Физика низких температур, 2001, т. 27, № 12, с. 1347–1356

К расчету электромагнитного поля, излучаемого упругой волной в сверхпроводнике II рода

В. Д. Филь

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: fil@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 5 июля 2001 г., после переработки 14 сентября 2001 г.

Получены формулы, описывающие в локальном пределе конверсию упругой волны в электромагнитное поле на границе сверхпроводник II рода — вакуум, которые допускают предельный переход как к нормальному, так и мейсснеровскому состояниям. Обсуждена стратегия эксперимента, позволяющая измерить динамические параметры вихревой решетки. Обращено внимание на перспективность исследования инерционной (стюарт-толменовской) компоненты излучаемого поля.

Одержані формули, що описують у локальній межі конверсію пружної хвилі в електромагнітне поле на границі надпровідник II роду — вакуум, що припускають граничний перехід як до нормального, так і мейсснерівського стану. Обговорено стратегію експерименту, що дозволяє виміряти динамічні параметри вихорової гратки. Звернено увагу на перспективність дослідження інерційної (стюарт-толменівської) компоненти поля, що випромінюється.

PACS: 74.60.Ge, 74.25.Nf, **72.50.+b**

Первые эксперименты по взаимной трансформации упругих и электромагнитных колебаний (холловской компоненты) в сверхпроводниках II рода были проведены в середине 70-х годов [1]. Интерпретация их была основана на введении эффективной глубины проникновения электромагнитного поля в смешанном состоянии. Будучи безусловно правильным, такой подход оставляет, однако, скрытыми физические процессы, сопровождающие движение вихревой решетки под действием звуковой волны. С приходом «эры ВТСП» конверсионные эксперименты были поставлены на новых сверхпроводящих объектах [2]. Теория эффекта, хотя и упрощенная (не описывающая переход к нормальному состоянию), но уже оперирующая в терминах динамики вихревой решетки, была предложена в [3]. Однако эксперименты [2] были выполнены для физически мало информативного предела сильного пиннинга, что, собственно, и подтвердил теоретический анализ [3]. Поэтому на первый взгляд могло остаться впечатление, что исследование электромагнитных полей, сопровождающих упругую волну в сверхпроводниках II рода в смешанном состоянии, мало что добавляет к обширной области изучения динамики вихревых решеток. На самом деле это не так, и целью настоящей работы является обсуждение ситуаций, когда конверсионные измерения содержат достаточно ценную информацию. В частности, анализ показывает, что в случае слабого и умеренного пиннинга возможно прямое восстановление характеристик как самого пиннинга, так и диссипативных процессов, сопровождающих движение вихревой решетки. Необходимым условием при этом является измерение не только модуля коэффициента трансформации, но и его фазы. Кроме того, отмечено, что наряду с холловской компонентой значительный интерес может представлять и инерционное (стюарт-толменовское) электромагнитное поле.

Работа посвящена обсуждению электромагнитных полей, излучаемых упругой волной (ЭПИУВ). В такой постановке эксперимента гарантировано отсутствие каких-либо нелинейных эффектов, хотя их изучение представляет, по-видимому, самостоятельный интерес. Кроме того, в целях большей физической ясности рассмотрен лишь вариант поперечной звуковой волны, распространяющейся параллельно внешнему магнитному полю. Обобщение полученных соотношений на другие геометрии труда не представляет.

В качестве отправной точки для анализа ЭПИУВ в сверхпроводнике II рода в работе обсужден соответствующий эффект в нормальном металле. Эта тематика в свое время достаточно интенсивно обсуждалась в литературе (см. обзор [4] и ссылки там), и основания для возврата к ней следующие:

1. В предыдущих работах инерционная компонента всегда игнорировалась, поскольку она достаточно мала. Как следует из настоящего анализа, ее изучение в сравнительно слабых магнитных полях $H_{c1} < H < 0{,}1 H_{c2}$ оказывается предпочтительнее.

2. Как правило, ранее обсуждался главным образом механизм электромагнитной генерации звука, а не интересующий нас обратный эффект. Конечно, в силу существования теоремы взаимности и отсутствия каких-либо нелинейных явлений в нормальной фазе окончательные ответы должны быть связаны простыми соотношениями, однако методические подходы к решению этих задач несколько отличаются (в частности, это касается граничных условий, накладываемых на электромагнитное поле).

3. Основное внимание ранее уделялось анализу эффектов в нелокальном пределе, а локальный режим считался относительно простым и малоинтересным. Практически все сверхпроводники II рода относятся к «грязным» системам, попадающим в нормальном состоянии при всех разумных частотах измерений в локальную область. Тем не менее при анализе ЭПИУВ в этом случае возникает ряд вопросов, прямых ответов на которые в литературе не содержится, поэтому представляется целесообразным кратко остановиться на них.

1. Нормальное состояние

Для определенности рассмотрим нормальный металл, расположенный в нижнем полупространстве, с границей раздела металл–вакуум, совпадающей с плоскостью $z = 0$. Толщина образца существенно превышает характерные длины задачи (длину свободного пробега электронов l, длину волны звука λ, скиновую глубину δ). Внешнее магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельно оси z и волновому вектору звука $\mathbf{q}$. Смещения в упругой волне $\mathbf{u}$ направлены вдоль оси x. Поперечные размеры звукового пучка считаем много бо́льшими λ, что позволяет свести задачу к одномерной.

Граничные условия, накладываемые на электромагнитное поле, получим следующим образом. Непрерывность тангенциальных компонент электромагнитного поля на границе раздела металл–вакуум и их однородность в поперечных к звуковому пучку направлениях в металле, в том числе и вблизи границы, позволяют считать их также однородными и по другую сторону границы, несмотря на то, что длина электромагнитной волны в вакууме может на много порядков превышать все характерные длины задачи. Поэтому вблизи границы раздела в свободном пространстве уравнения Максвелла сводятся к одномерному волновому уравнению, единственным решением которого является плоская волна, соотношения между электрической и магнитной компонентами в которой имеют вид

$$E_x = -H_y \; ; \quad E_y = H_x \, . \tag{1}$$

Комбинируя (1) со вторым уравнением Максвелла, получаем граничное условие для режима ЭПИУВ:

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz}(0) = -ik_c\,\mathbf{E}(0) \; ; \quad k_c = \omega/c \, . \tag{2}$$

Разумеется, (2) справедливо только для режима ЭПИУВ, в режиме электромагнитной генерации звука кроме падающей электромагнитной волны следует учитывать также и отраженную или, что то же самое, оперировать понятием поверхностного импеданса.

Анализ проблемы ЭПИУВ основан на решении системы двух уравнений: для электрического поля, получаемого комбинацией уравнений Максвелла

$$\mathrm{rot\ rot}\,\mathbf{E} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{d\mathbf{j}}{dt} \tag{3}$$

и кинетического уравнения для неравновесной добавки ψ к функции распределения электронов в металле в присутствии упругого и магнитного полей [5]

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + v_z\frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial t_1} + \frac{\psi}{\tau} =$$

$$= -e\mathbf{v}\left(\mathbf{E} - \frac{m}{e}\ddot{\mathbf{u}} + \frac{1}{c}[\dot{\mathbf{u}}\mathbf{H}]\right) - \Lambda_{ik}\,\dot{u}_{ik} \, . \tag{4}$$

Временную зависимость всех величин, входящих в (3), (4), представляем в виде $\propto e^{i\omega t}$. Источниками возмущения функции распределения в правой части (4) являются: максвелловское поле $\mathbf{E}$ (т.е. поле, подчиняющееся уравнению Максвелла (3), которое единственно и может быть зарегистрировано электромагнитной антенной); сторонние поля — инерционное (акустический аналог эффекта Стюарта—Толмена) $\mathbf{u}_{ST} = -\ddot{\mathbf{u}}m/e = \mathbf{u}\omega^2 m/e$, индукционное $\mathbf{u}_{\mathrm{ind}} = (i\omega/c)[\mathbf{uH}]$ и деформационное $u_{\mathrm{def}} = -\Lambda_{ik}\,\dot{u}_{ik}$ ($\Lambda_{ik} \equiv \lambda_{ik} - \langle\lambda_{ik}\rangle$ – деформационный потенциал; угловые скобки означают среднее значение по ферми-поверхности:

$$\langle a\rangle = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3}\int \frac{a}{v_F}\,dS\ ;$$

v_F — фермиевская скорость). Входящая в (4) координата t_1 — время движения по циклотронной орбите. Полный ток $\mathbf{j}$ в (3) представляет собой сумму ионного ($\mathbf{j}_{\mathrm{ion}} = -i\omega ne\mathbf{u}$) и электронного токов и стандартным образом выражается через функцию распределения [5]:

$$\mathbf{j} = -e\,\langle\mathbf{v}\,\psi\rangle\ . \qquad (5)$$

Амплитуду и фазу звуковой волны, падающей на границу раздела, считаем заданными, т.е. не зависящими от H. В случае необходимости экспериментальные данные могут быть скорректированы измерением полевых зависимостей скорости и затухания звука. Зависимость от координаты амплитуды падающей волны можно представить в виде $u_{\mathrm{inc}}(z) = u_0\,\mathrm{e}^{-iqz}$. Однако, поскольку от свободной поверхности отражается волна той же амплитуды $u_{\mathrm{ref}}(z) = u_0\,\mathrm{e}^{iqz}$, то окончательно для упругого поля имеем

$$u(z) = u_0 \cos qz \qquad (6)$$

и граничное условие на упругие смещения на свободной границе

$$u'(0) = 0 \qquad (7)$$

выполняется автоматически.

В локальном пределе $l \ll \lambda, \delta$, а также при условии $\Omega\tau \ll 1$ ($\Omega = eH/mc$ — циклотронная частота) принято считать, что в левой части (4) можно пренебречь всеми производными. В приближении свободных электронов для обсуждаемой геометрии $\Lambda_{xz} = -mv_x v_z$, поэтому деформационный вклад в ток при усреднении (5) в данном случае исчезает. При тех же предположениях этот вклад исчезает и для реальной поверхности Ферми при распространении звука в симметричных направлениях из-за нечетности Λ_{xz} по отношению к инверсии знака электронного импульса. В результате (4), (5) сводится к закону Ома

$$\mathbf{j} = \sigma_0\,(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\mathrm{ind}})\ , \qquad (8),$$

где $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ — проводимость в локальном пределе. Подставляя (8) в (3), получаем

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} = k_0^2(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\mathrm{ind}})\ ; \quad k_0^2 = \frac{4\pi i\omega\sigma_0}{c^2} \equiv \frac{2i}{\delta^2}\ . \qquad (9)$$

Решение (9) представляет комбинацию скинового $\mathbf{E}_k(z) = \mathbf{E}_k(0)\,\mathrm{e}^{k_0 z}$ (из двух возможных значений k_0 выбирается решение, исчезающее при $z \to -\infty$) и вынужденного ($\mathbf{E}_B(z) = \mathbf{E}_B \cos qz$) решений, соотношение между которыми определяется граничными условиями, накладываемыми на максвелловское поле (2)

$$-ik_c\,\mathbf{E}_k - k_0\,\mathbf{E}_k = ik_c\,\mathbf{E}_B + \mathbf{E}'_B(0)\ . \qquad (10)$$

Для свободной поверхности производная в правой части (10) исчезает. Пренебрегая k_c по сравнению с k_0 в левой части (10), получаем

$$\mathbf{E}_k = -\frac{ik_c}{k_0}\,\mathbf{E}_B \ll \mathbf{E}_B\ ,$$
$$\mathbf{E}(0) \approx \mathbf{E}_B(0) = -\frac{k_0^2}{q^2 + k_0^2}\,(\mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\mathrm{ind}})\ . \qquad (11)$$

Таким образом, амплитуда электрического поля на границе раздела практически совпадает с вынужденным решением. В то же время амплитуда магнитной компоненты $|k_0\,\mathbf{E}_k/ik_c| = |\mathbf{E}_B(0)|$ полностью определяется скиновым полем. Ответ (11) (за вычетом вклада $\mathbf{u}_{ST}$) фигурирует во всех задачах, посвященных проблеме взаимной конверсии упругих и электромагнитных полей. Однако при его получении сделаны некоторые допущения, по поводу законности которых возникают вопросы:

а) при любом характере отражения электронов от границы раздела производная по координате в (4) вблизи поверхности сравнима с уходным слагаемым, что вызывает сомнение в законности пренебрежения ею;

б) строго говоря, поверхность раздела не является вполне свободной из-за столкновения с нею электронов, т.е. граничное условие (7) не совсем точное и $\mathbf{E}'_B(0) \neq 0$.

Ввиду несопоставимости характерных масштабов волновых чисел поля в металле ($\sim q$) и k_c может оказаться, что производная в правой части (10), даже будучи относительно малой, даст ощутимый вклад. По этой же причине снятие симметрийного запрета на деформационный вклад в ток при учете слабой нелокальности также может быть заметным.

Ниже мы попытаемся обсудить влияние этих факторов, поскольку, как отмечено во введении, прямых ответов на поставленные вопросы автору найти в литературе не удалось.

Обсудим вначале вопрос, насколько диффузно рассеивающая граница может считаться «свободной». Точное граничное условие на упругие напряжения имеет вид [6]

$$\rho s^2 u'(0) + \langle \Lambda_{ik}\psi(0)\rangle = 0 \qquad (12)$$

(ρ — плотность металла, s — скорость звука).

Корректное вычисление среднего по ферми-поверхности в (12) возможно, если задаться конкретной моделью поверхностного рассеивающего потенциала [7]. Однако физически ясно, что если характерный размер неоднородностей (например, шероховатостей) границы сравним с длиной свободного пробега, то функция распределения будет практически четна по v_z и деформационный вклад в (12) будет отсутствовать, т.е. $u'(0) = 0$. В обратном предельном случае, считая отражение чисто диффузным, усреднение в (12) следует провести только для $v_z > 0$, поскольку для $v_z < 0$ $\psi(0) = 0$. Для оценки в этом случае можно ограничиться главным приближением, положив $\psi(0) = -e\tau\mathbf{v}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST})$ и взяв (11) в качестве $\mathbf{E}(0)$. В результате получаем

$$\frac{u'(0)}{u(0)} = \frac{\omega}{v_F}\frac{s}{v_F}(\omega\tau) \; . \qquad (13)$$

Записав в (10) $E'_B(0) = E_B(0)\,[u'(0)/u(0)]$, из (13) видим, что обсуждаемый вклад в локальном пределе пренебрежимо мал, и всегда можно пользоваться граничным условием $u'(0) = 0$.

Для дальнейшего анализа вычислим в модели свободных электронов поправки по малым параметрам нелокальности (ql, $k_0 l$) к обсуждаемым величинам, полагая отражение электронов от границы раздела чисто диффузным.

Метод характеристик сводит (4) к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$v_z\frac{d\psi}{dz} + \frac{\psi}{\tau} = -e\mathbf{v}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\text{ind}}) - i\omega m v_x v_z \frac{du}{dz} \; , \qquad (14)$$

в котором ортогональные к $\mathbf{q}$ компоненты фермиевской скорости зависят от z.

$$v_x = v_\perp \cos\left(\Omega\frac{z}{v_z} - \varphi\right),$$

$$v_y = -v_\perp \sin\left(\Omega\frac{z}{v_z} - \varphi\right), \quad v_\perp = v_F \sin\theta \; ,$$

$$v_z = v_F\cos\theta \; . \qquad (15)$$

Здесь θ и φ — полярный и азимутальный углы соответственно.

Решение (14) запишем в стандартном виде:

$$\psi(z) = C\exp(-z/v_z\tau) + \psi_1(z) \; , \qquad (16)$$

где $\psi_1(z)$ — частное решение (14).

Для $v_z > 0$ из требования конечности $\psi(z)$ при $z \to -\infty$ получаем $C_{v_z>0} = 0$; для $v_z < 0$ $C_{v_z<0} = -\psi_1(0)$ для диффузной границы.

Наличие в (16) быстро спадающей экспоненты предполагает, что электрическое поле в металле также имеет быстро спадающую составляющую E_f. Поэтому решение системы уравнений (3), (14) должно быть самосогласованным. Можно, тем не менее, думать, что вклад E_f в формирование $\psi_1(z)$ мал. Качественно это предположение можно обосновать так. Соотношение (11) по своему смыслу представляет собой результат интерференции полей, излучаемых с глубины проникновения δ. В условиях нормального скин-эффекта ($l \ll \delta$) естественно ожидать, что вклад E_f в суммарное поле и, следовательно, в $\psi_1(z)$ будет незначителен.

Исходя из такого предположения, решение системы (3), (14) ищем подстановкой

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_k e^{kz} + \mathbf{E}_q\cos qz \; . \qquad (17)$$

Что касается $\psi_1(z)$, то последнюю дополнительно следует разложить по функциям (15).

В (17) k — скиновое волновое число, определяемое дисперсионным уравнением

$$k^2_{1,2} = \frac{k_0^2}{1 + (\Omega\tau)^2}(1 \pm i\Omega\tau) \; . \qquad (18).$$

На данном этапе мы не будем делать предположения о величине параметра $\Omega\tau$, поскольку даже в локальном пределе в полях $H \to H_{c2}$ она может быть большой. Вычисления приводят к ожидаемому результату — для определения тока в нулевом по (ql) приближении следует пользоваться тензором проводимости $\hat{\sigma}$, хорошо известным из теории гальваномагнитных явлений:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\text{ind}}) \ ,$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\sigma_0}{1 + (\Omega\tau)^2} \, a_{\alpha\beta} \equiv \frac{\sigma_0}{1 + (\Omega\tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & \Omega\tau \\ -\Omega\tau & 1 \end{pmatrix} . \quad (19)$$

Деформационная поправка к току имеет вид

$$\begin{Bmatrix} j_{\Lambda x} \\ j_{\Lambda y} \end{Bmatrix} = \frac{i}{5} \, \frac{\sigma_0 \, u_{ST}}{1 + (\Omega\tau)^2} \, \frac{v_F}{s} \, ql \begin{Bmatrix} (\Omega\tau)^2 - 1 \\ 2\Omega\tau \end{Bmatrix} . \quad (20)$$

Вклад диффузного рассеяния оцениваем следующим образом. Считая известными $\mathbf{E}_k$ и $\mathbf{E}_q$, вычисляем $\psi_1(0)$, а затем определяем вклад в ток, проводя усреднение по половине поверхности Ферми ($v_z < 0$) с весом $\exp(-z/v_z \tau)$. При этом в правой части (3) возникают слагаемые типа $\langle v_\perp^2 \, v_z^n \, e^{-z/(v_z \tau)} \rangle$ ($n = 0, 1, 2$). Поле E_f ищем подстановкой

$$E_f = \langle v_\perp^2 \, P(v_z) \, e^{-z/(v_z \tau)} \rangle \quad (21)$$

($P(v_z)$ — подлежащий определению полином от v_z), приводящей к решению типа $E_f(z) \sim (k_0 \, l)^2$, которым при вычислении $E(z)$ следует пренебречь. Это оправдывает сделанное допущение, что вклад E_f в формирование $\psi_1(0)$ незначителен. Однако при подстановке (21) в суммарное поле, удовлетворяющее граничному условию (10), производная dE_f/dz уже линейна по $(k_0 \, l)$, поэтому ее следует учесть при нахождении $\mathbf{E}_k$. При $z = 0$ интегралы (21) легко вычисляются, и в результате окончательные ответы выглядят следующим образом:

$$\mathbf{E}(0) = \mathbf{E}_0(0) + \mathbf{E}_\Lambda(0) + \mathbf{E}_k(0) \ .$$

Поле нулевого приближения $\mathbf{E}_0(0)$ имеет вид:

$$E_{0\alpha} = - \frac{k_0^2 q^2}{[1 + (\Omega\tau)^2] \, D} \, b_{\alpha\beta} \, E_{u\beta}(0) \ ,$$

$$\mathbf{E}_u = \mathbf{u}_{ST} + \mathbf{u}_{\text{ind}} \ , \quad b_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dfrac{q^2 + k_0^2}{q^2} & \Omega\tau \\ -\Omega\tau & \dfrac{q^2 + k_0^2}{q^2} \end{pmatrix} , \quad (22)$$

$$D = \left(q^2 + \frac{k_0^2}{1 + (\Omega\tau)^2} \right)^2 + \left(\frac{k_0^2}{1 + (\Omega\tau)^2} \right)^2 (\Omega\tau)^2 \ .$$

Деформационная поправка $\mathbf{E}_\Lambda(0)$ выглядит:

$$\begin{Bmatrix} E_{\Lambda x}(0) \\ E_{\Lambda y}(0) \end{Bmatrix} = - \frac{i}{5} \, \frac{k_0^2 \, q^2}{(1 + (\Omega\tau)^2) \, D} \times$$

$$\times \frac{v_F}{s} \, (ql) E_{ux}(0) \begin{Bmatrix} 1 - \dfrac{2q^2 + k_0^2}{q^2(1 + (\Omega\tau)^2)} \\ \Omega\tau \, \dfrac{2q^2 + k_0^2}{q^2(1 + (\Omega\tau)^2)} \end{Bmatrix} . \quad (23)$$

Учет диффузности границы приводит к поправке

$$E_{k\alpha}(0) = \frac{3}{32} \, (k_0 \, l) \left(\frac{k_0}{k_1} + \frac{k_0}{k_2} \right) a_{\alpha\beta}(E_{0\beta} + E_{u\beta}) \ , \quad (24)$$

близкой к соответствующему результату, полученному при анализе влияния слабой нелокальности на поверхностный импеданс металла [7].

Таким образом, в главном приближении, как и ранее, электрическое поле на границе раздела определяется исключительно связанными с упругой волной сторонними полями, и скин эффект вклада в $\mathbf{E}(0)$ не дает.

Наиболее значительная поправка связана с деформационным взаимодействием, пренебречь которой можно при выполнении более сильного условия $ql < s/v_F$.

Диффузное рассеяние на границе раздела приводит к появлению скиновой компоненты электрического поля, вкладом которой практически всегда можно пренебречь.

Оценим компоненту j_x полного тока. В главном приближении она равна

$$j_x = - \frac{k_0^2 q^2 \sigma_0}{(1 + (\Omega\tau)^2)^2 \, D} \left[\frac{q^2 + k_0^2}{q^2} \, u_{ST} - (\Omega\tau) u_{\text{ind}} \right] +$$

$$+ \frac{\sigma_0}{1 + (\Omega\tau)^2} \, [u_{ST} - (\Omega\tau) u_{\text{ind}}] \ . \quad (25)$$

В слабых полях ($\Omega\tau \ll 1$) при $\Omega\tau \ll \omega/\Omega$ основной вклад в ток дает инерционная компонента и $j_x \approx [q^2/(q^2 + k_0^2)] \, i\omega\tau j_{\text{ion}} \ll j_{\text{ion}}$. В принципе возможен и режим $\omega/\Omega \ll \Omega\tau \ll 1$, при котором j_x определяется уже индукционным полем, оставаясь, тем не менее, малым ($j_x \approx \approx (\Omega\tau)^2 j_{\text{ion}} \ll j_{\text{ion}}$). Таким образом, в пределе слабого поля электронный ток всегда практически полностью компенсирует ионный (режим токовой нейтральности), и амплитуды электронных и упругих смещений совпадают. Передача соответствующего импульса от решетки электронам происходит за счет частых столкновений последних с примесями.

В сильном поле ($\Omega\tau >> 1$) из (22), (25) следует $j_x \approx j_{\rm ion}$, т.е. электроны перестают увлекаться решеткой. Вследствие этого в (22) остается только не зависящая от H компонента E_{0x} , обусловленная протеканием нескомпенсированного ионного тока, компонента же E_{0y} зануляется. На самом деле это заключение, возможно, неверно, и для получения правильного ответа необходимо решение двух(трех)мерной задачи. Действительно, представим пластину металла, ограниченную с двух сторон в x направлении, все сечение которой занимает упругая волна. Последняя создает на противоположных гранях пластины рельеф как ионных, так и электронных смещений. Можно было бы думать, что зарядовая нейтральность обеспечивается при этом поверхностными токами, протекающими по боковым граням. Однако если учесть, что упругая деформация появляется на торце пластины в какой-то определенный момент времени (включение), то очевидно при этом, что зарядовая нейтральность может быть обеспечена только перетеканием электронов с одной грани пластины на другую и соответствующей компенсацией (частичной или полной) ионного тока во всем объеме. В случае ограниченного по размерам звукового пучка в образце большего сечения на границах пучка возникают области уплотнения (разрежения), зарядовая нейтральность в которых также обеспечивается кулоновскими силами. Автору неизвестно, была ли решена подобная задача, поэтому неясно, может ли на самом деле быть нарушена токовая нейтральность. Во всяком случае, в литературе не отмечено какого-либо уменьшения эффективности взаимной трансформации упругих и электромагнитных колебаний в пределе сильных магнитных полей, следующего из (22).

Подведем итог проведенному в данном разделе анализу. В локальном пределе в слабых полях (11) достаточно хорошо описывает индукционную компоненту излучаемой упругой волной электромагнитной волны. Что касается инерционной составляющей, то здесь следует сделать два замечания.

1. Как ранее отмечалось, вследствие относительной малости $\mathbf{u}_{ST}$ возможен режим, когда основной вклад в $E_x(0)$ уже в слабом поле даст индукционная компонента. Более того, в реальных условиях эксперимента, когда размеры приемной антенны сравнимы с поперечным размером звукового пучка, вклад $\mathbf{u}_{\rm ind}$ в $E_x(0)$ вследствие краевых эффектов может быть определяющим и в более слабых полях. На самом деле проблемы тут нет, поскольку нечетность $\mathbf{u}_{\rm ind}$ по H всегда позволяет выделить вклад $\mathbf{u}_{ST}$ в чистом виде, взяв среднее результатов измерений при противоположных значениях поля.

2. Необходимо помнить, что уже в случае $ql \sim 10^{-2}$ вклад деформационной поправки в инерционную компоненту может быть достаточно большим. Экспериментально оценить его можно следующим образом. Суммируя (22) и (23) при $\Omega\tau << 1$, получаем

$$E_x(0) \approx -\frac{k_0^2}{q^2 + k_0^2}\, u_{ST} \left(1 - \frac{i}{5}\,\frac{v_F}{s}\,ql\right).$$

Сориентируем приемную антенну под углом 45° к $\mathbf{u}$, чтобы с одинаковым весом воспринимались как инерционная, так и холловская компоненты. Поскольку последняя в главном приближении имеет вид

$$E_y(0) \approx \frac{k_0^2}{q^2 + k_0^2}\,\frac{i\omega}{c}\,Hu\,,$$

то, очевидно, в результате их интерференции возникнет асимметрия полевой зависимости амплитуды суммарного сигнала относительно $H = 0$. Значение H, относительно которого амплитуда симметрична, и определит величину деформационной поправки.

В дальнейшем обсуждении существенно используется токовая нейтральность. Для $\Omega\tau << 1$ проведенный анализ полностью подтверждает справедливость этого. При $\Omega\tau \geq 1$ какого-либо строгого доказательства осуществимости (либо невозможности) такого режима в настоящее время не существует, поэтому дальнейшее рассмотрение ограничено условием $\Omega\tau << 1$.

2. Смешанное состояние

К сожалению, в настоящее время не существует теоретической схемы, подобной методу кинетического уравнения, позволяющей достаточно строго рассчитать ток в смешанном состоянии. Обычно используются континуальное приближение и двухжидкостная модель. В континуальном приближении пространственно неоднородная магнитная структура смешанной фазы игнорируется и индукция в образце полагается равной усредненному значению B, которую уже при небольшом превышении H_{c1} можно считать совпадающей с приложенным полем. Эквивалентная схема сверхпроводника в двухжидкостной модели представляет собой параллельное соединение сверхпроводящего и нормального каналов. Проводимость нормального канала выражается стандартным соотношением

$$\sigma_s^n = \frac{n_n\, e^2 \tau}{m} ,$$

где n_n — плотность нормальной компоненты. В сверхпроводящем канале τ следует заменить на $(i\omega)^{-1}$ (имеется в виду переменный ток) и использовать плотность сверхтекучей компоненты n_s :

$$\sigma_s^s = \frac{n_s\, e^2}{m i\omega} .$$

При вычислении полного тока, входящего в уравнение (3), необходимо дополнить его током, генерируемым движущейся вихревой решеткой (ВР), а также учесть особенности проявления эффекта Холла в сверхпроводнике [8]. В результате уравнение (3) приобретает вид:

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} = \frac{4\pi i\omega}{c^2}\,\mathbf{j} =$$

$$= k_s^2(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST} + \frac{i\omega}{c}\,[\mathbf{t}\mathbf{B}]) + k_{ns}^2\,\frac{i\omega}{c}\,[(\mathbf{u} - \mathbf{t})\,\mathbf{B}] . \quad (26)$$

В (26) введены обозначения

$$k_{ns}^2 = \frac{4\pi i\omega\sigma_s^n}{c^2} , \quad k_L^2 = \frac{4\pi i\omega\sigma_s^s}{c^2} \equiv \frac{1}{\delta_L^2}$$

($\delta_L(T, B)$ — лондоновская глубина проникновения), $k_s^2 = k_{ns}^2 + k_L^2$, $\mathbf{t}$ — смещение ВР.

Уравнение (26) является главным результатом работы. Прокомментировать его можно следующим образом. Максвелловское поле $\mathbf{E}$ и инерционное поле $\mathbf{u}_{ST}$ действуют как в сверхпроводящем, так и нормальном каналах. Поскольку в системе отсчета, связанной с ВР, которая движется со скоростью $\dot{\mathbf{t}}$, имеется магнитное поле $\mathbf{B}$, то в лабораторной системе отсчета ему соответствует электрическое поле $\tilde{\mathbf{E}} = (1/c)[\mathbf{B}\dot{\mathbf{t}}]$. Физически $e\tilde{\mathbf{E}}$ есть импульс, теряемый электронами в процессе движения ВР [9], поэтому поле $\tilde{\mathbf{E}}$ входит в (26) с противоположным знаком. В холловской компоненте (последнее слагаемое в (26)) в режиме токовой нейтральности $(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{t}})$ является относительной скоростью электронов и источника магнитного поля. Как было показано в [8], холловский ток в сверхпроводнике может быть связан только с нормальными возбуждениями. Физический смысл такого утверждения заключается в том, что в случае *s*-спаривания энергетическая щель не позволяет силе Лоренца «растащить» электроны пары в противоположных направлениях. Можно думать, что при другой симметрии параметра порядка вид холловской компоненты будет иным.

Соотношение (26) написано без деформационной поправки к току. В случае необходимости ее учета последняя будет выглядеть подобно (23) с заменой k_0^2 на k_{ns}^2 .

Перепишем (26) в виде:

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} = k_s^2(\mathbf{E} + \mathbf{u}_{ST}) + k_L^2\,\frac{i\omega}{c}\,[\mathbf{t}\mathbf{B}] + k_{ns}^2\,\frac{i\omega}{c}\,[\mathbf{u}\mathbf{B}] . \quad (27).$$

Очевидно, (27) правильно описывает переход к нормальной фазе ($k_L = 0$, $k_s = k_{ns} = k_0$ и (27) переходит в (9)). Уравнение (27) должно быть дополнено уравнением движения ВР. На нее действуют силы: электродинамическая $\mathbf{f}_{\rm ed} = (1/c)[\mathbf{j}\mathbf{B}]$; сила пиннинга $\mathbf{f}_p = \alpha_L(\mathbf{u} - \mathbf{t})$ (α_L — «пружинный» параметр Лабуша); сила трения $\mathbf{f}_f$ и сила Магнуса [10]. Последней в режиме $\Omega\tau << 1$ можно пренебречь. Сила трения пропорциональна скорости движения ВР относительно среды, создающей трение. Физическая природа сил трения в настоящее время до конца не выяснена. Как отмечено в [11], трение не может быть связано со сверхтекучей компонентой, поскольку при этом вообще было бы невозможно протекание незатухающего тока в шубниковской фазе. Остаются две подсистемы, могущие привести к трению — решетка и нормальные электроны, сосредоточенные в основном в корах вихрей. В режиме токовой компенсации обе подсистемы имеют скорость $\dot{\mathbf{u}}$, поэтому силу трения, в отличие от [3], мы запишем в виде $\mathbf{f}_f = i\omega\eta(\mathbf{u} - \mathbf{t})$.

Если пренебречь, как обычно, массой вихря, то уравнение движения решетки примет вид

$$\frac{c}{4\pi i\omega}\left[\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2}\,\mathbf{B}\right] + \alpha^*(\mathbf{u} - \mathbf{t}) = 0 , \qquad (28)$$

где $\alpha^* = i\omega\eta + \alpha_L$.

Иногда вместо электродинамической силы в (28) фигурирует упругая сила, сопровождающая деформацию ВР (в нашем случае $C_{44}(d^2\mathbf{t}/dz^2)$, где $C_{44} = B^2/4\pi$ — модуль изгиба ВР) [3]. Однако модуль упругости ВР определяется только частью полного тока, генерируемой собственно деформируемой ВР, поэтому в (28) при такой замене следовало бы оставить составляющую электродинамической силы, создаваемую токами от сторонних источников. Запись уравнения движения ВР в виде (28) предпочтительнее, так как автоматически учитываются все токи.

Граничным условием к системе (27), (28) является прежнее условие (2) для максвелловского поля. В принципе со стороны вихревой решетки на границу раздела также действует дополнительная сила, поэтому систему (27), (28) следовало бы дополнить граничным условием отсутствия напряжений на границе

$$\rho s^2 \frac{du}{dz} - \alpha^* \int\limits_{-\infty}^{0} (u - t)\, dz = 0 \ . \tag{29}$$

Нетрудно убедиться, что поправки за счет (29) имеют порядок $B^2/(4\pi\rho s^2)$, и для разумных полей, достижимых в настоящее время, ими можно пренебречь, т.е. пользоваться прежним условием $\mathbf{u}'(0) = 0$.

Дальнейшее решение системы (27), (28) с граничным условием (2) не представляет труда. Ответы имеют следующий вид:

$$E_x(0, B) = - u_{ST} \frac{k_s^2}{q^2 + k_s^2} \frac{\alpha^*}{\alpha^* + q^2 \dfrac{B^2}{4\pi} \dfrac{k_L^2}{q^2 + k_s^2}} \ , \tag{30}$$

$$E_y(0, B) = - u_{\text{ind}} \frac{k_s^2}{q^2 + k_s^2} \frac{\alpha^*}{\alpha^* + q^2 \dfrac{B^2}{4\pi} \dfrac{k_L^2}{q^2 + k_s^2}} \ . \tag{31}$$

Подчеркнем еще раз, что полученные выражения остаются справедливыми при переходе в нормальное состояние. Кроме того, при $B \le 0{,}8H_{c2}$, когда $k_s^2 \approx k_L^2 >> q^2,\ k_{ns}^2$, (31) коррелирует с ответом, полученным в [3] (с учетом отличий в выборе f_f). Коэффициент при q^2 в последнем сомножителе в (30), (31) практически совпадает с зависящим от волнового числа модулем изгиба вихревой решетки C_{44}, полученным в [12]. Отметим также, что следующая из решения системы (27), (28) эффективная глубина проникновения

$$\lambda_{\text{eff}}^2 = \frac{1 + k_L^2 \dfrac{B^2}{4\pi\alpha^*}}{k_L^2 + k_{ns}^2}$$

в точности соответствует ответу, полученному в [13].

Обсудим кратко информационные возможности метода ЭПИУВ применительно к исследованию как мейсснеровской фазы, так и ВР. Обратимся вначале к инерционной компоненте $E_x(0, 0)$. Из-за относительной малости вопрос ее изучения, судя по литературе, ранее не обсуждался. Оценка, однако, показывает, что при интенсивности звуковой волны ≈ 10 Вт/см^2 и частоте ≈ 50 МГц $u_{ST} \approx 2{\cdot}10^{-6}$ В/см, что делает измерение $E_x(0, 0)$ вполне доступным, и предварительные эксперименты автора это подтверждают.

Соотношение (30) пригодно и в мейсснеровском состоянии. Действительно, при $B \to H_{c1}$, как показано ниже, наиболее медленно меняющимся параметром является α^*, поэтому последний сомножитель в (30) стремится к 1 и получающееся при этом выражение для $E_x(0, 0)$ совпадает с результатом, который можно получить из строгого подхода на основе кинетического уравнения для $T << T_c$ [14]

$$E_x(0, 0) = - u_{ST} \frac{k_s^2}{q^2 + k_s^2} \ .$$

Таким образом, температурное изменение $E_x(0, 0)$ при переходе через T_c полностью определяется поведением $k_s^2(T)$, эволюционирующего от чисто мнимого k_0^2 до действительной величины δ_L^{-2}. По видимому, всегда

$$|k_0^2| << \delta_L^{-2} \ , \tag{32}$$

поэтому ниже T_c $|E_x(0, 0)|$ увеличивается, а фаза сигнала уменьшается. В свое время было проведено достаточно много экспериментов по взаимной конверсии упругих и электромагнитных колебаний в отсутствие подмагничивающего поля в сверхпроводниках [15]. Однако в этих экспериментах исследовались высокочистые металлы, в которых основной вклад в $E_x(0, 0)$ давала деформационная компонента, вымерзающая при сверхпроводящем переходе. Поведение же инерционной компоненты диаметрально противоположно. Масштаб изменений $E_x(0, 0)$ зависит от того, на какое место в неравенстве (32) попадает q^2. Эксперимент малоинформативен, если $q^2 << |k_0^2|$ — как амплитуда, так и фаза сигнала меняются незначительно при переходе через T_c. Наиболее благоприятна ситуация с $|k_0^2| << q^2 \le \delta_L^{-2}$ — в этом случае из измерений инерционной компоненты легко может быть восстановлена температурная зависимость $\delta_L(T)$, по крайней мере до температур, при которых правая часть последнего неравенства остается слабой.

Обратимся теперь к смешанной фазе. Воспользовавшись оценкой коэффициента трения η [16], запишем α^* в виде

$$\alpha^* = k_0^2 \frac{BH_{c2}}{4\pi} + \alpha_L(B) \ . \qquad (33)$$

Из (33) следует, что при $B \approx H_{c1}$ $|\alpha^*| >> q^2 C_{44}$ при любом значении параметра α_L, и последний сомножитель в (30), (31) не сказывается на поведении излучаемого поля. Таким образом, в слабом поле инерционная компонента постоянна, а индукционная появляется при $H > H_{c1}$ и возрастает линейно с приложенным полем с наклоном $(\omega/c)[k_s^2 u/(q^2 + k_s^2)]$. Фазы обеих компонент сдвинуты относительно соответствующих сигналов в нормальном состоянии на величину arctg $q^2\delta^2/2$. При сильном пиннинге ($\alpha_L(B) >> q^2 C_{44}$, как это было в экспериментах [2]) либо $q^2 << k_0^2$ такое поведение сохранится вплоть до $B \sim H_{c2}$, когда начнет сказываться быстрое изменение как k_L, так и $\alpha_L(B)$. Информационные ресурсы эксперимента в этом случае, очевидно, малы. Совершенно иная ситуация реализуется при слабом пиннинге и одновременном выполнении обратного соотношения $q^2 > k_0^2$. В этом случае при $B > B_\eta = (k_0^2/q^2)B_{c2}$ упругая реакция ВР превысит вклад силы трения и инерционная компонента начнет уменьшаться с ростом B вследствие увеличения эффективной глубины проникновения. Измеряя изменение комплексной величины $E_x(0, B)$ на спадающем участке ее зависимости, можно восстановить поведение $\eta(B)$ и $\alpha_L(B)$ без каких-либо предварительных предположений. Весьма важно при этом, что $E_x(0, B)$ существует при $B = 0$ и обеспечивает необходимые уровни отсчета как для амплитуды, так и фазы.

Холловская компонента при $B > B_\eta$ должна уменьшить скорость своего роста и, возможно, выйти на насыщение. В принципе в $E_x(0, B)$ и $E_y(0, B)$ динамические параметры вихревой решетки входят аналогичным образом, и холловскую компоненту также можно использовать для восстановления $\eta(B)$ и $\alpha_L(B)$. Однако, поскольку при $B = 0$ индукционная компонента принципиально исчезает, отсутствие надежного уровня отсчета делают измерения $E_x(0, B)$ при малых B более предпочтительными. В то же время в области умеренно сильных магнитных полей в случае $q^2 >> k_0^2$ измерения $E_x(0, B)$ могут оказаться затрудненными, и более информативными окажутся измерения $E_y(0, B)$.

При приближении B к H_{c2} эволюция $\mathbf{E}(0, B)$ начинает зависеть не только от динамики вихревой решетки, но и от поведения k_L и k_s. Вообще говоря, функциональные зависимости k_L и k_s вблизи H_{c2} известны [17] и можно было бы надеяться на восстановление поведения $\eta(B)$ и $\alpha_L(B)$ при $B \to H_{c2}$. Однако на самом деле зачастую величина H_{c2} ограничена не условием перекрытия ко́ров вихрей, как это предполагается в теории, а так называемым парамагнитным пределом [18]. Какова функциональная зависимость k_L и k_{ns} вблизи парамагнитного предела, в настоящее время неизвестно. Тем не менее измерения амплитуды и фазы излучаемого поля вблизи H_{c2} позволяют восстановить поведение $\lambda_{\rm eff}(B)$.

Автор благодарен Е. В. Безуглому и В. А. Шкловскому за многочисленные плодотворные обсуждения.

Работа частично поддержана Государственным фондом фундаментальных исследований Министерства образования и науки Украины (грант № 0207/00359)

1. L. A. Vienneau and B. W. Maxfield, *Phys. Rev.* **B11**, 4339, (1975).
2. H. Haneda and T. Ishiguro, *Physica* **C235–240**, 2076 (1994).
3. D. Dominguez, L. Bulaevskii, B. Ivlev, M. Maley, and A. R. Bishop, *Phys. Rev.* **B51**, 15649 (1995).
4. А. Н. Васильев, Ю. П. Гайдуков, *УФН* **141**, 431 (1983).
5. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* **45**, 1638 (1963).
6. Э. А. Канер, В. Л. Фалько, Л. П. Сальникова, *ФНТ* **12**, 831 (1986).
7. В. И. Окулов, В. В. Устинов, *ФММ* **41**, 231 (1976).
8. P. B. Miller, *Phys. Rev.* **121**, 445 (1961).
9. Y. B. Kim and M. J. Stephen, *Superconductivity*, R. D. Parks (ed.), New-York, M. Dekker (1969), p. 1107.
10. G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
11. V. M. Vinokur, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, and G. Blatter, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1242 (1993).
12. E. H. Brandt, *J. Low Temp. Phys.* **26**, 709 (1977).
13. M. W. Coffey and J. R. Clem, *Phys. Rev.* **B46**, 11757 (1992).
14. Е. В. Безуглый, *ФНТ* **9**, 15 (1983).
15. R. H. Bidgood, M. J. Lee, and E. R. Dobbs, *J. Phys.* **7**, 1791 (1977).
16. J. Bardeen and M. J. Stephen, *Phys. Rev.* **140**, A1197 (1965).
17. K. Maki, *Superconductivity*, R. D. Parks (ed.), New-York, M. Dekker (1969), p. 1035.
18. A. M. Clogston, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 266 (1962).

To calculation of electromagnetic field emitted by elastic wave from type II superconductor

V. Fil

Equations are derived, which describe the conversion of an elastic wave into an electromagnetic field at the boundary type II superconductor—vacuum and are suitable both for the normal and Meissner states. The experiment strategy that allows the vortex lattice dynamical parameters to be measured is discussed. Particular attention is given to the prospectiveness of studying the inertial (Stuart–Tolman) component of the emitted field.