительная выдержка в вакууме.

## 3. Динамические и термодинамические характеристики полуграниченного кристалла со слабосвязанным адсорбированным на поверхности примесным монослоем

Указанных выше модификаций теории Халатникова оказывается недостаточно для достижения удовлетворительного согласия теории с экспериментом, необходимо также учесть реальную структуру поверхности. В работах [14,15] на микроскопическом уровне рассмотрено влияние слабосвязанного примесного монослоя (ССПМ) на различные низкотемпературные колебательные характеристики, в том числе на теплоперенос. В качестве модели выбран ГЦК кристалл с взаимодей-

ствием ближайших соседей. Уравнения движения в такой системе имеют вид

$$m(n) \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = - \sum_{n'} \alpha(\mathbf{n}, \mathbf{n}') u(\mathbf{n}'), \quad (3)$$

где  $u(\mathbf{n})$  — скалярная величина, соответствующая смещению атома из равновесного положения;  $\mathbf{n} (n_1, n_2, n_3)$  — целочисленный вектор, нумерующий узлы решетки;  $m(\mathbf{n})$  — масса атома в узле  $\mathbf{n}$ ,  $\alpha(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$  — силовая постоянная. Кристалл предполагается ограниченной поверхностью (001), атомный слой ( $n_3 = 0$ ) образован примесными атомами с массой  $M$ . Взаимодействие между ближайшими соседями в объеме кристалла описывается силовой константой  $\alpha$ , а взаимодействие примесного монослоя с поверхностью твердого тела — параметром  $\gamma\alpha$  ( $\gamma \ll 1$ ), взаимодействие между атомами примеси не учитывается:

$$\alpha(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \begin{cases} \alpha & n_3, n'_3 \geq 1; \\ \gamma\alpha, \quad \gamma \ll 1 & n_3 = 0, n'_3 = 1; \\ 0 & n_3 = 0, n'_3 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Собственные колебания можно искать в виде

$$u(n_1, n_2, n_3) = u_n \exp [i(k_1 n_1 + k_2 n_2) - i\omega t]$$

ввиду наличия трансляционной инвариантности вдоль поверхности твердого тела. Здесь  $k_1, k_2$  — компоненты безразмерного плоского волнового вектора  $\kappa$ ,  $\omega$  — частота. Из уравнения движения получаем систему линейных однородных уравнений второго порядка в конечных разностях с постоянными коэффициентами. Определяемая ими последовательность  $\{u_n\}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) является суммой двух геометрических прогрессий, знаменатели которых находят из характеристического уравнения

$$\lambda = m\omega^2/\alpha = 12 - 4 \cos k_1 \cos k_2 - 2(\cos k_1 + \cos k_2)(q + q^{-1}). \quad (5)$$

Для непрерывного спектра корни характеристического уравнения можно представить как  $q_{1,2} = \exp(\pm ik_3)$ . Соответствующие таким  $q$  геометрические прогрессии описывают падающую и отраженную от поверхности волны. Для частоты вне непрерывного спектра корень, не удовлетворяющий условию  $|q| \leq 1$ , должен быть отброшен.

Отсутствие ССПМ означает, что  $\gamma = 0$ , тогда из граничного условия можно найти закон дисперсии и распределение смещений в поверхностной волне:

$$\lambda_s = 8 - 4 \cos k_1 \cos k_2 - (\cos k_1 + \cos k_2)^2 = \lambda_v - (2 - \cos k_1 - \cos k_2)^2; \quad (6)$$

$$u_n = u_1 q^n, \quad q = 1/2(\cos k_1 + \cos k_2), \quad (7)$$

где  $\lambda_v$  — нижняя граница сплошного спектра.

Для падающей на поверхность кристалла волны с волновым вектором  $\mathbf{k} (\kappa, k_3)$  решение уравнения имеет вид

$$u_n = Aq^n + Bq^{-n}, \quad (8)$$

где

$$\frac{B}{A} = \frac{2 - (\cos k_1 + \cos k_2) e^{-ik_3}}{2 - (\cos k_1 + \cos k_2) e^{ik_3}}, \quad \left| \frac{B}{A} \right| = 1, \quad (9)$$

т.е. падающая и отраженная волны имеют одинаковые амплитуды и отличаются только по фазе.

В пределе  $\omega \rightarrow 0$  происходит переход к сплошной среде. Квантование поверхностных волн дает

$$u_{1s}^2 = \frac{4\hbar |\ln q|}{\rho\omega_s(\kappa) aS} \xrightarrow{\kappa \ll 1} \frac{\hbar \kappa^2}{\rho\omega_s aS}, \quad \kappa^2 = k_1^2 + k_2^2, \quad (10)$$

где  $a$  — постоянная решетки,  $S$  — площадь элементарной ячейки. При наличии ССПМ для амплитуды смещения поверхностного слоя получаем

$$\frac{u_0}{A} = 8i\gamma \sin k_3 (\cos k_1 + \cos k_2)^2 \left\{ -4\gamma^2 (\cos k_1 + \cos k_2)^2 + (4\gamma - M\omega^2/\alpha) \times \right. \\ \left. \times \left[ 8 + 4 \cos k_1 \cos k_2 - m\omega^2/\alpha - 2(\cos k_1 + \cos k_2) e^{-ik_3} \right] \right\}^{-1}. \quad (11)$$

Значительный вклад в низкотемпературную теплопередачу через границу дают лишь те поверхностные состояния, которые сильно локализованы у границы и являются низкочастотными. Резонансные (приповерхностные) колебания полуограниченного кристалла происходят с частотой  $\omega_0 = 4\gamma\alpha/M$ , соответствующей области, где отношение амплитуды смещения слабо связанного примесного монослоя к амплитуде волны, падающей из кристалла  $u_0/A$ , принимает наибольшее значение. Квадрат модуля этого отношения определяет мощность звукового излучения. При  $\omega \rightarrow 0$  также происходит переход к сплошной среде.

Помимо указанных состояний присутствует еще одно сильно локализованное у поверхности границы состояние, частота которого близка к  $\omega_0$ . В первом приближении по  $\gamma$  это состояние обусловлено колебанием примесного монослоя на почти неподвижной подложке (рис. 1).

Квантование колебаний дает эйнштейновскую моду колебаний слабо связанного монослоя, которая практически не взаимодействует с остальными модами, за исключением окрестности пересечения с нижней границей сплошного спектра:

$$|u_{0,s}|^2 = 2\hbar/MN_s \omega_0, \quad (12)$$

где  $N_s$  — число атомов в слое,  $u_{0,s}$  — амплитуда колебаний внешнего слоя.

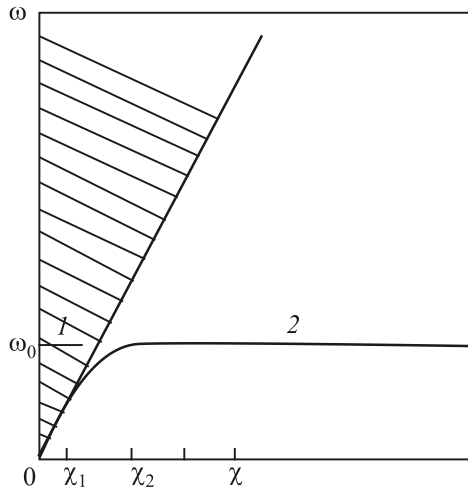


Рис. 1. Низкочастотный спектр рассматриваемой модели: 1 — резонансное состояние; 2 — поверхностное состояние [14].

#### 4. Влияние слабосвязанного примесного монослоя на теплообмен между сверхтекучим гелием и твердым телом

Колебания поверхностного слоя в случае, если твердое тело граничит с жидкостью, приводят к излучению звука в окружающую гидродинамическую среду. Наряду с излучением происходит и поглощение фононов. Разность потоков, соответствующих излучению и поглощению, определяет результирующий тепловой поток. Поскольку основной вклад в температурную зависимость среднеквадратичных смещений дают поверхностные и резонансные состояния, которые обусловлены наличием поверхностного примесного монослоя, коэффициент теплопередачи через границу определяется как

$$h = h_0(T) + h_r(T) + h_s(T), \quad (13)$$

$$h_0(T) = \frac{4\pi^2}{15h^3} \frac{\rho_l c_l}{\rho c^3} T^3, \text{ при } T \ll T_\gamma; \quad (14)$$

$$h_r(T) = \frac{15}{16\pi^3} \sqrt{\frac{m}{\gamma M}} \left(\frac{T_\gamma}{T}\right)^5 \frac{\exp(T_\gamma/T)}{(\exp(T_\gamma/T) - 1)^2} h_0(T); \quad (15)$$

$$h_s(T) = h_r(T) \frac{c^2}{c_l^2}, \quad T_\gamma = \frac{\hbar c}{a} \sqrt{\frac{\gamma m}{M}}, \quad (16)$$

где  $m$  — масса атомов кристалла,  $M$  — масса атомов примесного монослоя,  $\rho, \rho_l, c, c_l$  — плотности и скорости звука в твердом теле и гелии.

Здесь  $h_0(T)$  при  $T \rightarrow 0$  дает главный вклад в коэффициент теплопередачи и, несмотря на скалярный характер модели, совпадает с результатом Халатникова (полученным в рамках теории упругости с учетом объемных волн всех поляризаций и поверхностных рэле-

евских волн) с точностью до численного множителя, близкого к единице.

Слагаемое  $h_r(T)$  в формуле описывает вклад резонансных колебаний в теплопередачу,  $h_s(T)$  — вклад поверхностных колебаний. При вычислении  $h_s(T)$  интегрирование по  $\mathbf{k}$  проводилось от нуля, что привело к относительно небольшой погрешности. На рис. 2 приведена температурная зависимость отношения коэффициентов теплопередачи через границу гелия с твердым телом с примесным поверхностным монослоем и без него  $h(T)/h_0(T)$ .

Рисунок 2 показывает, что вблизи  $T = 1/5 T_\gamma$  происходит резкое увеличение теплопередачи через границу по сравнению с предсказаниями теории Халатникова. Такое увеличение (на 1–2 порядка) наблюдалось в ряде экспериментов [16–18]. В рассматриваемой модели имеется только одна резонансная частота, и вблизи  $T_\gamma$  теория предсказывает существование очень резкой зависимости  $h(T)$ . В реальной ситуации может происходить более плавное нарастание  $h(T)$  из-за наличия нескольких резонансных частот.

В связи с результатом, приведенным на рис. 2, необходимо отметить, что используемый метод расчета обмена теплом между жидким гелием и твердым телом дает завышенное значение усиления теплообмена, вызванного присутствием переходного динамического слоя. Это завышение связано с отсутствием учета «обратной реакции» жидкого гелия на колебания поверхностного слоя. Более строгое рассмотрение требует точного расчета коэффициента отражения энергии  $R$  продольного фонона, падающего из жидкого гелия, как функции частоты и угла падения  $\theta$ . Коэффициент отражения правильно учитывает динамическое взаимодействие гелия с поверхностным слоем. В пренебрежении затуханием звука в гелии, коэффициент прохождения энергии фонона из гелия в твердое тело равен  $D = 1 - R$ . При подборе «оптимальных параметров» динамического по-

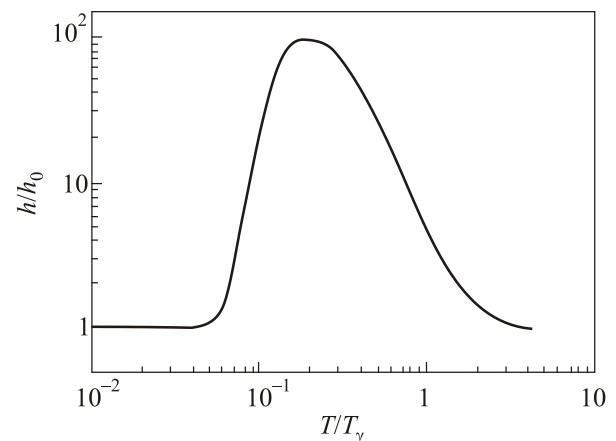


Рис. 2. Температурная зависимость отношения коэффициентов теплопередачи через границу гелия с твердым телом с примесным поверхностным монослоем и без него,  $M/m = 0,5$ ,  $\gamma = 0,01$ ;  $(c^2 / c_l^2) = 10$ .

верхностного монослоя интеграл по частоте от коэффициента прохождения, например, через границу He–Si, может примерно на порядок превышать частотный интеграл от коэффициента прохождения без поверхностного слоя. Но интеграл от  $D$  по частоте заметно падает при отклонении параметров слоя от «оптимальных» значений. Интеграл от коэффициента прохождения энергии фонона  $D$  по частоте и по углу падения  $\theta$  с функцией Бозе–Эйнштейна распределения тепловых фононов определяет тепловой поток между гелием и твердым телом и, соответственно, тепловое сопротивление Капицы такой границы, см., например, [3]. Ниже мы приводим пример расчета в векторной модели коэффициента прохождения фононов через границу гелия с изотропным твердым телом с переходным поверхностным слоем слабосвязанных атомов и теплосопrotivления Капицы такой границы, а также коэффициента прохождения длинноволновых фононов через двумерный дефект в объеме кристалла.

### 5. Макроскопическая динамика границы раздела двух сред

При наличии в твердом теле двумерных дефектов может иметь место резонансное взаимодействие упругих волн с дефектом. Это взаимодействие для длинноволновых акустических волн может быть описано системой эффективных граничных условий для упругих поверхностных напряжений и смещений на поверхности двумерного дефекта [19–22]. Это взаимодействие проявляется в том числе в полном отражении скользких волн от двумерного дефекта [23,24], в полном прохождении фонона через границу с сильным рассогласованием акустических импедансов при резонансе с двумерным переходным динамическим слоем [19–22], в полном отражении акустической волны тонким макроскопическим слоем при резонансе по углу падения с квазипродольной волной утечки в окружающем твердом теле [25–27], в полном отражении от латерально-неоднородного слоя со сложной внутренней структурой [21]. Важным для анализа и экспериментального исследования подобных акустических явлений, обусловленных резонансным откликом двумерной системы в узком интервале частот или углов падения, является учет влияния дополнительных взаимодействий на изучаемые свойства.

В работе [21] показана возможность полного поглощения объемной акустической волны двумерным дефектом в условиях *двойного резонанса* с внутренней динамической степенью свободы дефекта, см. также [28,29]. Аномальное поверхностное поглощение в рассматриваемой системе обусловлено взаимодействием с резонансной модой на двумерном дефекте, который характеризуется наличием межатомных взаимодействий как ближайших, так и не ближайших соседей [21]. В ра-

боте [30] рассматривается резонансное взаимодействие объемной акустической волны с однородным слоем с учетом поглощения в среде акустических колебаний. Показано, что диссипация оказывает сильное влияние на резонансное взаимодействие объемных фононов с двумерным дефектом ввиду большой глубины проникновения квазипродольной волны утечки и значительного увеличения амплитуды колебаний при резонансе с падающим поперечным фононом, см. также [31]. Относительно малое поглощение продольной акустической волны приводит к тому, что коэффициент прохождения поперечной акустической волны отличен от нуля при любом угле падения, включая резонансный. Причем при резонансном угле падения коэффициенты прохождения и отражения определяются не зависящим от частоты отношением эффективной длины пробега возбуждений, приводящих к поглощению продольной акустической волны, к толщине слоя. Полное резонансное отражение поперечной волны на достаточно тонком однородном слое не происходит.

Для анализа влияния внутренней степени свободы на резонансное взаимодействие упругой волны с тонким неоднородным слоем рассматривается двумерный слой, обладающий внутренней динамической степенью свободы, который предполагается лежащим в плоскости  $z = 0$ . Граничные условия для объемных напряжений и смещений могут быть получены из условия равенства нулю вариации полной (объемной и поверхностной) свободной энергии межкристаллической границы по отношению к независимым динамическим переменным: упругому смещению центра масс единицы площади планарного дефекта  $u_i^s$  и смещению  $u_i^{(1,2)}$ , а также путем учета кинетической энергии границы раздела [19–22]:

$$u_i^{(1)} - u_i^s = -b_{ik}^{(1)} \sigma_{kn}^{(1)} - c_{ik} \sigma_{kn}^{(2)}, \quad (17)$$

$$\sigma_{in}^{(1)} - \sigma_{in}^{(2)} = -\rho_s \frac{\partial^2 u_i^s}{\partial t^2} + g_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta u_i^s + \delta_{\beta\gamma} h_{\alpha\beta\gamma\delta} \nabla_\alpha u_\gamma^s, \quad (18)$$

$$u_i^s - u_i^{(2)} = -b_{ik}^{(2)} \sigma_{kn}^{(2)} - c_{ik} \sigma_{kn}^{(1)}, \quad (19)$$

где  $\sigma_{in} = \sigma_{ik} n_k$ ;  $n_i$  — единичный вектор, направленный из среды 1 в среду 2,  $\rho_s$  — масса единицы площади двумерного дефекта,  $g_{\alpha\beta}$  и  $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$  — тензоры поверхностного напряжения и латеральных упругих модулей двумерного дефектного слоя,  $b_{ik}^{(1,2)}$  и  $c_{ik}$  — тензоры, описывающие взаимодействие между атомами дефекта и берегов (1,2) матрицы, а также взаимодействие между атомами на двух берегах матрицы, через двумерный дефект (как межатомное взаимодействие не ближайших соседей) [21]. Используя граничные условия (17)–(19), можно получить следующие выражения для амплитуд отражения  $r$ , прохождения  $d$  и величины поверхностного смещения  $u_i^s$  при падении сдвиговой волны, поляризованной нормально плоскости падения:

$$r = \frac{1}{\Delta} \left\{ C_{44}^2 k \cos^2 \theta (b+c) - \frac{1}{2} G \left[ 1 + C_{44}^2 k^2 \cos^2 \theta (b^2 - c^2) \right] \right\}, \quad (20)$$

$$d = i C_{44} \cos \theta (1 + c G k) \Delta^{-1}, \quad (21)$$

$$u_0^s = \frac{u_0}{\Delta} i C_{44} \cos \theta [1 - i C_{44} k \cos \theta (c+b)], \quad (22)$$

$$\Delta = 1 - C_{44} i k \cos \theta (a+b) \left\{ C_{44} i \cos \theta + \frac{1}{2} G \left[ 1 + C_{44} \cos \theta (c-b) \right] \right\}, \quad (23)$$

где  $G = (\rho_s / \rho) C_{44} k - (g_1 + h_{66}) k \sin^2 \theta$ ;  $g_1 = g_{xx}$ ;  $h_{66} = h_{xyxy}$ ;  $b = b_2 = b_{yy}^{(1)} = b_{yy}^{(2)}$ ;  $c = c_2 = c_{yy}$ ;  $k = \omega / c_t$ ,  $c_t = \sqrt{c_{44} / \rho}$  — скорость объемной сдвиговой волны,  $\rho$  и  $C_{44}$  — плотность кристалла и модуль упругости соответственно.

Здесь могут иметь место три предельных случая. В первом случае двумерный дефект образован слоем легированных примесных атомов, слабо связанных с более жесткой кристаллической матрицей так, что выполняются условия  $\rho_s / b \ll \rho C_{44}$ ,  $\omega \gg 1 / b(\rho C_{44})$ , при этом в пределе очень низких частот ( $\omega \ll \omega_0$ ) падающая волна почти полностью проходит через тонкий слой в объем кристалла ( $|r| \ll 1$ ,  $d \approx 1$ ), вне области резонанса ( $\omega < \omega_0$ ,  $\omega > \omega_0$ ) из-за слабой акустической связи происходит почти полное отражение звука, а в резонансной области ( $\omega = \omega_0$ ) имеет место полное прохождение через двумерный дефектный слой за счет эффективного резонансного усиления акустической связи ( $d = 1$ ,  $r = 0$ ). Здесь резонансная частота определяется как  $\omega_0 = [2 / \rho_s (b-c)]^{1/2}$ . Вторым предельным случаем является место, когда двумерный дефект образован слоем тяжелых примесных атомов, сильно связанных друг с другом и с матрицей так, что выполняются условия  $\rho_s \gg \rho C_{44} b$  и  $\rho_s \omega \gg (\rho C_{44})^{1/2}$ . В этом случае резонанс происходит не по частоте волны, а по углу падения  $\theta_r$ , который определяется через отношение фазовых скоростей объемных и внутрислоевых сдвиговых волн:  $\sin \theta_r = c_t / c_s$ . Поведение коэффициентов  $d$  и  $r$  как функций углов падения  $\theta_r$  аналогично их поведению как функции от  $\omega$  в первом случае. Наконец, возможно полное отражение акустических объемных волн двумерным примесным слоем с внутренней степенью свободы в случае, когда выполняется резонансное условие  $c G k = -1$ . Аналогичный эффект в работе [21] связан с возбуждением «асимметричной» моды на двумерном дефекте со сложной внутренней структурой, которая характеризуется прямым взаимодействием атомов матрицы через двумерный дефект (межатомное взаимодействие не ближайших соседей). Резонансное условие  $c G k = -1$  эквивалентно дисперсионному уравнению для «асимметричной» резонансной моды:

$$\rho_s \omega^2 = A_2 + (h_{66} + g_1) k_x^2, \quad (24)$$

где  $A_2 = -1 / c_2$  — эффективная поверхностная силовая константа, описывающая в используемом подходе взаимодействие не ближайших соседей через двумерный дефект;  $k_x = k \sin \theta$  — поверхностная компонента волнового вектора.

В области низких частот,  $\omega \ll \omega_0$ , граничные условия имеют следующий вид:

$$u_x^{(1)} = u_x^{(2)} \equiv u_x^s, \quad u_z^{(1)} = u_z^{(2)} \equiv u_z^s, \quad (25)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)} - \sigma_{zz}^{(2)} = g_1 \frac{\partial^2 u_z^s}{\partial x^2} - \rho_s \frac{\partial^2 u_z^s}{\partial t^2}, \quad (26)$$

$$\sigma_{zx}^{(1)} - \sigma_{zx}^{(2)} = \tilde{h}_{11} \frac{\partial^2 u_x^s}{\partial x^2} - \rho_s \frac{\partial^2 u_x^s}{\partial t^2}, \quad (27)$$

где  $\tilde{h}_{11} = h_{11} + g_1$ .

Используя уравнения (25)–(27), получаем следующие выражения для амплитуд прохождения и отражения падающей поперечной волны, поляризованной в плоскости падения:

$$r_t = \left\{ 2i \rho k_t \cos \theta_l (\rho_{sz} \sin^2 \theta_l - \rho_{sx} \cos^2 \theta_l) - \rho_{sz} \rho_{sx} k_l k_t \cos(\theta_l - \theta_t) \cos(\theta_l + \theta_t) \right\} \frac{1}{\Delta}, \quad (28)$$

$$r_l = - \frac{2 \sin \theta_l \cos \theta_t}{\Delta} \left\{ k_l k_t \rho_{sx} \rho_{sz} \cos(\theta_l - \theta_t) + i \rho \left[ \rho_{sz} k_t \cos \theta_l + \rho_{sx} \omega^2 k_t \cos \theta_t \right] \right\}, \quad (29)$$

$$d_t = \frac{2 \rho \cos \theta_t}{\Delta} \left\{ 2 \rho \cos \theta_t - i \rho_{sx} k_l \sin^2 \theta_l - i \rho_{sz} k_l \cos^2 \theta_l \right\}, \quad (30)$$

$$d_l = \frac{2i \rho \sin \theta_l \cos \theta_t}{\Delta} \left\{ \rho_{sz} k_l \cos \theta_l - \rho_{sx} k_t \cos \theta_t \right\}, \quad (31)$$

$$\Delta = \left[ 2 \rho \cos \theta_t - i \rho_{sz} k_l \cos(\theta_l - \theta_t) \right] \times \left[ 2 \rho \cos \theta_l - i k_t \rho_{sx} \cos(\theta_l - \theta_t) \right], \quad (32)$$

где введены обозначения:

$$\rho_{sx} = \rho_s \omega^2 - \tilde{h}_{11} k_x^2, \quad (33)$$

$$\rho_{sz} = \rho_s \omega^2 - g_1 k_x^2, \quad (34)$$

$$k_x = k_t \sin \theta_t = k_l \sin \theta_l. \quad (35)$$

В общем случае имеет место почти полное прохождение волны ( $r_t \sim r_l \sim d_l \sim k_t a^* \ll 1$ ) через двумерный упругий слой с эффективной толщиной  $a^* = \rho_{sx} / (\rho \lambda) \ll 1$ . Однако если угол падения совпадает с резонансным  $\theta_t^{(r)}$  (которому соответствует  $\cos \theta_t^{(r)} \sim i k_x a^*$ ), то коэффициент отражения увеличивается и достигает величины порядка единицы, а коэффициент прохождения стремится к нулю [30,31]. Таким образом реализуется полное отражение, которое обусловлено, в пренебре-

жении диссипацией, резонансным возбуждением квазипродольной волны утечки с  $\omega^2 = c_l^2 k_x^2$  с продольной поляризацией вдоль дефектного слоя. Уравнение относительно параметра  $\kappa$  имеет вид

$$2\rho\kappa - \rho_{sx}k_x^2 + \rho_{sz}\kappa^2 = 0. \quad (36)$$

Оно может быть получено как из условия полного отражения  $d_l = 0$ , так и из решения задачи о полном «непрохождении» поперечной акустической волны через плоский дефект в случае закритических углов падения. Это уравнение имеет два вещественных корня, которые в длинноволновом пределе ( $k \ll \rho / \rho_{sx}\rho_{sz}$ ) имеют вид

$$\kappa_1 = \frac{\rho_s}{2\rho} \left[ 1 - \frac{c_l^s}{c_l} \right] k_x^2, \quad (37)$$

$$\kappa_2 = -\frac{2\rho\omega^2}{\rho_s\omega^2 - g_1k_x^2}. \quad (38)$$

Если пренебречь диссипацией, то резонансное возбуждение квазипродольной волны утечки с  $\omega^2 = c_l^2 k_x^2$  обуславливает полное отражение объемной поперечной волны плоским дефектом. Корень  $\kappa_2$  является нефизическим в случае однородного двумерного дефекта с конечной поверхностной массой  $\rho_s$ .

Аналогичное уравнение существует и для полного прохождения поперечной акустической волны через двумерный дефект:

$$2\rho\kappa - \rho_{sx}k_x^2 = \frac{\rho_{sx}q^2\kappa}{\rho_{sz}k_x^2} (2\rho + \rho_{sz}\kappa). \quad (39)$$

Оно также может быть получено из условия  $r_l = 0$  или из решения задачи о полном «неотражении» поперечной акустической волны плоским дефектом при закритическом угле падения. Интересно, что для двумерного дефекта с  $\rho_{sx} \ll \rho_{sz}$  необходимо учитывать дополнительные (относительно слабые) взаимодействия на дефекте для того, чтобы разделить явления полного отражения и полного прохождения через плоский дефект, так как условия для полного отражения и полного прохождения оказываются очень близкими.

Диссипативное взаимодействие является тем взаимодействием, которое всегда присутствует в твердом теле. В работе [30] рассматриваются амплитуды отражения и прохождения с учетом диссипации. В пределе слабого поглощения основной вклад в поверхностные потери определяется вязкостью и теплопроводностью в твердом теле, когда  $E_d^{(s)} / E_d^{(b)} \ll 1$ , где индекс  $s$  относится к величинам упругих смещений в плоскости дефекта, и глубина проникновения квазипродольной волны утечки велика:  $\delta \gg a^*$ . Чтобы рассмотреть коэффициент поверхностного поглощения не только в пределе слабого поглощения, можно воспользоваться

«диссипативной акустической теорией», см., например, [32]. В рамках этой теории скорости объемных и поверхностных продольных волн имеют вид

$$c_l = c_{l0} - i\omega\alpha_l, \quad c_l^s = c_{l0}^s - i\omega\alpha_l^s, \quad (40)$$

где индекс 0 относится к пределу «нулевой частоты», когда можно пренебречь диссипацией. Затухание для поперечных волн можно рассмотреть аналогичным образом, вводя поперечную диссипативную длину  $\alpha_l$ .

Поперечная  $\alpha_l$  и продольной  $\alpha_l^s$  «диссипативные длины» являются функциями состояния твердого тела и зависят от его типа. В низкочастотной области ( $\omega\tau \ll 1$ , где  $\tau$  — эффективное время релаксации возбуждений, на которых поглощается упругая волна) длины волн  $\alpha_{l,s}$  не зависят от частоты и пропорциональны эффективной длине пробега возбуждений  $l$ . Для высокочастотной области  $\alpha_{l,s}$  обратно пропорциональны частоте и прямо пропорциональны безразмерным параметрам, которые феноменологически описывают поглощение объемных фононов [30–32].

Выражения для амплитуд отражения  $r_l^{(r)}$  и прохождения  $d_l^{(r)}$  поперечных объемных фононов в резонансе с волной утечки на двумерном дефекте с учетом диссипации имеют вид

$$r_l^{(r)} = \frac{\rho_{sx0}^s c_{l0} \operatorname{tg} \theta_l^{(r)} k_x^2}{4\rho \left( 2a_l \rho^2 c_{l0} + a_l^s \rho_{sx0} c_{l0}^s k_x^2 \right) + \rho_{sx0}^3 c_{l0} \operatorname{tg} \theta_l^{(r)} k_x^2}, \quad (41)$$

$$d_l^{(r)} = \frac{4\rho \left( 2a_l \rho^2 c_{l0} + a_l^s \rho_{sx0} c_{l0}^s k_x^2 \right)}{4\rho \left( 2a_l \rho^2 c_{l0} + a_l^s \rho_{sx0} c_{l0}^s k_x^2 \right) + \rho_{sx0}^3 c_{l0} \operatorname{tg} \theta_l^{(r)} k_x^2}. \quad (42)$$

Если пренебречь диссипацией, то резонансное возбуждение квазипродольной волны утечки с  $\omega^2 = c_l^2 k_x^2$  обуславливает полное отражение объемной поперечной волны плоским дефектом.

Учет диссипации существенно влияет на явление полного отражения акустической волны тонким слоем. Полное отражение скользящей акустической волны на двумерном дефектном слое [23,24] и полное отражение объемных фононов при резонансе с асимметричной колебательной модой латерально-неоднородного двумерного упругого слоя, имеющего сложную внутреннюю структуру [21], сохраняются и при учете объемной диссипации, поскольку эти эффекты не сопровождаются резонансным возбуждением глубоко проникающих волн утечки. Резонансное отражение, описанное в [26,27] без учета диссипации, оказывается чувствительным к диссипативным потерям в твердом теле, особенно к объемной диссипации. При определенных значениях диссипативных параметров коэффициент поверхностного поглощения  $A_s = 1 - |r_l|^2 - |d_l|^2$ , где  $r_l$  и  $d_l$  — амплитуды отражения и прохождения поперечной волны, достигает своего максимального значения 0,5 и наблюдается эффект аномального поверхностного погло-

щения длинноволновой акустической волны тонким упругим слоем в твердом теле. Этот эффект аналогичен аномальному поглощению скользящей сдвиговой упругой волны в тонком зазоре между двумя твердыми телами, обусловленному диссипативным ван-дер-ваальсовым взаимодействием между телами [33]. Аномальное поверхностное поглощение может быть также обусловлено взаимодействием с резонансной модой на двумерном дефекте, который характеризуется наличием межатомных взаимодействий как ближайших, так и не ближайших соседей [21]. При определенных условиях на динамические и диссипативные параметры, двумерный дефект кристалла может полностью поглотить падающий длинноволновый фотон, когда коэффициент поверхностного поглощения достигает единицы,  $A_s = 1$ , и амплитуды как отраженной, так и прошедшей волн обращаются в нуль [21]. Латерально-неоднородный планарный дефект, образованный двумерным распределением атомов с различными динамическими характеристиками, может полностью отразить падающий длинноволновый фотон [21,28]. Примером такого дефекта может служить двумерное распределение атомов германия в решетке кремния с фактором заполнения, меньшим единицы [28,34]. Такой планарный дефект решетки кремния, с двумерным распределением атомов германия с фактором заполнения 50%, приводит к заметному уменьшению теплового контактанса (обратного теплового сопротивления) границы раздела [34].

Используем предложенный подход с динамическими граничными условиями (17)–(19) для описания прохождения фононов через границу раздела сверхтекучий гелий–кремний с динамическим поверхностным монослоем. Жидкий гелий (среда 1) можно описать как сплошную изотропную среду с плотностью  $\rho_1 = 0,125 \text{ г/см}^3$ , скоростью звука  $v_l = 240 \text{ м/с}$  и нулевой скоростью поперечных волн. Среда 2 — изотропное твердое тело со скоростью продольных  $c_l = 8 \text{ км/с}$  и поперечных  $c_t = 5 \text{ км/с}$  упругих волн. Такое твердое тело, с плотностью  $\rho_2 = 2,33 \text{ г/см}^3$ , можно рассматривать как «изотропную модель» кристалла кремния. Для «оптимальных» параметров связи гелия с твердым телом, а именно для  $\rho_s$ ,  $b_{zz}^{(1,2)}$ ,  $b_{zz}^{(1,2)}$  и  $c_{ik} = 0$ , удовлетворяющих условию на акустические импедансы  $Z_s \equiv \sqrt{\rho_s / b_{zz}^{(2)}} = \sqrt{\rho_1 \rho_2 v_l c_l} \equiv \sqrt{Z_1 Z_2}$ , реализующему высокий коэффициент прохождения через границу раздела [19,20,35], находим коэффициенты прохождения энергии  $D$  и отношение тепловых контактансов (обратных тепловых сопротивлений) границы раздела, приведенные на рис. 3–5.

Частота колебаний поверхностного слоя, на которой реализуется резонанс прохождения, показанный на рис. 3, из-за малости акустического импеданса гелия

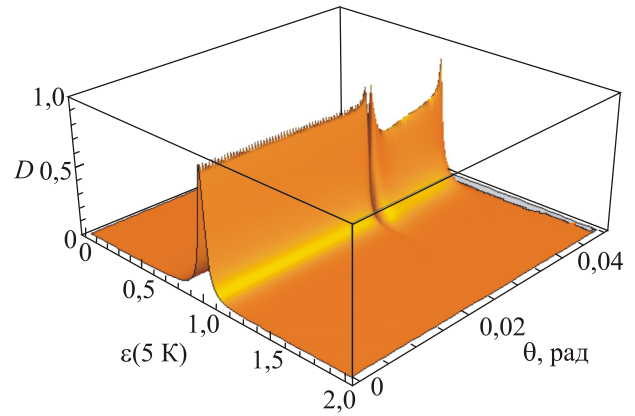


Рис. 3. Коэффициент прохождения энергии  $D$  как функция угла падения  $\theta$  и энергии  $\epsilon$  фонона, падающего из гелия на поверхность кремния с динамическим монослоем примесей.

по сравнению с акустическим импедансом твердого тела определяется только константой связи слоя и твердого тела,  $\omega_0 = 1 / \sqrt{\rho_s b_{zz}^{(2)}}$ , см. также [20]. Рассматривается векторная модель взаимодействия фононов в гелии с границей твердого тела с динамическим поверхностным слоем. Эта модель описывает, в частности, полное отражение фонона, падающего из гелия на поверхность твердого тела под критическим углом продольных волн в твердом теле, как с динамическим поверхностным монослоем, так и без него: при  $\theta = \theta_l = \arcsin(v_l / c_l) \approx 0,03 \text{ рад}$ , см. рис. 3 и 4. Этот эффект является универсальным проявлением явления полного внутреннего отражения на границе жидкости и твердого тела (см., например, [35]). В отсутствие по-

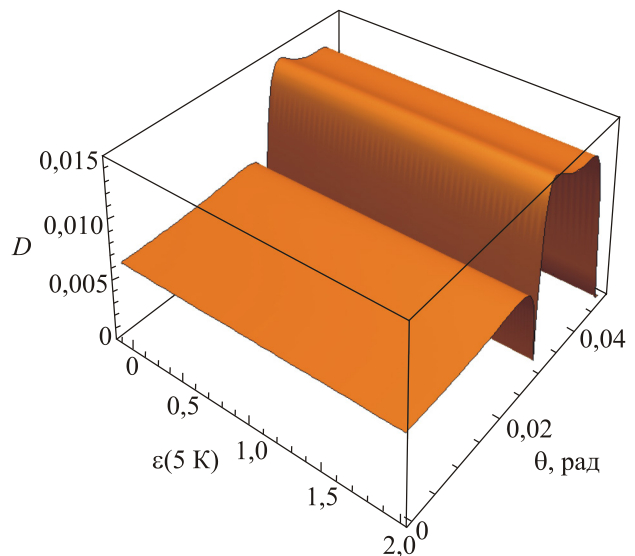


Рис. 4. Коэффициент прохождения энергии  $D$  как функция угла падения  $\theta$  и энергии  $\epsilon$  фонона, падающего из гелия на атомарно-чистую поверхность кремния.



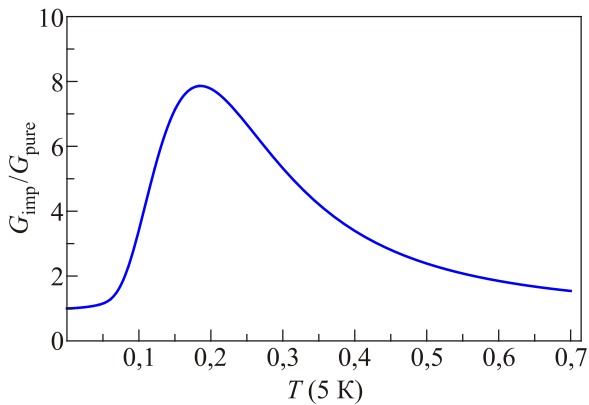


Рис. 5. Отношение тепловых кондактансов границы гелия с кремнием с динамическим монослоем примесей и без него как функция температуры гелия.

глошения поверхностных рэлеевских волн за счет диссипативных явлений в твердом теле, коэффициент прохождения фононов из гелия в твердое тело обращается в нуль при углах падения, превышающих критический угол поперечных волн в твердом теле, при  $\theta > \theta_t = \arcsin(v_l/c_t) \approx 0,048$  рад (рис. 3 и 4). Как видно на рис. 5, отношение тепловых кондактансов границы раздела с промежуточным слоем и без достигает 8, т.е. действительно оказывается значительно меньше, чем предсказывает скалярная модель, не учитывающая обратной реакции гелия на колебания поверхностного слоя [14,15] (см. рис. 2). Параметры рассматриваемой системы подобраны так, что температура, при которой реализуется максимум отношения тепловых кондактансов, близка к 1 К.

Следует также отметить, что в случае ангармонического динамического переходного слоя нелинейные эффекты приводят к конечной величине коэффициента прохождения на высших (второй и третьей) гармониках, а также на половинной частоте падающего фонона [36]. Наличие ангармонического поверхностного слоя на границе двух сред с сильно различающимися акустическими импедансами, включая границу жидкого гелия с твердым телом с динамическим монослоем, приводит к невзаимности прохождения тепловых фононов через границу: поток тепла через границу с заданной разностью температур зависит от «полярности» этой разности. На основе эффекта невзаимности прохождения фононов через асимметричную и нелинейную границу раздела двух тел могут быть построены «тепловые диоды» [37].

1. П.Л. Капица, *ЖЭТФ* **11**, 1 (1941).
2. И.М. Халатников, *ЖЭТФ* **22**, 687 (1952).
3. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).

4. N.S. Snyder, NBS Tech. Note 385, Nat. Bur. Stand. (US) (Dec., 1969), 90 p.
5. К.Н. Зиновьева, *ФНТ* **23**, 485 (1997) [*Low Temp. Phys.* **23**, 355 (1997)].
6. G.L. Pollack, *Rev. Mod. Phys.* **41**, 48 (1969).
7. A.C. Anderson and W.I. Johnson, *J. Low Temp. Phys.* **7**, 1 (1972).
8. А.Ф. Андреев, *ЖЭТФ* **43**, 1535 (1962).
9. R.E. Peterson and A.C. Anderson, *J. Low Temp. Phys.* **11**, 639 (1973).
10. И.М. Халатников, И.Н. Адаменко, *ЖЭТФ* **63**, 745 (1972).
11. И.Н. Адаменко, И.М. Фукс, *ЖЭТФ* **59**, 2071 (1970).
12. A. Ramiere, S. Volz, and J. Amrit, *Nature Mater.* **15**, 512 (2016).
13. А.Е. Alanaimi and J.C.A. van der Sluijs, *Cryogenics* **13**, 722 (1973).
14. И.М. Гельфгат, Е.С. Сыркин, *ФНТ* **4**, 141 (1978) [*J. Sov. Low Temp. Phys.* **4**, 69 (1978)].
15. Е.С. Сыркин, И.М. Гельфгат *ФНТ* **12**, 525 (1986) [*J. Sov. Low Temp. Phys.* **12**, 295 (1986)].
16. А.Фегер, А.А. Мамалуй, А.Я. Дульфан, Е.С. Сыркин, А.Г. Шкорбатов, *ФНТ* **31**, 1211 (2005) [*Low. Temp. Phys.* **31**, 921 (2005)].
17. J.C.A. van der Sluijs, E.A. Jones, and A.E. Alnaimi, *Cryogenics* **14**, 95 (1974).
18. J. Weber, W. Sandman, W. Dietsche, and H. Kinder, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1469 (1978).
19. Ю.А. Косевич, Е.С. Сыркин, *ФТТ* **33**, 2053 (1991).
20. Yu.A. Kosevich and E.S. Syrkin, *Fiz. Nizk. Temp.* **20**, 660 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 517 (1994)].
21. Yu.A. Kosevich, *Prog. Surf. Sci.* **55**, 1 (1997).
22. Ю.А. Косевич, Е.С. Сыркин, *Акустичний вісник* **3**, 62 (2000).
23. Yu.A. Kosevich and E.S. Syrkin, *Phys. Lett. A* **122**, 178 (1987).
24. Ю.А. Косевич, Е.С. Сыркин, *Кристаллография* **33**, 1339 (1988).
25. А.М. Косевич, В. И. Хохлов, *ФТТ* **10**, 56 (1968).
26. A.N. Darinskii and G.A. Maugin, *Wave Motion* **23**, 363 (1996).
27. A.N. Darinskii and G.A. Maugin, *Acustica. Acta Acustica* **84**, 455 (1998).
28. Ю.А.Косевич, *УФН* **178**, 884 (2008).
29. Yu.A. Kosevich, A. Feher, and E.S. Syrkin, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 725 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 575 (2008)].
30. Yu.A. Kosevich and E.S. Syrkin, *Phys. Lett. A* **251**, 378 (1999).
31. Yu.A. Kosevich, E.S. Syrkin, D.A. Semagin, and A.M. Kosevich, *JETP* **117**, 1122 (2000).
32. К.Н. Зиновьева, Д.А. Нармонева, А.С. Семенов, *ЖЭТФ* **105**, 1280 (1994).
33. Yu.A. Kosevich, *Phys. Lett. A* **155**, 295 (1991).
34. H. Han, L. Potyomina, A.N. Darinskii, S. Volz, and Yu.A. Kosevich, *Phys. Rev. B* **89**, 180301(R) (2014).
35. Л.М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Наука, Москва (1973).
36. Yu.A. Kosevich, *Phys. Rev. B* **52**, 1017 (1995).
37. B. Li, L. Wang, and G. Casati, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 184301 (2004).

Transmission of quasiparticle excitations  
through interface between two media  
(Review Article)

Yu.A. Kosevich, E.S. Syrkin, and O.Yu. Tkachenko

The effect on the Kapitza thermal resistance of dynamic surface monolayer at the interface between solid and superfluid helium is analyzed. As such, the monolayer of adsorbed on the solid surface impurity atoms, weakly coupled to the substrate, is considered. The resonance of the incident from helium phonons with oscillations in the two-dimensional system can significantly increase the heat transfer through such

an interface, as compared with the case of an atomically clean interface. Both scalar and vector models of the interface are considered. The review presents new results in the macroscopic dynamics of the, taking into account the anharmonicity of the lattice (non-linear effects).

PACS: **62.60.+v** Acoustical properties of liquids;  
**65.80.-g** Thermal properties of small particles, nanocrystals, nanotubes, and other related systems.

Keywords: Kapitza thermal resistance, phonons, dynamic surface monolayer, interface between two media.